



AOSA GradeFocus

Educational Institute

அல்பு பொதுத் தரநிலைப் பரீட்சை (உயர்நிலைப் பரீட்சை) இறுதி கலைப்பரீட்சை - தரம் 13 2017
General Certificate of Education (Adv. Level) Final Examination - Grade 13 2017

இணைந்த கணிதம் I
Combined Mathematics I

10 T I

நேரம் 3 மணித்தியாலம்
Time 3 Hours

அறிவுறுத்தல்கள்

- இவ்வினாத்தாள் பகுதி A (வினாக்கள் 1-10) பகுதி B (வினாக்கள் 11-17) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.

பகுதி A:

- எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக.
- ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் விடப்பட்டுள்ள இடத்தில் விடைகளை எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படின் நீர் மேலதிக தாள்களை பயன்படுத்தலாம்.

பகுதி B

- ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. உமது விடைகளை தரப்பட்ட தாள்களில் எழுதுக. ஒதுக்கப்பட்ட நேர முடிவில் பகுதி A மேலே இருக்கும்படியாக A, B ஆகிய இரண்டு பகுதிகளையும் ஒன்றாகச் சேர்த்துக் கட்டியபின் பரீட்சை மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி Bயை மாத்திரம் மண்பதத்திற்கு வெளியே எடுத்துச் செல்ல அனுமதிக்கப்படும்.

பரீட்சகரின் உபயோகத்திற்கு மட்டும்

பகுதி	வினா எண்	புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	

இறுதிப்புள்ளிகள்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டெண்கள்

விடைத்தாள்	
புள்ளிகளை பரீட்சித்தவர்	1.
மேற்பார்வை செய்தவர்	2.

பகுதி A

- 1) கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டை பயன்படுத்தி எல்லா நேர் நிறையெண் n இற்கு $x \geq 0$ ஆக $(1+x)^n \geq 1+nx$ என நிறுவுக.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

- 2) 5 தம்பதிகளில் இருந்து 4 பேர் கொண்ட ஒரு குழுவை பின்வரும் வகைகளில் எத்தனை வழிகளில் தெரிவு செய்யலாம்?
- கட்டுப்பாடு ஏதுமின்றி
 - 3 ஆண்களும் ஒரு பெண்ணும்
 - ஒரு தம்பதி இணைந்து இருக்க விரும்பாத போது

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

- 3) ஒரு ஆகன் வரிப்படத்தில் $|z - 4 - 4i| \leq 2$, $\text{Re}(z) \geq 4$, $\text{Im}(z) \geq 5$, $\text{Arg}(z) \geq \frac{\pi}{4}$ ஆகியவற்றை திருப்தியாக்கும் சிக்கலெண்கள் z ஐ வகைகுறிக்கும் புள்ளித்தொடையை கொண்ட பிரதேசத்தின் பரப்பு $\frac{\pi-1}{2}$ என காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- 4) $n \in \mathbb{Z}^+$ p மாறிலியாகும் போது $(2 + px)^n = 2^n (1 + x + \frac{7}{16}x^2 + \dots)$ எனின் n இன் பெறுமானத்தை காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5) பெறுமானம் காண்க. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x+4)^{3/2} + e^{x-9}}{x}$

6) $y = \sin(\pi x)$, $y = x^2 - x$, $x = 2$ இனால் அடைக்கப்பட்ட பரப்பளவை காண்க.

7) $x = pt, y = \frac{p}{t}$ இனால் தரப்படும் வளையி ஊ மீது உள்ள புள்ளி Q இல் இருக்கும் தொடலியின் படித்திறனை காண்க. இத்தொடலியின் x, y அச்சுகளை வெட்டும் புள்ளிகள் முறையே A, B எனின் புள்ளி Q ஆனது நேர்கோடு AB யின் நடுப்புள்ளி என காட்டுக.

8) $P_1(x_1, y_1), P_2(x_2, y_2), P_3(x_3, y_3)$ ஆகியன ஒரே நேர்கோட்டில் இருப்பின் $x_1(y_2 - y_3) - y_1(x_2 - x_3) + x_2y_3 - x_3y_2 = 0$ என காட்டுக. $(2, 5), (-7, 1)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டின் சமன்பாட்டை காண்க.

9) $x^2 + y^2 = 2$, $x^2 + y^2 + 3x - 3y - 8 = 0$ ஆகிய வட்டங்கள் உள்ளே தொடும் என காட்டி பொது தொடலியின் சமன்பாட்டை காண்க.

