FWC

வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களத்துடன் இணைந்து
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்

Field Work Centre

தவணைப் பரீட்சை, நவம்பர் - 2018
Term Examination, November - 2018

தரம் :- 12 (2020)	இணைந்த கணிதம்	நேரம் :- 3 மணித்தியாலங்கள்

அறிவுறுத்தல்கள்:

- பகுதி A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக் கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்த கணிதம்		
பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
	மொத்தம்	

இறுதிப்புள்ளிகள்	

பகுதி – A

(1) $\sqrt{\frac{x^2-36}{x}} + \sqrt{\frac{x}{x^2-36}} = 7$எனக் ஐத் தீர்க்க.

(2) $\frac{2x}{x-2} \leq 1$ ஐத் திருப்திசெய்யும் x இன் பெறுமான வீச்சைக்காண்க.

(3) $\frac{\log x}{3} = \frac{\log y}{4} = \frac{\log z}{35}$ எனின் $x^5 y^5 = z$ எனக் காட்டுக.

(4) $f(x) = -x^2 - (b+2)x + (b-1)$ என்னும் சார்பானது எப்பொழுதும் மறையாவதற்கு b யின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(5) $\tan(A-B)=\frac{1}{4}$, $\tan(A+B)=\frac{1}{3}$ எனக் கொள்வோம் $2A$ ஐ $(A+B),(A-B)$ இன் சார்பில் எழுதுவதன் மூலம் $\tan 2A=\frac{7}{11}$ எனக் காட்டுக.

(6) $0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ இற்கு $\cos\alpha=\frac{4}{5}$ எனவும், $\frac{\pi}{2}<\beta<\pi$ இற்கு $\sin\beta=\frac{5}{13}$ எனவும் கொள்வோம். $\cos(\alpha+\beta)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(7) O, A, B, C என்பன நான்கு ஒரு தளப்புள்ளிகள் $\overrightarrow{OA} = \underline{a}$, $\overrightarrow{OB} = 2\,\underline{a} - \underline{b}$, $\overrightarrow{OC} = \underline{b}$ எனின் $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}$ ஐ கண்டு A, B, C ஒரு நேர்கோட்டுப் புள்ளிகள் எனக்காட்டுக.

(8) $\underline{a} = 2\sqrt{3}i + 2j$ $\underline{b} = -3\sqrt{3}i + 3j$ எனின் $\underline{a}, \underline{b}$ இற்கு இடைப்பட்ட கோணத்தை எண்ணிப் பெருக்கத்தை பயன்படுத்தி காண்க.

(9) $10N, 6N$ விசைகள் துணிக்கை ஒன்றில் 60° கோணத்தில் தாக்கும் போது விளையுளின் பருமனையும் திசையையும் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

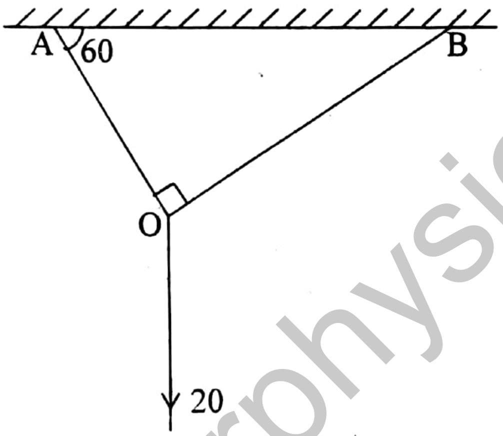
....

....

....

....

(10)



இழைகள் OA, OB இலுள்ள இழுவைகளைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களத்துடன் இணைந்து
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்
Field Work Centre
FWC
தவணைப் பரீட்சை, நவம்பர் - 2018
Term Examination, November - 2018

தரம் :- 12 (2020) **இணைந்த கணிதம்**

பகுதி – B

(11) (a) $x+\frac{1}{x}=a$ ஆயின் $x^2+\frac{1}{x^2}$, $x^3+\frac{1}{x^3}$ இன் பெறுமானங்களை a சார்பாகக் காண்க.

மேலேயுள்ள முடிவுகளை மட்டும் பயன்படுத்தி $x^5+\frac{1}{x^5}=a\,(a^4-5a^2+5)$ எனக் காட்டுக.

(b) $\frac{y+z-x}{4}=\frac{z+x-y}{5}=\frac{x+y-z}{6}$ எனின் $\frac{x}{11}=\frac{y}{10}=\frac{z}{9}$ எனக் காட்டுக.

(c) a,b என்பன நேர் எண்களாகவும் $a,b\neq 1$ ஆகவும் இருக்க.

$\log_a b=\frac{1}{\log_b a}$ எனக் காட்டுக.

