



தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்
முதலாம் தவணைப் பரீட்சை - 2021
Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru.
1st Term Examination - 2021

இணைந்த கணிதம் - A
 Combined mathematics - A

Three Hours

10

T

A

Gr -12 (2022)

சுட்டெண்

அறிவுறுத்தல்கள்:

- பகுதி A இன் எல்லாவினாக்களுக்கும் விடைஎழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக் கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்த கணிதம் I		
பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்த கணிதம் I

இணைந்த கணிதம் II

இறுதிப் புள்ளிகள்

1) $f(x) = kx^2 - 2k^2x + k$ எனக்கொள்வோம்; இங்கு $k \neq 0$, x இன் எல்லா மெய்யப் பெறுமானங்களுக்கும் $f(x) > 0$ ஆகுமாறு k இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

2) சமனிலி $\frac{1-2x}{3x+1} < 1$ ஐத் தீர்க்க.

3) $a = b + c$ எனின் $a^3 - b^3 - c^3 = 3abc$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $8(x-2)^3 - (x-1)^3 - (x-3)^3$ ஐக் காரணிப்படுத்துக.

4) $\frac{2x^2}{(x+1)(3x-1)}$ ஐப் பகுதிப்பிள்ளங்களாக்குக.

5) $\log_2 x + \log_x 2 = \frac{10}{3}$ ஐத் தீர்க்க.

6) $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ இற்கு $\sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}$ எனவும் $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ இற்கு $\cos \beta = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ எனவும் கொள்வோம்.
 $\sin(\alpha + \beta)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

7) i) $a = 4i + \mu j$ ஆகவும் $|a| = 5$ ஆகவும் இருப்பின் μ இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

8) உற்பத்தி O குறித்து A,B இன் தானக்காலிகள் முறையே $4i$, $2i + 2\sqrt{3}j$ ஆகும்.
 $\angle BOA$ இன் பருமனைக் கண்டு முக்கோணி OAB எவ்வகையான முக்கோணி என உய்த்தறிக.

.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....
.....

Scanned with CamScanner

9) $P, 70\text{ N}$ விசைகள் ஒரு புள்ளியில் 120° கோணத்தில் தாக்குகின்றன. அவற்றின் விளையுள் R ஆனது P க்கு செங்குத்து எனில் விசை P, R இன் பருமன்களைக் காண்க.

10) விசை F இனது ஒரு குறித்த திசை வழியே ஆன பிரித்த கூறு P ஆகும். P இற்கு செங்குத்தான F இன் மற்றய பிரித்த கூறு Q ஆகவும் $P:Q = 1:\sqrt{3}$ ஆகவும் இருப்பின் P, Q ஐ F சார்பில் கண்டு F, P க்கு இடைப்பட்ட கோணத்தைக் காண்க.



தொண்டைமாளாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்
முதலாம் தவணைப் பரீட்சை - 2021
Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru.
1st Term Examination - 2021

இணைந்த கணிதம் - B
Combined mathematics - B

Gr-12 (2022)

10

T

B

11) a) பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

(i) $2^{2x+2} - 65 \cdot 2^{x-2} + 1 = 0$

(ii) $\sqrt{x-2} + \sqrt{3+x} = 5$

(iii) $6x^4 - 25x^3 + 12x^2 + 25x + 6 = 0$

b) $a, b \in \mathbb{R}^+$ எனவும் $a, b \neq 1$ எனவும் கொள்வோம்.

$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$ எனக் காட்டுக.

$\frac{1}{\log_{xy} xyz} + \frac{1}{\log_{yz} xyz} + \frac{1}{\log_{zx} xyz}$ என்பதன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

12) a) $p, q \in \mathbb{R}$ எனவும் $f(x) = x^2 + px - (p-q)(2p-q)$ எனவும் கொள்வோம்.

(i) $f(x) = 0$ இன் பிரித்துக்காட்டியை p, q என்பவற்றில் எழுதி, இதிலிருந்து, $f(x) = 0$ இன் மூலங்கள் மெய்யானவை எனக் காட்டுக.