10) வழமையான குறியீடுகளில் முக்கோணி ABC யின் பரப்பளவு $\Delta \frac{1}{2}bc \sin A$ என காட்டுக.

$\Delta \cot \frac{A}{2} = bc - \Delta \tan \frac{A}{2}$ என நிறுவுக. இங்கு Δ முக்கோணியின் பரப்பளவு ஆகும்.

பகுதி B

11)

a) $a \in \mathbb{R}$ எனக் கொள்வோம். சமன்பாடு $(x + a + 2)^2 + (x - a)^2 = 2$ இன் மூலங்கள் மெய் ஆகும்போது a இன் வீச்சை காண்க. மேலுள்ள சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α, β எனின் $3\alpha + 2, 3\beta + 2$ இனை மூலங்களாக உடைய சமன்பாட்டை காண்க.

$|\alpha - \beta| = 2$ எனின் a இன் பெறுமானத்தை காண்க.

b) பல்லுறுப்பி $f(x) \equiv x^3 - 3x^2 + Px + 8$ இனை $(x - 2)$ இனால் வகுக்கும் போது மீதி 2 ஆகும். P இன் பெறுமானத்தை காண்க.

இதிலிருந்து அல்லது வேறுமுறையில்

$g(x) \equiv x^2 - x - 4, H(x) \equiv f(x) + g(x)$ எனின் $H(x) = 0$ இனை தீர்க்க.

c) $x^2 + ax + b = 0$ இன் மூலங்கள் $\lambda, 3\mu$. $x^2 + cx + d = 0$ இன் மூலங்கள் $3\lambda, \mu$ எனின் $b = d$ என காட்டுக. இங்கு a, b, c, d ஆகியன மாறிலிகள் ஆகும். இதிலிருந்து λ, μ இன் வர்க்கங்களை மூலங்களாக கொண்ட சமன்பாட்டை காண்க.

12)

a) $x > 0$. ஈருறுப்பு விரிவு $(1 + x)^{30}$ இன் மிகப்பெரிய குணகத்தை காண்க. மிகப்பெரிய குணகத்தை கொண்ட உறுப்பே மிகப்பெரிய உறுப்பு எனின் $\frac{15}{16} < x < \frac{16}{15}$ என காட்டுக.

b) தொடர் $4, 13, 26, 43, \dots$ இன் n ஆம் உறுப்பு $An^2 + Bn + C$ எனின் A, B, C ஆகியவற்றை காண்க.

$$\frac{4}{1!} + \frac{13}{2!} + \frac{26}{3!} + \frac{43}{4!} + \dots + \frac{An^2 + Bn + C}{n!} + \dots$$

முடிவிலி தொடரின் கூட்டுத்தொகை $6e + 1$ என காட்டுக.

இங்கு $e = 1 + \sum_{r=1}^{\infty} \frac{1}{r!}$ ஆகும்.

13)

a) $A = \begin{bmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ எனின் $(6I_2 - A)A$ இன் பெறுமானத்தை காண்க. இங்கு $I_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

இதிலிருந்து A^{-1} இனை காண்க. $4x + 7y = 11$

$x + 2y = 3$ இருபடிச்சமன்பாடுகளை தாய வடிவில் காட்டி தீர்வுகளை

பெறுக.

b) $12 + 5i$ இன் வர்க்கமூலங்களை $a + bi$ வடிவில் தருக. அவை புள்ளி P, Q இனால் வகைகுறிக்கப்படின் அவற்றை ஆகன் வரிப்படத்தில் குறிக்க. Q' ஆனது Q இன் சிக்கல்இனை ஆகும். $OPRQ'$ ஒரு சாய்சதுரமாக அமையும் எனின் சிக்கலெண் R இனை காண்க.

c) $|z - 1| = |z - 3i|$ ஐத் திருப்தியாக்கும் சிக்கலெண் z இன் ஒழுக்கை ஆகன் வரிப்படத்தில் வரைக. $|z|$ இழிவாகும் நிலையில் சிக்கலெண் z இன் ஆள்சுற்றை காண்க.

14)

a) $x = \sin \theta, y = \sin n\theta$ என்க. n ஒரு மாறிலி. $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$. n, θ சார்பாக $\frac{dy}{dx}, \frac{d^2y}{dx^2}$ ஆகியவற்றை காண்க.