மேலேயுள்ள முடிவைப் பயன்படுத்தி $\log_5 x^2+\log_{5x}\left(\frac{5}{x}\right)=1$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

(d) $\sqrt{5x-9}+1=x$ என்ற சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

(12) (a) $a,b,c\in\mathcal{R}\ \&\ a\neq 0$ எனக் கொள்வோம். சமன்பாடு $ax^2+bx+c=0$ இன் பிரித்துக்காட்டியை a,b,c என்பவற்றின் சார்பில் எழுதி இதிலிருந்து இச்சமன்பாட்டின் மூலங்கள் மெய்யானவையாயின் $\left(\frac{b}{2}\right)^2\geq ac$ எனக் காட்டுக.

(b)

i) $a,b\in\mathcal{R}\ \&\ a\neq 0$ எனக் கொள்வோம் சமன்பாடு $ax^2+(a+b)x+b=0$ இனது மூலங்கள் மெய்யானவை எனக் காட்டுக. இம்மூலங்கள் $\propto,\beta$ எனின் $\propto+\beta,\propto\beta$ ஆகியவற்றை a,b என்பவற்றில் எழுதுக.

ii) $\frac{(\propto+1)}{\beta}+\frac{(\beta+1)}{\propto}=\frac{(b-a)}{a}$ எனக் காட்டுக. $\frac{(\propto+1)}{\beta}$, $\frac{(\beta+1)}{\propto}$ இனை மூலகங்ளாக கொண்ட சமன்பாட்டை a,b இன் சார்பில் காண்க. $\propto=\beta$ எனின் $a=b$ எனக் காட்டுக.

(13) (a) $f(x) = 2x^3 + x^2 - 2x + 1$ எனக் கொள்வோம்.

$\frac{f(x)}{(x-1)(x+1)}$ இனைப்பகுதிப்பின்னமாக்குக. இதிலிருந்து $f(x)$ இனை $x^2 - 1$ ஆல் வகுக்கவரும் ஈ.வு, மீதியினைக் காண்க.

(b) $f(x) = x^4 + ax^3 - 2x^2 + bx + c$ எனக் கொள்வோம். $f(x)$ இன் ஒரு காரணி $(x+1)$ எனவும் $f(x)$ இனை $x^2 + 2x - 3$ ஆல் வகுக்க வரும் மீதி $-7x - 11$ எனவும் தரப்படின் a, b, c யின் பெறுமானங்களைக் காண்க. a, b, c யின் இப் பெறுமானங்களுக் p, q ஒருமைகளாக இருக்கும் $f(x)$ ஐ$f(x) = (x+p)^2\,(x+1)\;(x+q)$ என்னும் வடிவத்தில் இருக்கத்தக்கவாறு p, q இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

(14) (a) பின்வரும் சர்வசமன்பாடுகளை நிறுவுக.

i) $\frac{1}{1-\cos\theta} + \frac{1}{1+\cos\theta} = 2\,\mathrm{cosec}^2\,\theta$

ii) $\frac{\cos\theta}{1+\sin\theta} = \tan\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\theta}{2}\right)$

iii) $\frac{1+\sin 2\theta+\cos 2\theta}{1+\sin 2\theta-\cos 2\theta} = \cot\theta$

iv) $\frac{\sin^2\theta}{1-\cos\theta} - \frac{\cos^2\theta}{1+\sin\theta} = \cos\theta + \sin\theta$

(b) $\theta = 18^\circ$ எனின் $\sin 2\theta = \cos 3\theta$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து $\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$ எனக் காட்டுக.

(15) (a) $\tan(A + B)$ இன் விரிவை எழுதுக. இதிலிருந்து

i) $\tan 2A = \frac{2\tan A}{1-\tan^2 A}$

ii) $\tan 3A = \frac{3\tan A - \tan^3 A}{1-3\tan^2 A}$ எனவும் நிறுவுக.

$\tan^2\frac{\pi}{8} + 2\tan\frac{\pi}{8} - 1 = 0$ என்பதையும்

$\tan^3\frac{\pi}{12} - 3\tan^2\frac{\pi}{12} - 3\,\tan\frac{\pi}{12} + 1 = 0$ என்பதையும் உய்த்தறிக.

(b) $x = \sec\theta - \tan\theta$

$y = \mathrm{cosec}\,\theta + \cot\theta$ எனின்

$xy + x - y + 1 = 0$ எனக் காட்டுக.

(c) $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 60^\circ \cos 80^\circ = \frac{1}{16}$ எனக் காட்டுக.

(16) (a) $\propto, \beta$ என்பன எண்ணிகளாகவும் $\underline{a}, \underline{b}$ என்பன பூச்சியமற்ற சமாந்தரமற்ற காவிகளாகவும் இருக்க $\propto g + \beta\, \underline{b} = \underline{\odot}$ எனின் $\propto = \odot, \beta = \odot$ எனவும் காட்டுக.

$ABCD$ ஓர் இணைகரம் $M.N$ என்பன முறையே AB, BC என்பவற்றின் நடுப்புள்ளிகளாகும். AN உம் DM உம் ஒன்றையொன்று L இல் இடைவெட்டுகின்றன.