(ii) $f(x) = 0$ இன் மூலங்கள் α, β எனின் $\alpha + P, \beta + P$ என்பவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட சமன்பாட்டை p, q இன் சார்பில் காண்க.

(iii) $p < q < 2p$ எனின் $f(x) = 0$ இன் மூலங்கள் ஒரே குறியைக் கொண்டிருக்கும் எனக் காட்டுக.

b) $\frac{x}{x^2+1}$ என்ற கோவையானது $-\frac{1}{2}$ இலும் குறைவாகவோ அல்லது $\frac{1}{2}$ இலும் கூடவாகவோ இருக்க முடியாது எனக் காட்டுக.

c) $a, b, c \in \mathbb{R}$ இற்கு $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2$ எனக் கொள்வோம். $x-1, x+1$ என்பன $f(x)$ இன் காரணிகள் எனவும் $f(x)$ ஐ $x-2$ இனால் வகுக்க வரும் மீதி 12 எனவும் தரப்பட்டுள்ளன. a, b, c இன் பெறுமானங்களைக் காண்க. மேலும் $f(x)$ ஐ ஏகபரிமாணக் காரணிகளின் பெருக்கமாக எழுதுக.

13) a) பின்வரும் சர்வசமன்பாடுகளை நிறுவுக.

(i) $(\sin A + \cos A) (\tan A + \cot A) = \sec A + \operatorname{cosec} A$

(ii) $\sqrt{\frac{1+\sin A}{1-\sin A}} = \sec A + \tan A$; இங்கு $0 < A < \frac{\pi}{2}$

(iii) $\frac{\cos A}{1-\tan A} + \frac{\sin A}{1-\cot A} = \sin A + \cos A$

(iv) $\frac{\tan A + \sec A - 1}{\tan A - \sec A + 1} = \sec A + \tan A$

b) $\cos \theta + \sin \theta = a$, $\cos 2\theta = b$ எனத்தரப்படின் $\cos \theta - \sin \theta = \frac{b}{a}$ எனக்காட்டி $a^2(2 - a^2) = b^2$ என்பதை நிறுவுக.

c) $\cos(A - B) = 3 \cos(A + B)$ எனின் $\tan A \tan B = \frac{1}{2}$ எனக் காட்டுக.

14) a) பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

(i) $2 \cos^2 x = 3(1 - \sin x)$

(ii) $\sin 7x + \sin x = \sin 4x$

(iii) $\tan^2 x - (1 + \sqrt{3}) \tan x + \sqrt{3} = 0$

(iv) $\cos x + \sin x = \cos \frac{5\pi}{12} + \sin \frac{5\pi}{12}$

b) $\tan(A + B)$ இன் விரிவை எழுதுக. இதிலிருந்து $\tan 2A$ ஐ $\tan A$ சார்பில் எழுதுக.

$B + 2A = \frac{\pi}{4}$ எனில் $\tan B = \frac{1 - 2 \tan A + \tan^2 A}{1 + 2 \tan A - \tan^2 A}$ எனக்காட்டுக. B இற்கு பொருத்தமான

பெறுமானத்தை இடுவதன் மூலம் $\tan^2 \frac{\pi}{8} + 2 \tan \frac{\pi}{8} - 1 = 0$ எனக்காட்டுக.

மேலும் $\tan \frac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1$ என்பதை உய்த்தறிக.

15) a) முக்கோணி ABC இன் பக்கங்கள் BC, CA, AB என்பவற்றின் நடுப்புள்ளிகள் முறையே D, E, F ஆகும்.

(i) $\overline{AD} + \overline{BE} + \overline{CF} = \underline{0}$ எனவும்

(ii) $\overline{BC} = 2\overline{FE}$ எனவும் காட்டுக.

b) $OACB$ ஆனது $OA \parallel BC, OA = 2BC$ ஆகவும் உள்ள ஒரு சரிவம் ஆகும். O குறித்து A, B என்பவற்றின் தானக் காவிகள் முறையே a, b ஆகும். D ஆனது AC இன் மீது $AD:DC = 2:1$ ஆகுமாறு உள்ள புள்ளி ஆகும். நீட்டப்பட்ட BC ஆனது நீட்டப்பட்ட OD ஐ E இல் சந்திக்கின்றது.