$(1 - x^2) \frac{d^2y}{dx^2} - x \frac{dy}{dx} + n^2y = 0$ என காட்டுக.

b) தரப்பட்ட வளையி ஒன்றிலுள்ள எந்த ஒரு புள்ளியும் $x = 3(2\theta - \sin 2\theta), y = 3(1 - \cos 2\theta)$ என தரப்பட்டுள்ளது. $\theta = \frac{\pi}{4}$ ஆகும்போது புள்ளி P இல் வரையப்படும் தொடலி, செவ்வன் y அச்சை வெட்டும் புள்ளிகள் முறையே L, M எனின் முக்கோணி PLM இன் பரப்பளவு $\frac{9}{4}(\pi - 2)^2$ என காட்டுக.

c) $Y_1 = \frac{x}{2}\sqrt{25-x^2}$ $Y_2 = \frac{25}{2}\sin^{-1}\frac{x}{5}$ எனின் $\frac{dy_1}{dx} + \frac{dy_2}{dx} = \sqrt{25-x^2}$ என காட்டுக.

15)

a) $t = \tan \frac{x}{2}$ என பிரதியிடுவதன் மூலம் $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\frac{(1-\cos x)}{(1+\sin x)}} dx = 2\sqrt{2} \int_0^1 \frac{t}{(1+t)(1+t^2)} dt$ என காட்டுக.

$\frac{t}{(1+t)(1+t^2)}$ இனை பகுதிப்பின்னங்களாக காட்டுக. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{\frac{(1-\cos x)}{(1+\sin x)}} dx = (\pi - 2\ln 2) \frac{\sqrt{2}}{4}$ என நிறுவுக.

b) a, b, c ஆகியன மாறிலிகள் எனின் $b^2 = 4ac$ ஆகும்.

$\frac{d}{dx} \left[\frac{Px+Q}{ax^2+bx+c} \right] = \frac{1}{(ax^2+bx+c)^2} - \frac{R}{ax^2+bx+c}$ எனின் P, Q, R இனை காண்க. $\int_0^1 \frac{1}{(x^2+4x+1)^2} dx$ இன் பெறுமானத்தை காண்க.

16)

a) நேர்கோடு $ax + by + c = 0$ இல் புள்ளி $P(x_0, y_0)$ இன் விம்பம் புள்ளி (x_1, y_1) எனின் $x_1 = x_0 + at_0, y_1 = y_0 + bt_0$ என காட்டுக. இங்கு $t_0 = \frac{-2(ax_0+by_0+c)}{a^2+b^2}$ முக்கோணி ABC இன் உச்சிகள் $A(3,4) B(7,2) C(5,8)$ எனின் ABC இருசமபக்க முக்கோணி என காட்டுக. உச்சி A ஊடான இடையச் சமன்பாட்டை ஆடிவிம்பக் கோட்பாடு மூலம் காண்க.

b) $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0, x^2 + y^2 + 2g'x + 2f'y + c' = 0$ எனும் வட்டங்கள் நிமிர்கோணமாக இடைவெட்டுவதற்கான நிபந்தனையை பெறுக.

$x^2 + y^2 + 2x - 4y - 11 = 0$ எனும் வட்டமும் $x - y + 1 = 0$ எனும் கோடும் A, B இல் இடைவெட்டுகின்றன.

i) AB விட்டமாகவுடைய வட்டச்சமன்பாடு

ii) A, B யின் ஊடு சென்று தரப்பட்ட வட்டத்தை நிமிர்கோணமாக இடைவெட்டும் வட்டச்சமன்பாடு ஆகியவற்றை காண்க

17)

a) $\theta \in \mathbb{R}$ ஆகும் போது $-7 << 5 \cos \theta + 3 \cos(\theta - \pi/3) << 7$ என காட்டுக.

$f(\theta) = \frac{5}{5 \cos \theta + 3 \cos(\theta - \pi/3) + 8}$ எனின் $\theta \in \mathbb{R}$ ஆக $\frac{1}{3} << f(\theta) << 5$ என காட்டுக. $0 < \theta < 2\pi$ ஆக

$f(\theta) = 5/8$ இனை தீர்க்க.

b) $(\cos A + \cos B)^2 + (\sin A + \sin B)^2 = 4 \cos^2(\frac{A-B}{2})$ என நிறுவுக. இதிலிருந்து

$(\cos 3x + \cos x)^2 + (\sin 3x - \sin x)^2 = 1$ இனை தீர்க்க.

c) எந்த ஒரு ΔABC இலும் \sin விதியினை கூறி நிறுவுக. ΔABC இன் பக்கநீளங்களுக்கு இடையிலான விகிதம் $1:1:\sqrt{3}$ எனின் முக்கோணியின் கோணங்களை காண்க.