$\overrightarrow{AB} = 2\,\underline{a}, \overrightarrow{AD} = 2\,\underline{b}$ எனத்தரப்பட்டுள்ளது.

i) $\overrightarrow{AN}$ $\overrightarrow{MD}$ என்பவற்றை $\underline{a}, \underline{b}$ இல் காண்க.

ii) $AL = \lambda\, AN,\ ML = MD$ எனத்தரப்படும் போது $\overrightarrow{AL}, \overrightarrow{ML}$ ஐ எழுதி λ, μ ஐ காண்க.

iii) அதிலிருந்து AN, MD ஒன்றை ஒன்று வெட்டும் விகிதங்களைக் காண்க.

(b) AB விட்டம் O வை மையமாகவுள்ள வட்டத்தில் C பரிதியிலுள்ள புள்ளி $\overrightarrow{OA} = \underline{a}, \overrightarrow{OC} = \underline{b}$ எனக் கொண்டு $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}$ என்பவற்றை $\underline{a}, \underline{b}$ ல் எழுதி எண்ணிப் பெருக்கத்தை உபயோகித்து $A\hat{C}B = \frac{\pi}{2}$ எனக் காட்டுக.

(17) (a)

i) P, Q என்னும் விசைகள் $\frac{\pi}{2}, \theta, \frac{\pi}{2} - \theta$ இடைப்பட்ட கோணங்களில் தாக்கும் போது விளையுள் விசைகள் முறையே $R, nR, (n+2)R$ எனின் $\tan\theta = \left(\frac{n+3}{n-1}\right)$ எனக் காட்டுக.

ii) ஒரு புள்ளியில்தாக்கும் $2P, 3P$ எனும் விசைகளை $(2P+6), 4P$ ஆக மாற்றும் போது அவற்றின் விளையுளின் திசை மாறாது இருப்பின் P இன் பருமனைக் காண்க.

(b) ABCD ஒரு சதுரம் CD யின் நடுப்புள்ளி $\in$ ஆகும். $AB, AD, \in A, CA$ வழியே எழுத்துகள் குறிக்கும் ஒழுங்கு வரிசையில் $16, 20, P, Q, N$ விசைகள் தாக்குகின்றன. இவ்விசைத்தொகுதி சமநிலையிலிருப்பின் P, Q இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

G.C.E A/L Examination November - 2018

Fied Work Centre

FWC

Grade - 12 (2020) **Cpmbined Mathematics** **Marking Scheme**

1

$$\sqrt{\frac{x^2-36}{x}} + 12\sqrt{\frac{x}{x^2-36}} = 7$$

let $\sqrt{\frac{x^2-36}{x}} = t$

$t + \frac{12}{t} = 7$ 5

$t^2 - 7t + 12 = 0$ 5

$(t-3)(t-4) = 0$ 5

$t = 3$ or $t = 4$ 5

$t = 3$

$\sqrt{\frac{x^2-36}{x}} = 3$

$x^2 - 9x - 36 = 0$

$(x-12)(x+3) = 0$

$x = 12$ or $x = -3$ 5

$t = 4$ $\sqrt{\frac{x^2-36}{x}} = 4 \Rightarrow x^2 - 16x - 36 = 0$

$(x-18)(x+2) = 0$

5 $x = 18$ or $x = -2$

$\boxed{25}$

2

$\frac{2x}{x-2} \leq 1$

$\frac{2x}{x-2} - 1 \leq 0$ 5

$\frac{x+2}{x-2} \leq 0$ 5 ; $x \neq 2$

	$-\infty < x < -2$	$-2 < x < 2$	$2 < x < \infty$
$(x-2)$	$(-)$	$(-)$	$(+)$
$(x+2)$	$(-)$	$(+)$	$(+)$
$\frac{(x+2)}{(x-2)}$	$(+)$	$(-)$	$(+)$

10

$\therefore$ Solution $-2 \leq x < 2$ 5

$\boxed{25}$

3

$\frac{\log x}{3} = \frac{\log y}{4} = \frac{\log z}{35} = t$

$\log x = 3t$, $\log y = 4t$, $\log z = 35t$ 5

$\log x^5 y^5 = 5 \log xy$ 5

$= 5(\log x + \log y)$ 5

$= 5.(3t + 4t)$

$= 35t = \log z$ 5

$x^5 y^5 = z$ 5

$\boxed{25}$

4

$f(x) < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

then $\Delta < 0$ 5

$(b+2)^2 - 4.(b-1).(-1) < 0$ 5

$b^2 + 4b + 4 + 4b - 4 < 0$

$b^2 + 8b < 0$ 5

$b(b+8) < 0$ 5

$(+)$ -8 $(-)$ 0 $(+)$

$\therefore$ Solutions are $-8 < b < 0$ 5

$\boxed{25}$

5

$\tan 2A = \tan((A+B) + (A-B))$ 5

$= \frac{\tan(A+B) + \tan(A-B)}{1 - \tan(A+B)\tan(A-B)}$ 10

$= \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}}{1 - \frac{1}{3} \times \frac{1}{4}}$ 5