(i) \overline{BC} ஐ a, b சார்பில் காண்க.

(ii) \overline{AC} ஐ a, b சார்பில் காண்க.

(iii) \overline{OD} ஐ a, b சார்பில் காண்க.

$OE = \lambda OD, BE = \mu BC$ எனக் கொண்டு

(iv) \overline{OE} ஐ \overline{OD} சார்பாக எழுதுக.

(v) \overline{OE} ஐ $\overline{OB}, \overline{BC}$ சார்பாக எழுதுக.

(vi) (iv), (v) இல் இருந்து λ, μ ஐக் கண்டு \overline{OE} ஐ a, b சார்பில் காண்க.

(vii) $OAE B$ பற்றி யாது கூறுவீர்.

(viii) $OD:DE, BC:CE$ ஆகிய விகிதங்களைக் காண்க.

16) a) $P, \sqrt{2} PN$ விசைகள் $\theta + \alpha$ கோணத்தில் தாக்குகின்றன. விளையுள் $2P$ ஆனது P உடன் θ கோணத்தை ஆக்குகின்றது.

(i) $\sin \theta = \sqrt{2} \sin \alpha$ எனவும்.

(ii) $\cos \theta + \sqrt{2} \cos \alpha = 2$ எனவும் காட்டுக.

b) P, Q, R ஆகிய மூன்று ஒரு தளவிசைகள் துணிக்கை O இல் தாக்கி சமநிலையில் உள்ளது. P, Q இற்கு இடைப்பட்ட கோணம் P, R இற்கு இடைப்பட்ட கோணத்தின் இரு மடங்கு எனில் $Q - R = \frac{PQ}{Q+R}$ எனக் காட்டுக.

17) a) O, A, B, C, D, E என்பன $O A B C D E$ ஆனது ஓர் ஒழுங்கான அறுகோணி அக அமையுமாறு தளம் ஒன்றில் உள்ள புள்ளிகள் ஆகும். புள்ளி O இல் $\overline{OA}, \overline{OB}, \overline{OC}, \overline{OD}, \overline{OE}$ வழியே முறையே $P, 2\sqrt{3}P, 4P, \sqrt{3}P, 2PN$ ஆகிய விசைகள் தாக்குகின்றன. விளையுளின் பருமனையும் விளையுள் OB உடன் ஆக்கும் கோணத்தையும் காண்க.

b) W நிறையுடைய துணிக்கை ஒன்று $5a$ நீளமுள்ள இலேசான நீளா இழையின் ஒரு நுனிக்கு கட்டப்பட்டு இழையின் மறு நுனி உயரமான புள்ளி O இற்கு கட்டப்பட்டு தொங்க விடப்பட்டு துணிக்கைக்கு கொடுக்கப்படும் கிடைவிசை P இனால் துணிக்கை O இற்கு கீழே $4a$ ஆழத்தில் இழை இறுக்கமாகவும் சாய்வாகவும் உள்ளவாறு நாப்பத்தில் பேணப்படுகின்றது. துணிக்கையின் சமநிலைக்கு விசை முக்கோணியை வரைந்து அதில் இருந்து விசை P இன் பருமனையும் இழையில் உள்ள இழுவையையும் காண்க.



தொண்டிமனாரறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்
1ம் தவணைப் பரீட்சை - 2021
Field Work Centre, Thondaimanaru
1st Term Examination - 2021

Grade - 12 (2022)

Combined Maths

Marking Scheme

1. $f(x) = kx^2 - 2k^2x + k$
 $k > 0$ and $\Delta = 4k^4 - 4k^2 < 0$ (5)
 $k > 0$ and $4k^2(k^2 - 1) < 0$ (5)
 $k > 0$ and $4k^2(k-1)(k+1) < 0$ (5)
 $k > 0$ and $-1 < k < 1$ (5)
 $0 < k < 1$ (5) 25

2. $\frac{1-2x}{3x+1} < 1$
 $\frac{1-2x}{3x+1} - 1 < 0$
 $\frac{x}{3x+1} > 0$ (5)

x	$x < -\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3} < x < 0$	$x > 0$
$\frac{x}{3x+1}$	+	-	+