AOSA GradeFocus

Educational Solutions

கல்வியியல் தரப்படிப்பி (உயரநிலைப் பரீட்சை) இறுதி தேர்வைப் பரீட்சை - தரம் 13 2017
 General Certificate of Education (Adv. Level) Final Examination - Grade 13 2017

இணைந்த கணிதம் II
 Combined Mathematics II

10 T II

நேரம் 3 மணித்தியாலம்
 Time 3 Hours

அறிவுறுத்தல்கள்

- இவ்வினாத்தாள் பகுதி A (வினாக்கள் 1-10) பகுதி B (வினாக்கள் 11-17) என்னும் இரு பகுதிகளை கொண்டுள்ளது.

பகுதி A:

- எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக.
- ஒவ்வொரு வினாவிற்கும் விடப்பட்டுள்ள இடத்தில் விடைகளை எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படின்றி மேலதிக தாள்களை பயன்படுத்தலாம்.

பகுதி B

- ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. உமது விடைகளை தரப்பட்ட தாள்களில் எழுதுக. ஒதுக்கப்பட்ட நேர முடிவில் பகுதி A மேலே இருக்கும்படியாக A,B ஆகிய இரண்டு பகுதிகளையும் ஒன்றாகச் சேர்த்துக் கட்டியபின் பரீட்சை மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி Bயை மாத்திரம் மண்டபத்திற்கு வெளியே எடுத்துச் செல்ல அனுமதிக்கப்படும்.

பரீட்சகரின் உபயோகத்திற்கு மட்டும்

பகுதி	வினா எண்	புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	

இறுதிப்புள்ளிகள்

இலக்கத்தில்	
எழுத்தில்	

குறியீட்டுணைகள்

விடைத்தாள்	
புள்ளிகளை பரீட்சித்தவர்	1.
மேற்பார்வை செய்தவர்	2.

பகுதி A

- 1) ஒரு துணிக்கையானது ஓய்வில் இருந்து புறப்பட்டு சீரான ஆர்முடுகல் $2f$ உடன் இயங்குகின்றது. பின்னர் அது சீரான அமர்முடுகல் f உடன் இயங்கி மொத்த தூரம் s ஐப் பயணம் செய்த பின்னர் ஓய்வடைகின்றது. வேக - நேர வரைபை வரைக. தூரம் s இன் முதல் அரைப்பகுதியில் துணிக்கையின் சராசரி வேகத்தை காண்க.

- 2) 800kg திணிவையுடைய மோட்டார் வண்டி நேரான ஒரு கிடைப் பாதையில் பயணிக்கும் போது 0.5Nkg^{-1} நிறையுடைய தடை விசை தொழிற்படுகின்றது. வண்டியின் இயந்திரம் 4kW வலுவில் செயற்படுகின்றது. மோட்டார் வண்டியின் வேகம் $u\text{kmh}^{-1}$ ஆகும் போது வண்டியின் ஆர்முடுகல் $\frac{36-u}{2u}\text{ms}^{-1}$ எனக் காட்டுக. இந்நிலையின் கீழ் வண்டி பெறக்கூடிய உயர் வேகத்தை உய்த்தறிக.

- 3) எறிபொருள் ஒன்றின் கிடை வீச்சு R உம் R இற்கு இரண்டு வீசுகோடுகளும் இருப்பின் அவற்றின் அதியுயர் உயரங்கள் h_1, h_2 உம் பறப்பு நேரங்கள் t_1, t_2 உம் எனின்

$$h_1 \cdot h_2 = \frac{R^2}{16} \text{ எனவும் } t_1 \cdot t_2 = \frac{2R}{g} \text{ எனவும் காட்டுக.}$$

- 4) $M \text{ kg}$ திணுவையுடைய துப்பாக்கி ஒன்று கிடையான நிலத்தில் சுயாதீனமாக பின்னடிக்கக்கூடியது. துப்பாக்கிக் குழாயின் ஏற்றக் கோணம் α ஆகும். $m \text{ kg}$ திணுவையுடைய ஓடு ஒன்று சுடப்படுகின்றது. ஓடு குழாய் வழியே பயனிக்கும் போது துப்பாக்கி தொடர்பாக அதன் கதி $u \text{ ms}^{-1}$. பூமி தொடர்பாக குண்டு கிடையுடன் v கோணத்தில் குழாயை விட்டு வெளியேறும் எனின் $\tan v = \frac{(M+m)}{m} \tan \alpha$ எனக் காட்டுக. துப்பாக்கி $1m$ தூரத்தில் ஓய்வுக்கு வருமாறு மாறா கிடை விசை $F \text{ N}$ அதன் இயக்கத்திற்கு எதிராக பிரயோகிக்கப்படின் F ஐத் துணிக.