$= \frac{7}{12} \Big/ \frac{11}{12}$

$= 7/11$ 5

$\boxed{25}$

6

$\cos\alpha = \frac{4}{5}$ $\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$

$= 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25}$

$\sin\alpha = 3/5$ $0 < \alpha < \pi/2$ 5

$\sin\beta = \frac{5}{13}$ $\cos^2\beta = 1 - \sin^2\beta = 1 - \frac{25}{169} = \frac{144}{169}$

$\cos\beta = \frac{-12}{13}$ 5 $\pi/2 < \beta < \pi$

$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$ 5

$= \frac{4}{5} \times \left(\frac{-12}{13}\right) - \left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{5}{13}\right)$ 5

$= -\frac{63}{65}$ 5

$\boxed{25}$

$\vec{AB} = (2a - b) - a$ (5)

$= a - b$

$\vec{AC} = b - a$ (5)

$\vec{CA} = a - b$ (5)

$\therefore \vec{AB} = \vec{CA}$ (5)

$\Rightarrow AB \parallel CA$

$\Rightarrow A, B, C$ Collinear (5)

(8) $\underline{a} = 2\sqrt{3}\,\underline{i} + 2\underline{j}$, $\underline{b} = -3\sqrt{3}\,\underline{i} + 3\underline{j}$

$\underline{a}\cdot\underline{b} = (2\sqrt{3}\,\underline{i} + 2\underline{j})\cdot(-3\sqrt{3}\,\underline{i} + 3\underline{j})$ (5)

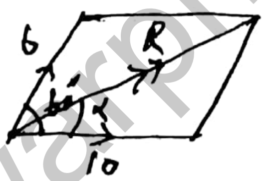
$|a||b| \cos\theta = -18 + 6$ (10)

$4 \cdot 6 \cos\theta = -12$

$\cos\theta = -\frac{1}{2}$ (5)

$\theta = 2\pi/3$ (5)

(9)



$R^2 = 10^2 + 6^2 + 2.6.10.\cos 60$ (10)

$= 100 + 36 + 60$

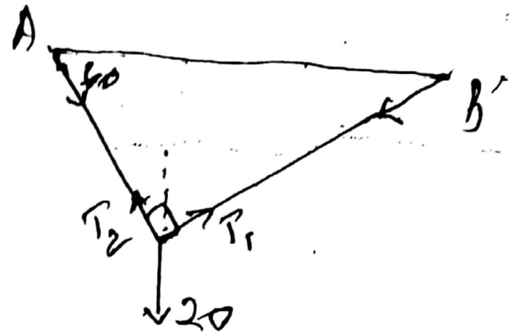
$= 196$

$R = 14$ (5)

$\tan\alpha = \dfrac{6\sin 60}{10 + 6\cos 60}$ (5)

$= \dfrac{3\sqrt{3}}{13}$

$\alpha = \tan^{-1}\left(\dfrac{3\sqrt{3}}{13}\right)$ (5)



$\dfrac{T_1}{\sin 150} = \dfrac{T_2}{\sin 120} = \dfrac{20}{\sin 90}$ (10)

$\dfrac{T_1}{\frac{1}{2}} = \dfrac{T_2}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 20$ (5)

$T_1 = 10$, (5)

$T_2 = 10\sqrt{3}$ (5)

Q11] a] ∵ $a = x + \frac{1}{x}$

$a^2 = (x + 1/x)^2 = x^2 + 2 + 1/x^2$ (5)

$\Rightarrow x^2 + 1/x^2 = a^2 - 2$ (5)

$x^3 + \frac{1}{x^3} = (x + \frac{1}{x})^3 - 3(x + 1/x)$ (5)

$= a^3 - 3a$ (5)

$\left(x^5 + \frac{1}{x^5}\right) = \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - (x + 1/x)$

$= (a^3 - 3a)(a^2 - 2) - a$ (5) (10)

$= a^5 - 5a^3 + 6a - a = a(a^4 - 5a^2 + 5)$ (5)

$\boxed{40}$

---

b] $\frac{y+z-x}{4} = \frac{z+x-y}{5} = \frac{x+y-z}{6} = t$ (say)

$y + z - x = 4t$ —①

$z + x - y = 5t$ —② (5)

$x + y - z = 6t$ —③

$\Rightarrow x + y + z = 15t$ → ④ (5)

④-① $2x = 11t$

④-② $2y = 10t$ (10) $\Rightarrow \frac{2x}{11} = \frac{2y}{10} = \frac{2z}{9}$ (5)

④-③ $2z = 9t$

$\frac{x}{11} = \frac{y}{10} = \frac{z}{9}$ (5)

$\boxed{30}$

---

c] let $\log_a b = x$ $\quad \log_b a = y$ (5)

$\Rightarrow b = a^x$ ① $\quad \Rightarrow a = b^y$ ②

①,② $\Rightarrow a = (a^x)^y = a^{xy}$

$\log_a a = xy = 1$ (5)

$\log_a b . \log_b a = 1 \Rightarrow \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ (5) $\boxed{15}$