$x < -\frac{1}{3}$ or $x > 0$ (5) 25

3. $a = b + c$ (5)
 $a^3 = (b+c)^3$ (5)
 $a^3 = b^3 + c^3 + 3bc(b+c)$ (5)
 $a^3 = b^3 + c^3 + 3abc$ (5)
 $a^3 - b^3 - c^3 = 3abc$
 $8(x-2)^3 - (x-1)^3 - (x-3)^3$
 $= (2(x-2))^3 - (x-1)^3 - (x-3)^3$
 $= 3 \times 2(x-2)(x-1)(x-3)$ (5)
 $= 6(x-2)(x-1)(x-3)$ 25

4. $\frac{2x^2}{(x+1)(3x-1)} = A + \frac{B}{x+1} + \frac{C}{3x-1}$ (5)
 $2x^2 = A(x+1)(3x-1) + B(3x-1) + C(x+1)$
 Equating the coefficient both side we get
 $x^2; \quad 3A = 2$ and $x; \quad 2A + 3B + C = 0$
 $x^0; \quad -A - B + C = 0$
 $A = \frac{2}{3}, B = -\frac{1}{2}, C = \frac{1}{6}$ (5)
 $\frac{2x^2}{(x+1)(3x-1)} = \frac{2}{3} + \frac{-1}{2(x+1)} + \frac{1}{6(3x-1)}$ (5)
25

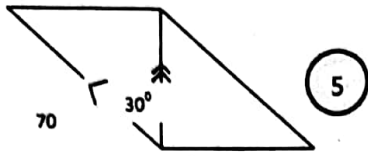
5. $\log_2 x + \log_x 2 = \frac{10}{3}$
 $\log_2 x + \frac{1}{\log_2 x} = \frac{10}{3}$ and let $\log_2 x = t$ (5)
 $t + \frac{1}{t} = \frac{10}{3}$ (5)
 $3t^2 - 10t + 3 = 0$ (5)
 $(3t-1)(t-3) = 0$
 $t = \frac{1}{3}$ or $t = 3$ (5)
 $\log_2 x = \frac{1}{3}$ or $\log_2 x = 3$ (5)
 $x = 2^{\frac{1}{3}}$, $x = 2^3$ (5) 25

6. $\cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha$ (5)
 $= 1 - \frac{1}{9}$
 $= \frac{8}{9}$
 $\cos \alpha = \frac{\sqrt{8}}{3}$ $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ (5)
 $\sin^2 \beta = 1 - \cos^2 \beta = 1 - \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$
 $\sin \beta = \frac{2}{\sqrt{5}}$ $\frac{\pi}{2} < \beta < \pi$ (5)
 $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$ (5)
 $= \frac{1}{\sqrt{10}} \times \left(\frac{-1}{\sqrt{5}}\right) + \frac{-3}{\sqrt{10}} \times \left(\frac{2}{\sqrt{5}}\right)$
 $= \frac{-7}{5\sqrt{2}}$ (5) 25

7. $\underline{a} = 4i + \mu j$ and $|\underline{a}| = 5$ (5)
 $4^2 + \mu^2 = 25$ (5)
 $\mu^2 = 9$ (5)
 $\mu = \pm 3$ (5) 25

8. $|\underline{OA}| = 4, |\underline{OB}| = 4$ (5)
 $|\underline{AB}| = 4$ (5)
 So $\angle BOA = \frac{\pi}{3}$ and (5)
 OAB is equilateral (5) 25

9.

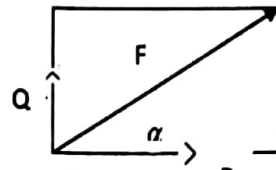


$$R = 70 \cos \frac{\pi}{6} = 35\sqrt{3}N$$

$$P = 70 \sin \frac{\pi}{6} = 35N$$

25

10.



$$F^2 = P^2 + Q^2$$

$$Q^2 = 3P^2$$

$$P = \frac{F}{2} \text{ and } Q = \frac{\sqrt{3}F}{2} \text{ and } \tan \alpha = \sqrt{3}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{3}$$