- 5) a, b என்பன இரண்டு காவிகளாகும். அத்துடன் $|a| = 3, |b| = 5$ ஆகும். a, b ஆகியவற்றுக்கு இடையிலான கோணத்தை தீர்மானித்து a, b ஐக் காண்க.

- 6) சீரற்ற கோல் PQ இன் முனை P ஆனது கரடான கோளமொன்றின் அதிதாழ் புள்ளியில் இருக்க கோளத்தினுள் எல்லைச் சமனிலையில் உள்ளது. உராய்வுக் கோணம் 30° ஆகும். கோளத்தின் ஆரையானது கோலின் நீளத்திற்கு சமனாக உள்ளது. புவியீர்ப்பு மையம் G ஆயின் $\frac{PG}{GQ} = 2$ எனக் காட்டுக. மேலும் P இல் தாக்கும் உராய்வு விசை, செவ்வன் மறுதாக்கம் என்பவற்றிற்கான விளையுள் விசை S_1 ஆகவும் அவ்வாறே B இல் உள்ள விளையுள் விசை S_2 ஆகவும் இருப்பின் $\frac{S_1}{S_2}$ ஐக் காண்க.

7) A, B இரு நிகழ்ச்சிகளாகும். $P(A'/B') = \frac{5}{6}, P(A) = \frac{1}{6}, P(B) = \frac{2}{3}$ எனின்

1. $P(A \cup B)$ 2. $P(A \cap B)$ என்பவற்றை காண்க

3. A, b என்பன சார் நிகழ்ச்சியா? சாரா நிகழ்ச்சியா?

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8) X என்னும் ஒரு நோய்க்கு A, B என்னும் இரண்டு நோய் அறிகுறிகள் மாத்திரம் உண்டு. நோய் அறிகுறி A ஐக் கொண்ட ஒருவருக்கு நோய் ஏற்பட்டு இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.2 உம் நோய் அறிகுறி B ஐக் கொண்ட ஒருவருக்கு நோய் ஏற்பட்டு இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு 0.8 உம் ஆகும். குறித்த ஒரு குழுவினரில் 40% இனருக்கு நோய் அறிகுறி A யும் எஞ்சிய 60% இனருக்கு நோய் அறிகுறி B உம் உண்டு இக்குழுவினரில் எவரேனுமொருவரை எழுமாறாக தெரிவு செய்தால் அவருக்கு நோய் X ஏற்பட்டு இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- 9) ஐந்து அவதானிப்புகளின் இடை, நியம விலகல் என்பன முறையே $5, 2\sqrt{2}$ ஆகும். இவற்றில் மூன்று 1,3,7 எனின் மற்றைய இரண்டையும் காண்க.

- 10) ஒரு வகுப்பிலுள்ள 10 மாணவர்களின் கணிதப்பாட புள்ளிகளைக் கொண்டு தயாரிக்கப்பட்ட அறிக்கையின்படி அம்மாணவர்களின் புள்ளிகளின் இடை, மாறல் திறன் என்பன முறையே 72, 216 ஆகும். அவ்வறிக்கையில் 90 புள்ளிகளைப் பெற்ற ஒரு மாணவனின் புள்ளி தவறுதலாக 100 எனப் பதியப்பட்டிருந்தது. திருத்தம் மேற்கொள்ளப்பட்ட பின்னான இடை, மாறல் திறன் என்பவற்றைக் காண்க.

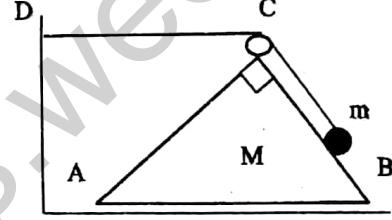
பகுதி B

- 11) a) புகையிரதங்கள் A, B என்பன சமாந்தரப் பாதைகளில் இயங்குகின்றன. A சீரான ஆர்முடுகலுடனும் B சீரான அமர்முடுகலுடன் இயங்குகின்றன. ஒரு கணத்தில் இரு புகையிரதங்களும் முன் முகப்புகள் ஒரே நிலையில் இருக்கையில் அவற்றின் வேகங்களுக்கிடையிலான விகிதம் $v_A : v_B = k_1 : k_2$ ஆகும். t நேரத்தின் பின் இரு புகையிரதங்களும் d தூரம் பயணம் செய்த பின் அவற்றின் வேகங்களுக்கிடையிலான விகிதம் $v_A : v_B = k_2 : k_1$ ஆகும்.

A இன் ஆர்முடுகல் = B இன் ஆர்முடுகல் = $\frac{2d(k_2 - k_1)}{(k_1 + k_2)t^2}$ எனக் காட்டுக.