$\log_5 x^2 + \log_{5x}\left(\frac{5}{x}\right) = 1$

$2\log_5 x + \log_{5x} 5 - \log_{5x} x = 1$ (5)

$2\log_5 x + \frac{1}{\log_5 x + 1} - \frac{1}{\log_x 5 + 1} = 1$ (10)

let $t = \log_5 x$

$2t + \frac{1}{t+1} - \frac{t}{1+t} = 1$ (5)

$2t(t+1) + 1 - t = t + 1$ (5)

$2t^2 = 0$

$t = 0$ (5)

$\log_5 x = 0 \Rightarrow x = 1$ (5)

$\boxed{35}$

d] $\sqrt{5x - 9} + 1 = x$ —(*)

$5x - 9 = (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$ (5)

$x^2 - 7x + 10 = 0$ (10)

$(x-5)(x-2) = 0$ (5)

$x = 5$ or $x = 2$

If $x = 5$

L.H.S $= \sqrt{25-9} + 1 = 5 =$ R.H.S

$x = 5$ is a Solution of (*)

If $x = 2$

L.H.S $= \sqrt{10-9} + 1 = 2 =$ R.H.S

$x = 2$ is also Solution of (*)

Q12 a) $ax^2 + bx + c = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$ (10)

If Roots are real then $\Delta \geq 0$

$b^2 - 4ac \geq 0$ (5)

$b^2 \geq 4ac$

$\left(\frac{b}{2}\right)^2 \geq ac$ (5)

$\boxed{20}$

---

b) $ax^2 + (a+b)x + b = 0$

$\Delta = (a+b)^2 - 4ab$ (10)

$= a^2 + 2ab + b^2 - 4ab$

$= a^2 - 2ab + b^2$ (5)

$= (a-b)^2 \geq 0$ (5)

$\boxed{20}$

So roots are real.

Let α, β be the roots of $ax^2 + (a+b)x + b = 0$

$\alpha + \beta = -\frac{(a+b)}{a}$ —(10)

$\alpha\beta = \frac{b}{a}$ —(10)

$\boxed{20}$

$$\frac{(\alpha+1)}{\beta} + \frac{(\beta+1)}{\alpha}$$

$$= \frac{\alpha^2+\alpha+\beta^2+\beta}{\alpha\beta} \quad (10)$$

$$= \frac{(\alpha+\beta)^2+(\alpha+\beta)-2\alpha\beta}{\alpha\beta}$$

$$= \frac{\frac{(a+b)^2}{a^2} - \frac{(a+b)}{a} - \frac{2b}{a}}{\frac{b}{a}} \quad (10)$$

$$= \frac{a^2+2ab+b^2-a^2-ab-2ab}{ab} \quad (5)$$

$$= \frac{b(b-a)}{ab} \; (5) = \frac{(b-a)}{a} \; — (1)$$

30

$$\frac{(\alpha+1)}{\beta}\frac{(\beta+1)}{\alpha} = \frac{\alpha\beta+(\alpha+\beta)+1}{\alpha\beta} \quad (10)$$

$$= \frac{\frac{b}{a} - \frac{(a+b)}{a} + 1}{b/a} \quad (10)$$

$$= \frac{\frac{b}{a} - 1 - \frac{b}{a} + 1}{b/a} = 0 \; — (2) \quad (5)$$

The quadratic equation with $\frac{(\alpha+1)}{\beta}$ and $\frac{(\beta+1)}{\alpha}$ as its roots is

$$x^2 - \left(\frac{\alpha+1}{\beta} + \frac{\beta+1}{\alpha}\right)x + \left[\frac{(\alpha+1)}{\beta} \cdot \frac{(\beta+1)}{\alpha}\right] = 0$$

$$x^2 - \frac{(b-a)}{a}x = 0 \quad (10)$$

$$ax^2 + (a-b)x = 0 \quad (5)$$

40

If $\alpha = \beta$

(2) $\frac{(\alpha+1)^2}{\alpha^2} = 0 \; (5) \Rightarrow \left(\frac{\alpha+1}{\alpha}\right) = 0$

(1) $\Rightarrow \frac{2(\alpha+1)}{\alpha} = \frac{b-a}{a} = 0 \quad (10)$

$\Rightarrow a = b \quad (5)$

20

13]

$$\frac{f(x)}{(x-1)(x+1)} = \frac{2x^3+x^2-2x+1}{(x-1)(x+1)}$$

$$= Ax+B + \frac{C}{(x+1)} + \frac{D}{(x-1)} \quad (10)$$

$$2x^3+x^2-2x+1 = (Ax+B)(x^2-1) + C(x-1) + D(x+1)$$

$x=1$ $\quad f(2) = 2 = 2D \Rightarrow D = 1 \quad (5)$

$x=-1$ $\quad f(-2) = 2 = -2C \Rightarrow C = -1 \quad (5)$

$x^3 \Rightarrow \quad A = 2 \quad (5)$

$x^2 \Rightarrow \quad B = 1 \quad (5)$

$$\frac{f(x)}{(x-1)(x+1)} = 2x+1 - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x-1}$$