25

Part B

11. (a) (i)

$$2^{2x+2} - 65 \times 2^{x-2} + 1 = 0$$

$$4(2^x)^2 - \frac{65}{4} \times 2^x + 1 = 0$$

Let $2^x = t$ we have

$$4t^2 - \frac{65}{4}t + 1 = 0$$

$$16t^2 - 65t + 4 = 0$$

$$(16t-1)(t-4) = 0$$

$$t = \frac{1}{16} \text{ or } t = 4$$

$$2^x = \frac{1}{16} \text{ or } 2^x = 4$$

$$x = -4 \text{ or } x = 2$$

30

(ii)

$$\sqrt{x-2} + \sqrt{3+x} = 5$$

$$\sqrt{x-2} = 5 - \sqrt{3+x}$$

$$\sqrt{x-2}^2 = (5 - \sqrt{3+x})^2$$

$$x-2 = 25 - 10\sqrt{3+x} + 3+x$$

$$10\sqrt{3+x} = 30$$

$$3+x = 9$$

$$x = 6$$

$$x = 6, L.H.S = \sqrt{4} + \sqrt{9} = 5 = R.H.S$$

30

$$\text{iii) } 6x^4 - 25x^3 + 12x^2 + 25x + 6 = 0$$

$$6x^2 - 25x + 12 + 25\frac{1}{x} + \frac{6}{x^2} = 0$$

$$6(x^2 + \frac{1}{x^2}) - 25(x - \frac{1}{x}) + 12 = 0$$

$$\text{let } x - \frac{1}{x} = t$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = t^2 + 2$$

$$6(t^2 + 2) - 25t + 12 = 0$$

$$6t^2 - 25t + 24 = 0$$

$$(2t-3)(3t-8) = 0 \Rightarrow t = \frac{3}{2} \text{ or } t = \frac{8}{3}$$

$$t = \frac{3}{2}; x - \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$$

$$2x^2 - 3x - 2 = 0$$

$$(2x+1)(x-2) = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ or } x = 2$$

$$t = \frac{8}{3}; x - \frac{1}{x} = \frac{8}{3}$$

$$3x^2 - 8x - 3 = 0$$

$$(3x+1)(x-3) = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \text{ or } x = 3$$

50

(b) let $\log_a b = x$ and $\log_b a = y$
Then $a^x = b$ and $b^y = a$

$$(a^x)^y = b^y = a \quad (5)$$

$$a^{xy} = a \quad (5)$$

$$xy = 1 \quad (5)$$

$$x = \frac{1}{y} \quad (5)$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

20

$$\frac{1}{\log_{xy} xyz} + \frac{1}{\log_{yz} xyz} + \frac{1}{\log_{zx} xyz}$$

$$= \log_{xyz} xy + \log_{xyz} yz + \log_{xyz} zx$$

$$= \log_{xyz} (xyz)^2 \quad (5)$$

$$= 2 \log_{xyz} xyz \quad (5)$$

$$= 2 \quad (5)$$

20

Q12. (a)

$$(i) \Delta = p^2 + 4(1)(p-q)(2p-q) \quad (10)$$

$$= p^2 + 4(2p^2 - 3pq + q^2) \quad (5)$$

$$= 9p^2 - 12pq + 4q^2 \quad (5)$$

$$= (3p - 2q)^2 \quad (5)$$

$$\geq 0 \quad (5)$$

So the roots of $f(x) = 0$ are real (5)

35

b)

$$\text{let } y = \frac{x}{x^2+1}$$

$$yx^2 - x + y = 0$$

$$\text{if } x = 0 \text{ then } y = 0 \longrightarrow (1)$$

$$\text{if } y \neq 0$$

$$yx^2 - x + y = 0 \text{ is a quadratic equation in } x \quad (5)$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4y^2 \geq 0 \quad (5)$$

$$4y^2 - 1 \leq 0 \quad (5)$$

$$(2y-1)(2y+1) \leq 0 \text{ and } y \neq 0 \quad (5)$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{2} < y < \frac{1}{2} \text{ and } y \neq 0 \longrightarrow (2)$$

$$(1) \& (2) \Rightarrow -\frac{1}{2} < y < \frac{1}{2} \quad (5)$$

30

Q12.