- b) u வேகத்துடன் பாயும் ஆற்று நீருக்குச் சார்பாக v ($v > u$) வேகத்துடன் ஒரு பிள்ளையால் நீந்த முடியும். ஆறு வழியே மேலே குறித்த தூரம் நீந்திச் சென்று மீண்டும் வருவதற்கு எடுக்கும் காலம் t_1 உம் அதற்குச் சமமான தூரம் ஆற்றுக்குக் குறுக்கே ஆறு ஓடும் திசைக்குச் செங்குத்தாக நீந்திச் சென்று மீண்டும் திரும்ப எடுக்கும் காலம் t_2 எனின் $\frac{t_1}{t_2} = \frac{v}{\sqrt{v^2 - u^2}}$ என காட்டுக. $u > v$ எனின் யாது நிகழும்?

- 12) a) படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு M திணிவுள்ள ABC எனும் ஒப்பமான ஆப்பானது AB கிடைத்தரையில் தொடுகைகொள்ள ஓய்விலுள்ளது. m திணிவுடைய துணிக்கையானது ஓர் இழையின் நுனிக்கு இணைக்கப்பட்டு முகம் BC இல் வைக்கப்பட்டுள்ளது. இழையின் மறுமுனை D நிலைக்குத்துச் சுவரில் CD கிடையாக இருக்க நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. கோணம் $A = \alpha$, $C = \frac{\pi}{2}$ ஆகும்.



இழை இறுக்கமாக இருக்கையில் தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படின், ஆப்பினதும் துணிக்கையினதும் ஆர்முடுகலையும், இழையிலுள்ள இழுவையும் காண்பதற்கான போதிய சமன்பாடுகளை பெறுக.

துணிக்கையானது ஆப்பின் மீது இயக்கம் நடத்துவதற்கு, $\sin \alpha + \operatorname{cosec} \alpha < \frac{M}{m} + 2$ என காட்டுக.

- b) திணிவு m ஐயுடைய ஒரு துணிக்கை P ஆனது நீளம் a ஐயுடைய ஒரு இலேசான மீள்தன்மையில்லா இழையினால் ஒரு நிலைத்த புள்ளி O இலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. தொடக்கத்திலே இழை இறுக்கமாக இருக்க P யானது ஓய்விலிருக்கும்போது ஒரு வேகம் u ஆனது OP இற்குச் செங்குத்தான திசையில் துணிக்கை P யிற்கு கொடுக்கப்படுகிறது. பின்னர் நிகழும் இயக்கத்தில் OP யானது கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் கோணம் θ ஐ ஆக்கும்போது P இன் வேகம் v ஆகவும், இழையின் இழுவை T ஆகவும் இருப்பின், $v^2 = u^2 - 2ag + 2ag \cos \theta$ எனவும் $T = \frac{m}{a}(u^2 - 2ag + 3ag \cos \theta)$ எனவும் காட்டுக.

இத்துணிக்கை P யானது $u \geq \sqrt{5ag}$ எனும் நிபந்தனைக்கு உட்படுகிறது என்க. $n (> 1)$ என்பது அதிதாழ் புள்ளியில் துணிக்கையின் வேகத்திற்கும், அதியுயர் புள்ளியில் துணிக்கையின் வேகத்திற்கும் இடையிலுள்ள விகிதமாகும். இழையானது முதலில் கிடையாக வரும்போது

அதிலுள்ள இழுவை $T' = 2mg \left\{ \frac{n^2 + 1}{n^2 - 1} \right\}$ எனக் காட்டுக.

- 13) திணிவு m ஐயுடைய துணிக்கையொன்று இயற்கை நீளம் l ஐயும் மட்டு λ வையும் உடைய ஓர் இலேசான மீள்தன்மை இழையின் நுனி ஒன்றுடன் தொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இழையின் மற்றைய நுனி கிடையுடன் கோணம் $\sin^{-1} \left(\frac{1}{4} \right)$ இற்குச் சாய்ந்த ஒப்பமான தளம் ஒன்றின் மீதுள்ள ஒரு நிலைத்த புள்ளி A யுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழை அதியுயர் சரிவுக்கோடு ஒன்றின் வழியே ஈர்க்கப்பட்டிருக்க, தளத்தின் மீது $AC = l + c$ ஆன புள்ளி C யில் துணிக்கை நாப்பத்தில்

