



**S. Thomas' College - Mount Lavinia**  
**Third Term Examination - 2009**

**Coll Sc B**

**Combined Mathematics - I Time : 3 hours**

◆ எவையேனும் ஆறு வினாக்களுக்கு விடையளிக்க.

01) i)  $\alpha, \beta$  என்பன  $x^2 - px + 2 = 0$  இன் மூலங்கள் எனில்  $\alpha^2 + \beta^2$  என்பதன் பெறுமதியை  $p$  இன் சார்பாகத் தருக. மேலும்  $\alpha^2 + \frac{\alpha}{\beta}$ ,  $\beta^2 + \frac{\beta}{\alpha}$  என்பவற்றை மூலங்களாக உடைய இருபடிச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

ii) (a)  $x^2 + (k-3)x + k = 0$  என்னும் இருபடிச் சமன்பாடு மெய் மூலங்களைக் கொண்டிருப்பதற்கான  $k$  இன் பெறுமதியைகளைக் காண்க.

(b)  $k = \frac{3(x^2+1)}{2x-1}$  என்னும் தொடர்பில்  $x$  ஆனது மெய் பெறுமதிகளை எடுப்பின்  $k^2 - 3(k+3) \geq 0$  எனக் காட்டுக.

iii)  $3 \log_8^8 - \log_8^8 = 2$  என்னும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

02) i)  $f(x) \equiv x^3 + px^2 + qx + r$  என்னும் சார்பில்  $p, q, r$  என்பன ஒருமைகள்.  $f(x)$  ஆனது  $(x-1), x, (x+1)$  என்பவற்றால் வகுக்கும் போது பெறப்படும் மீதிகள் முறையே 2, 2, 0 எனில்  $f(x)$  ஆனது  $(x-2)$  ஆல் வகுக்கப்படும்போது பெறப்படும் மீதியைக் காண்க.

ii)  $f(x) = \sqrt{9-x^2}$ ,  $g(x) = \frac{3}{x-1}$

என இரு சார்புகள்  $f(x), g(x)$  தரப்படும்போது  $f(x), g(x)$  இன் ஆட்சி (Domain), வீச்சு

(Range) என்பவற்றைக் கண்டு  $f(g(x)) = \frac{3x}{(x-1)} \sqrt{1-\frac{2}{x}}$  எனக் காட்டுக.

அத்துடன்  $g \circ f$  என்பதையும் காண்க.

மேலும்  $x \neq 1$  ஆக அமையும்போது  $g^{-1}$  ஐக் கண்டு அதன் ஆட்சியையும் தருக.

03) i)  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin \theta}{\theta} = 1$  என நிறுவுக.

ii) பின்வருவனவற்றின் பெறுமானத்தைத் துணிக.

a)  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin 4\theta + \sin \theta}{\theta}$

b)  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{1 - \cos \theta}{\theta^2}$

c)  $\lim_{\theta \rightarrow 0} \frac{\sin^3 \theta}{\theta \sin^2 5\theta}$

d)  $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^4 - 81}{x + 3}$

e)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{1 - x^4}$

f)  $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - \sqrt{3x + 3}}{x - 3}$

04) i)  $2 \cot 2\theta = \cot \theta - \tan \theta$  என நிறுவுக.

ii) இதில் இருந்து  $\cot \theta - \tan \theta = 2$  என்பதைத் தீர்க்க.

iii) பின்வருவனவற்றைத் தீர்க்க.

a)  $\cos x - \sin x = \sqrt{2}$

b)  $\sin 4x - \sin 3x + \sin 2x = 0$

iii)  $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right) + \sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right) = \frac{\pi}{4}$  என நிறுவுக.

iv)  $2 \cos \theta = x + \frac{1}{x}$  எனில்  $2 \cos 3\theta = x^3 + \frac{1}{x^3}$  என நிறுவுக.