$$(ii) \alpha + \beta = -p \quad (5)$$

$$\alpha\beta = -(p-q)(2p-q) \quad (5)$$

$$(\alpha+p)(\beta+p)$$

$$= \alpha\beta + p(\alpha + \beta) + p^2 \quad (5)$$

$$= -(p-q)(2p-q) - p^2 + p^2$$

$$= -(p-q)(2p-q) \quad (5)$$

$$(\alpha+p) + (\beta+p) = \alpha + \beta + 2p = p \quad (5)$$

The equation whose roots are $(\alpha+p), (\beta+p)$

$$x^2 - (\alpha+p+\beta+p)x + (\alpha+p)(\beta+p) = 0$$

$$x^2 - px - (p-q)(2p-q) = 0 \quad (5)$$

35

$$(iii) p < q < 2p$$

$$-(q-p)(2p-q) > 0 \quad (5)$$

$$-(p-q)(2p-q) > 0$$

$$\alpha\beta > 0 \quad (5)$$

α, β are same sign

10

(c)

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 2$$

$$f(1) = 0, f(-1) = 0, f(2) = 12$$

$$a + b + c - 2 = 0 \quad (5)$$

$$-a + b - c - 2 = 0 \text{ and } (5)$$

$$8a = 4b + 2c - 2 = 12 \quad (5)$$

$$a = 1, b = 2, c = -1$$

$$(5) \quad (5) \quad (5)$$

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2 \quad (5)$$

$$= (x-1)(x+1)(x+2)$$

Equating the coefficient x^0 ; $-2 = -k$

$$k = 2$$

$$f(x) = (x-1)(x+1)(x+2) \quad (5)$$

40

Q13.(a)

$$\begin{aligned} \text{ii)} \quad & (\sin A + \cos A)(\tan A + \cot A) \\ \text{5)} \quad & = (\sin A + \cos A) \left(\frac{\sin A}{\cos A} + \frac{\cos A}{\sin A} \right) \\ \text{5)} \quad & = (\sin A + \cos A) \left(\frac{\sin^2 A + \cos^2 A}{\sin A \cos A} \right) \\ \text{5)} \quad & = \frac{(\sin A + \cos A)}{\sin A \cos A} \\ \text{5)} \quad & = \frac{\sin A}{\sin A \cos A} + \frac{\cos A}{\sin A \cos A} \\ \text{5)} \quad & = \sec A + \operatorname{cosec} A \end{aligned}$$

25

(a)

$$\begin{aligned} \text{i)} \quad & \frac{\sqrt{1+\sin A}}{\sqrt{1-\sin A}} \\ & = \frac{\sqrt{(1+\sin A)(1+\sin A)}}{\sqrt{(1-\sin A)(1+\sin A)}} \quad \text{5)} \\ & = \frac{\sqrt{(1+\sin A)^2}}{\sqrt{\cos^2 A}} \quad \text{5)} \\ & = \frac{1+\sin A}{\cos A} \quad \text{10)} \\ & = \sec A + \tan A \quad \text{5)} \end{aligned}$$

25

(a)

$$\begin{aligned} \text{iii)} \quad & \frac{\cos A}{1-\tan A} + \frac{\sin A}{1-\cot A} \\ & = \frac{\cos A}{1-\tan A} - \frac{\sin A}{\csc A - 1} \quad \text{5)} \\ & = \frac{\cos A}{1-\frac{\sin A}{\cos A}} - \frac{\sin A}{\frac{\cos A}{\sin A} - 1} \quad \text{5)} \\ & = \frac{\cos^2 A}{\cos A - \sin A} - \frac{\sin^2 A}{\cos A - \sin A} \quad \text{5)} \\ & = \frac{\cos^2 A - \sin^2 A}{\cos A - \sin A} \quad \text{5)} \\ & = \frac{(\cos A + \sin A)(\cos A - \sin A)}{\cos A - \sin A} \quad \text{5)} \\ & = \cos A + \sin A \quad \text{5)} \end{aligned}$$