ஓய்விலிருக்கிறது. $\lambda = \frac{mg}{4c}$ எனக் காட்டுக இப்போது இழை $2c$ எனும் மேலதிக அளவினால் ஈர்க்கப்பட்டு $AD = l + 3c$ ஆகவுள்ள புள்ளி D இல் ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. $t = t$ இல் இழையின் நீளம் $l + c + x$ ஆக இருக்கும்போது

a) சக்திக்காப்பு விதியை பயன்படுத்தி \dot{x} ஆனது $4\dot{x}^2 + \frac{g}{c}x^2 - 4gc = 0$ இனால் தரப்படும் எனக்காட்டுக.

b) இதிலிருந்து $\ddot{x} = \frac{-g}{4c}x$ எனக்காட்டுக.

c) $x = A\cos\omega t + B\sin\omega t$ எனத் தரப்படின் A, B, ω என்பவற்றை காண்க.

d) இதிலிருந்து $\frac{4\pi}{3}\sqrt{\frac{c}{g}}$ நேரத்தின் பின்னர் இழை தளரும் எனக் காட்டி, அக்கணத்தில் துணிக்கையின் வேகத்தைக் காண்க.

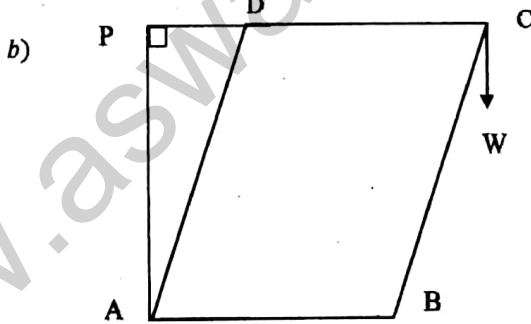
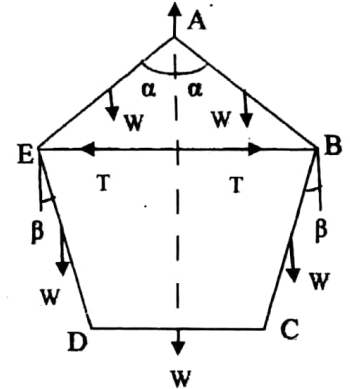
$c = \frac{2l}{3}$ எனில் தொடரும் இயக்கத்தில் துணிக்கை மட்டுமட்டாக A யை அடையும் எனக்காட்டுக.

14) a) $ABCDEF$ என்பது ஒழுங்கான அறுகோணியாகும். O அறுகோணியின் மையமாகும். விசைகள் $F, 2F, 3F, 4F, 5F, 6F$ முறையே $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CD}, \overline{DE}, \overline{EF}, \overline{FA}$ வழியே தாக்குகின்றன. இவ்விசைத் தொகுதியின் விளையுள் விசையின் பருமன், திசை, தாக்கக்கோடு ஆகியவற்றைக் காண்க. இவ் விளையுள் விசையானது தரப்பட்ட விசை ஒன்றுக்குச் சமந்தரம் எனக் காட்டுக. O விலிருந்து அவ்விசையின் தூரமும், விளையுள் விசையின் தூரமும் $2:7$ எனும் விகிதத்தில் இருக்கும் எனக்காட்டுக.

b) i) முக்கோணி ABC இல் CB இற்குச் சமந்தரமாக வரையப்பட்ட கோடு AB, AC ஐ D, E இல் இடைவெட்டுகிறது. $AD:DB = \alpha:\beta$, $AE:EC = \gamma:\delta$ எனின் $\overline{BC}, \overline{DE}$ ஐ $\overline{AB}, \overline{AC}$ இல் எழுதி $\alpha\delta = \beta\gamma$ எனக் காட்டுக.

ii) a, b என்பன பருமனில் சமனானவை ஆகும். $(a+b), (a-b)$ எனும் காவிகள் செங்குத்தானவை எனக்காட்டுக.

15) a) படத்தில் காட்டியபடி AB, BC, CD, DE, EA எனும் கோல்கள் சீரானதும் ஒவ்வொன்றும் நிறை W உடையதும் ஆகும். அவை முனைகளில் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டு A யிலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டு இலேசான BE எனும் கிடைக் கோலினால் சமச்சீராக பேணப்படுகிறது. AB, AE என்பன நிலைக்குத்துடன் β கோணமும் ஆக்குகின்றன. கோல் BE இல் உதைப்பு, $(2W\tan\alpha + W\tan\beta)$ எனக் காட்டுக. $ABCDE$ ஒழுங்கான ஐங்கோணியாயின் $T = W\cot\frac{\pi}{10}$ என உய்த்தறிக.