05) ஒரு கார் ஆனது  $W$  இல் ஓய்விலிருந்து புறப்பட்டு  $X$  வரை சீர் ஆர்முடுகல்  $3f$  உடன் சென்று பின்பு  $X$  இல் இருந்து  $Y$  வரை சீர் ஆர்முடுகல்  $f$  உடன் சென்று பெற்ற கதி  $V$  உடன்  $Y$  இலிருந்து  $Z$  வரை சென்று பின்பு சீராக அமர்முடுகி ஓய்வடைகிறது.  $WX, XY, YZ$  தூரங்களை பிரயாணம் செய்ய எடுத்த நேரங்கள் சம நேரம்  $T$  எனில் பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

a)  $T$  இன் பெறுமதியை  $V, f$  சார்பாக

b)  $WX : XY : YZ$  என்னும் விகிதம்

c) கார் ஆனது  $Z$  இல் இருந்து ஓய்வடையும் வரை பிரயாணம் செய்த நேரம்  $T$  எனில் அதன் அமர்முடுகலின் பெறுமதி.

d)  $V, f$  சார்பாக ,மொத்த பிரயாண தூரம்

06) a)  $2l$  நீளமுடைய இலேசான  $AB$  என்னும் கோல் ஆனது சுவரில் உள்ள ஒரு புள்ளி  $A$  இல் பிணைக்கப்பட்டு அக்கோல் சுவருக்கு செங்குத்தாக கிடைநிலையில் இருக்கும் வகையில்  $B$  இல் ஒரு நீளா இழையின் ஒரு முனை இணைக்கப்பட்டு அதன் மறுமுனை  $A$  இற்கு நேர் மேலே உள்ள புள்ளி  $C$  இற்கு இணைக்கப்படுகிறது.  $AB$  இன் நடுப்புள்ளிக்கும் புள்ளி  $B$  இற்கும் சுமை  $W$  ஏற்றப்படும்போது இழையில் உள்ள இழுவையைக் கண்டு பிணையல்  $A$  இல் உள்ள மறுதாக்கத்தின் பருமனையும் திசையையும் காண்க.

$$ABC = 60^\circ$$

b)  $0.3\text{Kg}$  திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை  $P$  ஆனது இரு நீளா இழைகள் மூலம்  $2m$  வேறாக்கத்தில் உள்ள கிடைமட்டப் புள்ளிகள்  $A, B$  இல் இருந்து தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது.  $P$  ஆனது சமனிலையில் உள்ளபோது  $PA, PB$  இன் நீளங்கள் முறையே  $1.2m, 1.6m$  எனில் இழைகளில் உள்ள இழுவைகளைக் காண்க.

07) a)  $AB = 3a, BC = 4a$  ஆகுமாறு உள்ள ஒரு செவ்வகம்  $ABCD$  இல்  $7W, 6W, 10W, 13W, 15W$  விசைகள் முறையே எழுத்தொழுங்கு அமையும் திசையில் அமையும் பக்கங்கள்  $BA, BC, DC, DA, AC$  வழியே தாக்குகின்றன. தொகுதியின் விளையுளின் பருமனையும் திசையையும் கண்டு விளையுள்  $AD$  ஐ இடைவெட்டும் புள்ளியின் தூரத்தை  $A$  யில் இருந்து காண்க.

b) நிலையான உற்பத்தி குறித்து  $A, B, C$  எனில் புள்ளிகளின் தானக்காவிகள்.

$$\underline{a} = 6\hat{i} + 4\hat{j} - \hat{k}$$

$$\underline{b} = 8\hat{i} + 5\hat{j} - 3\hat{k}$$

$$\underline{c} = 2\hat{i} + 8\hat{j} - 9\hat{k}$$

எனின் பின்வருவனவற்றைக் காண்க.

i) காவி  $\vec{AB}$

ii) நீளம்  $AB$

iii)  $\triangle ABC$  என்னும் கோணத்தின் கோசைன் பெறுமதி.