30

$$\frac{f(x)}{(x^2-1)} = (2x+1) + \frac{-x+1+x+1}{(x^2-1)} \quad (5)$$

$$\frac{f(x)}{(x^2-1)} = (2x+1) + \frac{2}{(x^2-1)} \quad (5)$$

When $f(x)$ is divided by $(x^2-1) \Rightarrow 2$ the remainder (5) quotient (5) $(2x+1)$

20

b] $f(x) = x^4 + ax^3 - 2x^2 + bx + c$

$(x+1)$ is a factor of $f(x)$

So $f(x) = \phi(x).(x+1) \quad (10)$

$f(-1) = -a - 1 - b + c = 0$

$a+b-c = -1 \; — (1) \quad (10)$

$-7x-11$ is remainder when $f(x)$ is divided by (x^2+2x-3)

$f(x) = \phi(x)(x+3)(x-1) - 7x - 11 \quad (15)$

$x=1$ $\quad f(1) = a+b+c = -17 \; — (2) \quad (10)$

$x=-3$ $\quad f(-3) = 81 - 27a - 18 - 3b + c = 21 - 11$

$27a + 3b - c = 63 \; — (3) \quad (10)$

(1), (2), (3)

$c = -8 \quad (5)$

$b = -12 \quad (5)$

$a = 3 \quad (5)$

$$f(x) = x^4 + 3x^3 - 2x^2 - 12x - 8$$

70

$\tan 3A$

$= \tan(2A+A)$ (5)

$= \dfrac{\tan 2A + \tan A}{1 - \tan 2A \tan A}$ (5)

$= \dfrac{\dfrac{2\tan A}{1-\tan^2 A} + \tan A}{1 - \dfrac{2\tan A}{1-\tan^2 A}\tan A}$ (5)

$= \dfrac{2\tan A + \tan A - \tan^3 A}{1 - \tan^2 A - 2\tan^2 A}$ (5)

$= \dfrac{3\tan A - \tan^3 A}{1 - 3\tan^2 A}$ (5) $\boxed{25}$

---

put $A = \frac{\pi}{8}$ (5)

$\tan\frac{\pi}{4} = \dfrac{2\tan\frac{\pi}{8}}{1-\tan^2\frac{\pi}{8}}$ (5)

$1 - \tan^2\frac{\pi}{8} = 2\tan\frac{\pi}{8}$ (5)

$\tan^2\frac{\pi}{8} + 2\tan\frac{\pi}{8} - 1 = 0$ $\boxed{15}$

put $A = \frac{\pi}{12}$ (5)

$\tan\frac{\pi}{4} = \dfrac{3\tan\frac{\pi}{12} - \tan^3\frac{\pi}{12}}{1 - 3\tan^2\frac{\pi}{12}}$ (5)

$1 - 3\tan^2\frac{\pi}{12} = 3\tan\frac{\pi}{12} - \tan^3\frac{\pi}{12}$ (5)

$\tan^3\frac{\pi}{12} - 3\tan^2\frac{\pi}{12} - 3\tan\frac{\pi}{12} + 1 = 0$ $\boxed{15}$

(b)

$x = \sec\theta - \tan\theta$

$= \dfrac{1-\sin\theta}{\cos\theta}$ (5)

$y = \operatorname{cosec}\theta + \cot\theta$

$= \dfrac{1+\cos\theta}{\sin\theta}$ (5)

$xy + x - y + 1$

$= \left(\dfrac{1-\sin\theta}{\cos\theta}\right)\left(\dfrac{1+\cos\theta}{\sin\theta}\right) + \dfrac{1-\sin\theta}{\cos\theta} - \dfrac{1+\cos\theta}{\sin\theta} + 1$ (10)

$= \dfrac{1 + \cancel{\cos\theta} - \cancel{\sin\theta} - \cancel{\sin\theta\cos\theta} + \cancel{\sin\theta} - \sin^2\theta - \cancel{\cos\theta} - \cos^2\theta + \cancel{\sin\theta\cos\theta}}{\sin\theta\cos\theta}$ (15)

$= \dfrac{1-1}{\sin\theta\cos\theta} = 0$ (5) $\boxed{40}$

(c) $\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 60^\circ \cos 80^\circ$

$= \frac{1}{2}\{\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ\}$ (5)

$= \frac{1}{4}\{\cos 60^\circ + \cos 20^\circ\}\cos 80^\circ$ (5)

$= \frac{1}{4}\left[\cos 60^\circ\cos 80^\circ + \cos 80^\circ\cos 20^\circ\right]$ (5)

$= \frac{1}{4}\left[\frac{1}{2}\cos 80^\circ + \cos 80^\circ \cos 20^\circ\right]$ (5)

$= \frac{1}{8}\left[\cos 80^\circ + 2\cos 80^\circ \cos 20^\circ\right]$ (5)

$= \frac{1}{8}\left[\cos 80^\circ + \cos 100^\circ + \cos 60^\circ\right]$ (5)