சட்டப்படல் $ABCD$ ஐந்து இலேசான சம கோல்கள் AB, BC, CD, DA, DB ஐக் கொண்டுள்ளது. கோல்கள் அழுத்தமாக மூட்டப்பட்டு நிலைப்புள்ளி A இற்கு அழுத்தமாக பிணைக்கப்பட்டுள்ளதுடன், திணிவு W ஐ C இல் காவும்போது, ஒரு இலேசான நீளமுடியாத

இழையினால் A, D இல் இணைக்கப்பட்டு அழுத்தமான முனை P இன் மேற்சென்று சமநிலையில் பேணப்படுகிறது. P ஆனது A இற்கு நிலைக்குத்தாக மேலேயும், CD உடன் கிடைநேர்கோட்டிலும் இருப்பின், வரைபு முறையினாலோ அல்லது வேறு வழியினாலோ பின்வருவனவற்றை காண்க.

- முனை P இலுள்ள உதைப்பு
- பிணையல் A இலுள்ள தாக்கம்
- கோல்களிலுள்ள விசைகளைக் கண்டு அவை உதைப்பா? இழுவையா? எனக் காண்க.

16) மையத்தில் 2α கோணத்தை அமைக்கும் சீரான வட்டவில் ஒன்றின் புவியீர்ப்பு மையம் $\frac{r \sin \alpha}{\alpha}$

எனக் காட்டுக. (இங்கு r - ஆரை)

இதிலிருந்து சீரான அரைவட்ட வில்லின் புவியீர்ப்பு மையத்திற்கு பெறப்பட்ட விடையின் உதவியுடன் சீரான அரைவட்ட அடரின் புவியீர்ப்பு மையத்தை காண்க.

$AB (= 2r)$ ஐ விட்டமாகவுடைய அரைவட்ட வில்லு ஆனது.

a) A இலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டால் AB ஆனது நிலைக்குத்துடன் ஆக்கும் கோணம் θ எனின், $\tan \theta = \frac{2}{\pi}$ எனக் காட்டுக.

ii) B இல் வில்லின் நிறைக்குச் சமமான நிறை கட்டித்தொங்கவிடப்பட்டால் AB நிலைக்குத்துடன் ஆக்கும் கோணம் α ஆனது $\tan \alpha = \frac{2}{3\pi}$ ஆல் தரப்படும் எனக் காட்டுக.

17) a) பேயிசின் தேற்றத்தை கூறுக.

ஒரு மனிதன் கார், மோட்டார் வண்டி, மிதிவண்டி என்பவற்றில் ஆபத்தான பயணங்களை மேற்கொள்வதற்கான நிகழ்தகவுகள் $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{1}{3}$ ஆகும். இவ்வாறான பயணங்களில் விபத்துக்கள் ஏற்படுவதற்கான நிகழ்தகவுகள் முறையே $\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{10}$ ஆகும்.

i) ஒரு பிரயாணத்தின் போது விபத்து ஏற்படுவதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

ii) ஒரு பிரயாணத்தில் விபத்து ஏற்பட்டது எனத்தரப்படி அப் பிரயாணம் மோட்டார் வண்டி மூலமானதாக இருப்பதற்குரிய நிகழ்தகவு யாது?

b) $x_i; i = 1, 2, 3, \dots, n$ என்னும் தரவுக்கூட்டமொன்றின் இடை \bar{x} ஐயும், நியம விலகல் S_x ஐயும் வரையறுக்க. உருமாற்றம் $u_i = 70 + 3x_i$ ஐப் பயன்படுத்தி x_i பெறுமானக்கூட்டம் u_i பெறுமானக்கூட்டமாக உருமாற்றப்படுகிறது. \bar{u}, S_u என்பனவற்றைக் கணிக்க.

அவ்வாறே உருமாற்றம் $u_i = a + by_i$ ஐப் பயன்படுத்தி y_i பெறுமானக் கூட்டத்தையும் ஒரே u_i பெறுமானக்கூட்டத்திற்கு உருமாற்ற வேண்டுமெனின் அத்துடன் $\bar{y} = 19, S_y = \frac{12}{5}$ எனத்

தரப்பட்டிருப்பின், $a, b > 0$ ஆக இருக்குமாறு a, b ஆகியவற்றைக் காண்க.

ஒத்த உருமாற்றத்திற்கு ஏற்ப x இன் பெறுமானம் 55, y இன் பெறுமானம் 32 என்னும்

நோக்கல்கள் உருமாற்றப்படுமெனின், அவ்விரு பெறுமானங்களில் கூடுதலான u பெறுமானம் எந்நோக்கலிற்கு கிடைக்கின்றதெனத் துணிக.