$= \frac{1}{8}\left[\cos 80^\circ - \cos 80^\circ + \cos 60^\circ\right]$ (5)

$= \frac{1}{16}$ (5) $\boxed{35}$

Aliter

$\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 60^\circ \cos 80^\circ$

$= \frac{1}{2}\cos 20^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ$ (5)

$= \dfrac{1}{4\sin 20^\circ}\sin 40^\circ \cos 40^\circ \cos 80^\circ$ (10)

$= \dfrac{1}{8\sin 20^\circ}\sin 80^\circ \cos 80^\circ$ (5)

$= \dfrac{1}{16\sin 20^\circ}\sin 160^\circ$ (5)

$= \dfrac{\sin 20^\circ}{16\sin 20^\circ}$ (5) $\boxed{35}$

$= \frac{1}{16}$ (5)

$f(x) = (x+p)(x+1)(x+q)$

$= (x^2+2px+p^2)(x^2+(q+1)x+q)$

$x^3 \Rightarrow 2p+q+1 = 3$ (5)

$2p+q = 2$ — (1)

$x^2 \Rightarrow 2p(q+1)+p^2+q = -2$ — (2) (5)

(1),(2) $2p(3-2p)+p^2+2-2p = -2$ (5)

$3p^2-4p-4 = 0$

$(3p+2)(p-2) = 0$ (5)

$p = 2$ or $p = -2/3$ (5)

then $q = -2$ or then $q = 10/3$ (5) $\boxed{30}$

14 (a) (i)

$\dfrac{1}{1-\cos\theta} + \dfrac{1}{1+\cos\theta}$

$= \dfrac{(1+\cos\theta)+(1-\cos\theta)}{(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)}$ (5)

$= \dfrac{2}{1-\cos^2\theta}$ (5)

$= \dfrac{2}{\sin^2\theta}$ (5)

$= 2\,\mathrm{cosec}^2\theta$ (5) $\boxed{20}$

(ii) $\dfrac{\cos\theta}{1+\sin\theta}$

$= \dfrac{\cos^2\theta/2 - \sin^2\theta/2}{\sin^2\theta/2+\cos^2\theta/2+2\sin\theta/2\cos\theta/2}$ (15)

$= \dfrac{(\cos\theta/2-\sin\theta/2)(\cos\theta/2+\sin\theta/2)}{(\cos\theta/2+\sin\theta/2)^2}$ (10)

$= \dfrac{\cos\theta/2-\sin\theta/2}{\cos\theta/2+\sin\theta/2}$ (5)

$= \dfrac{1-\tan\theta/2}{1+\tan\theta/2}$ (5)

$= \dfrac{\tan\frac{\pi}{4}-\tan\theta/2}{1+\tan\frac{\pi}{4}\tan\theta/2}$ (5)

$= \tan\left(\frac{\pi}{4}-\frac{\theta}{2}\right)$ (5) $\boxed{45}$

$1+\sin2\theta - \cos2\theta$

$= \dfrac{1+2\sin\theta\cos\theta+2\cos^2\theta-1}{1+2\sin\theta\cos\theta-(1-2\sin^2\theta)}$ (15)

$= \dfrac{2\cos\theta(\sin\theta+\cos\theta)}{2\sin\theta(\cos\theta+\sin\theta)}$ (5)

$= \cot\theta$ $\boxed{20}$

(iv) $\dfrac{\sin^2\theta}{1-\cos\theta} - \dfrac{\cos^2\theta}{1+\sin\theta}$

$= \dfrac{1-\cos^2\theta}{1-\cos\theta} - \dfrac{1-\sin^2\theta}{1+\sin\theta}$ (10)

$= \dfrac{(1-\cos\theta)(1+\cos\theta)}{1-\cos\theta} - \dfrac{(1-\sin\theta)(1+\sin\theta)}{1+\sin\theta}$ (5)

$= 1+\cos\theta - (1-\sin\theta)$ (5)

$= \cos\theta+\sin\theta$ (5) $\boxed{25}$

(b) $\theta = 18^\circ$

$5\theta = 90^\circ$

$2\theta = 90^\circ - 3\theta$ (5)

$\sin2\theta = \sin(90^\circ-3\theta)$ (5)

$\sin2\theta = \cos3\theta$ (5)

$2\sin\theta\cos\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$ (10)

$2\sin\theta = 4\cos^2\theta - 3$ $[\because \cos18^\circ \neq 0]$

$\Rightarrow 2\sin\theta = 4(1-\sin^2\theta)-3$

$\Rightarrow 4\sin^2\theta + 2\sin\theta - 1 = 0$ (5)

$\Rightarrow \sin\theta = \dfrac{-2 \pm \sqrt{4-4(4)(-1)}}{2(4)}$

$= \dfrac{-2 \pm 2\sqrt{5}}{2(4)}$

$= \dfrac{-1 \pm \sqrt{5}}{4}$ (5)

$\sin 18^\circ > 0$ (5)

$\therefore \sin18^\circ = \dfrac{\sqrt{5}-1}{4}$ $\boxed{40}$

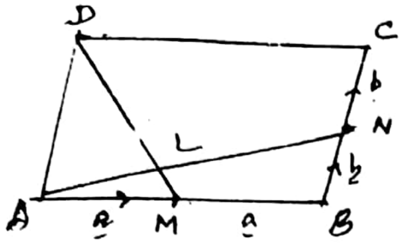
15. (a) $\tan(A+B) = \dfrac{\tan A+\tan B}{1-\tan A\tan B}$ (10) $\boxed{10}$

Put $B = A$

$\tan2A = \dfrac{\tan A+\tan A}{1-\tan A\tan A}$ (5)

$= \dfrac{2\tan A}{1-\tan^2 A}$ (5) $\boxed{10}$

16 a) $\lambda a + \mu b = 0 \Rightarrow \lambda = 0, \mu = 0$



(10)

$\overrightarrow{AN} = 2a + b$ (10)

$\overrightarrow{MD} = 2b - a$ (10)

$\overrightarrow{AL} = \lambda \overrightarrow{AN}$

$= \lambda(2a + b)$

$\overrightarrow{ML} = \mu \overrightarrow{MD}$

$= \mu(2b - a)$

$\overrightarrow{AL} + \overrightarrow{LM} = \overrightarrow{AM}$ (10)

$\lambda(2a + b) + \mu(a - 2b) = a$ (10)

$(2\lambda + \mu - 1)a + (\lambda - 2\mu)b = 0$ (10)

$2\lambda + \mu - 1 = 0$ + $\lambda - 2\mu = 0$ (10)

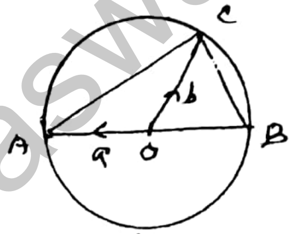
$4\mu + \mu - 1 = 0$ $\lambda = 2\mu$

$\mu = \frac{1}{5}$ $\lambda = \frac{2}{5}$ (10)

$AL : LN = 2 : 3$ (10)

$ML : LD = 1 : 4$ (10)

b)



(10)

$\overrightarrow{AC} = b - a$, $\overrightarrow{BC} = a + b$ (10)

$\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BC} = (b - a) \cdot (a + b)$ (10)

$= b^2 - a^2$

$= 0$ (10) $|a| = |b|$ (10)

$\therefore AC \perp \overrightarrow{BC}$

17) R

$R^2 = P^2 + Q^2$ ——— (1) (10)

$n^2R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\theta$ ——— (2) (10)

$(n+2)^2R^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\sin\theta$ ——— (3) (10)

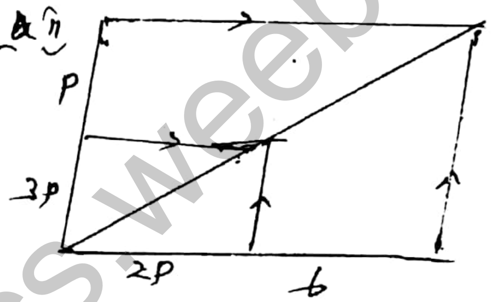
$(2) - (1) \Rightarrow (n^2 - 1)R^2 = 2PQ\cos\theta$ ——— (4) (10)

$(3) - (1) \Rightarrow [(n+2)^2 - 1]R^2 = 2PQ\sin\theta$ ——— (5) (10)

$\frac{(5)}{(4)} \Rightarrow \frac{(n+2)^2 - 1}{n^2 - 1} = \tan\theta$ (10)

$\frac{n+3}{n-1} = \tan\theta$ (10)

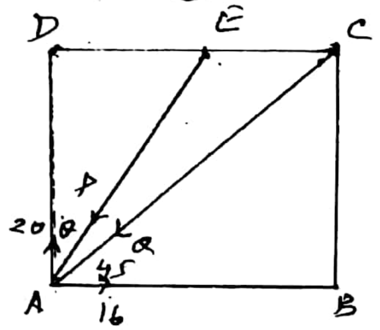
17) a ii)



(20)

$\frac{2P}{6} = \frac{3P}{P} = 3$ (10)

$P = 9$ (10)



$\tan\theta = \frac{1}{2}$

$\rightarrow$ $16 - Q\cos 45 - P\sin\theta = 0$ (10)

$16 - \frac{Q}{\sqrt{2}} - P\frac{1}{\sqrt{5}} = 0$ (5)

$\frac{P}{\sqrt{5}} + \frac{Q}{\sqrt{2}} = 16$ ——— (1) (5)

$\uparrow$ $20 - P.\frac{2}{\sqrt{5}} - \frac{Q}{\sqrt{2}} = 0$ (10)

$\frac{2P}{\sqrt{5}} + \frac{Q}{\sqrt{2}} = 20$ ——— (2) (5)

$P = 4\sqrt{5}$ (5)

$Q = 12\sqrt{2}$ (5)