30

(a)

$$\begin{aligned} \text{iv)} \quad & \frac{\tan A + \sec A - 1}{\tan A - \sec A + 1} \\ & = \frac{\tan A + \sec A - (\sec^2 A - \tan^2 A)}{\tan A - \sec A + 1} \quad \text{5)} \\ & = \frac{\tan A + \sec A - (\sec A + \tan A)(\sec A - \tan A)}{\tan A - \sec A + 1} \quad \text{5)} \\ & = \frac{(\tan A + \sec A)(1 - (\sec A - \tan A))}{\tan A - \sec A + 1} \\ & = \frac{(\tan A + \sec A)(\tan A - \sec A + 1)}{\tan A - \sec A + 1} \quad \text{5)} \\ & = \tan A + \sec A \quad \text{5)} \end{aligned}$$

20

(b)

$$\begin{aligned} \cos 2\theta &= b, \cos \theta + \sin \theta = a \\ \cos^2 \theta - \sin^2 \theta &= b, \cos \theta + \sin \theta = a \\ \text{5)} \quad \cos \theta - \sin \theta &= \frac{b}{a}, \cos \theta + \sin \theta = a \\ \text{5)} \quad (\cos \theta - \sin \theta)^2 + (\cos \theta + \sin \theta)^2 &= \left(\frac{b}{a}\right)^2 + a^2 \\ \text{5)} \quad 2 &= \left(\frac{b}{a}\right)^2 + a^2 \quad \text{5)} \\ \text{5)} \quad a^2(2 - a^2) &= b^2 \quad \text{10)} \\ \text{5)} \quad & \quad \quad \quad \text{25)} \end{aligned}$$

25

(c)

$$\begin{aligned} \cos(A - B) &= 3 \cos(A + B) \\ \cos A \cos B + \sin A \sin B &= 3(\cos A \cos B - \sin A \sin B) \\ 4 \sin A \sin B &= 2 \cos A \cos B \quad \text{5)} \quad \text{5)} \quad \text{5)} \\ \frac{\sin A \sin B}{\cos A \cos B} &= \frac{2}{4} \quad \text{5)} \\ \tan A \tan B &= \frac{1}{2} \quad \text{5)} \end{aligned}$$

25

.Q14) (a)

i) $2 \cos^2 x = 3(1 - \sin x)$

$2(1 - \sin^2 x) = 3(1 - \sin x)$

$(1 - \sin x)(2 \sin x - 1) = 0$

$\sin x = 1$ or $\sin x = \frac{1}{2}$

$\sin x = \sin \frac{\pi}{2}$ or $\sin x = \sin \frac{\pi}{6}$

$x = n\pi + (-1)^n \frac{\pi}{2}, n \in \mathbb{Z}$ or

$x = n\pi + (-1)^m \frac{\pi}{6}, m \in \mathbb{Z}$

20

.ii) $\sin 7x + \sin x = \sin 4x$

$2 \sin 4x \cos 3x = \sin 4x$

$\sin 4x (2 \cos 3x - 1) = 0$

$\sin 4x = 0$ or $\cos 3x = \frac{1}{2}$

$\sin 4x = \sin 0$ or $\cos 3x = \cos \frac{\pi}{3}$

$4x = n\pi + (-1)^n 0, n \in \mathbb{Z}$ or

$3x = 2m\pi \pm \frac{\pi}{3}, m \in \mathbb{Z}$

$x = \frac{n\pi}{4}$ or $x = \frac{2m\pi}{3} \pm \frac{\pi}{9}, n, m \in \mathbb{Z}$

20

.Q14) (a)

iii) $\tan^2 x - (1 + \sqrt{3}) \tan x + \sqrt{3} = 0$

$\tan^2 x - \tan x - \sqrt{3} \tan x + \sqrt{3} = 0$

$\tan x (\tan x - 1) - \sqrt{3} (\tan x - 1) = 0$

$(\tan x - 1) (\tan x - \sqrt{3}) = 0$

$\tan x - 1 = 0$ or $\tan x - \sqrt{3} = 0$

$\tan x = 1$ or $\tan x = \sqrt{3}$

$\tan x = \tan \frac{\pi}{4}$ or $\tan x = \tan \frac{\pi}{3}$

$x = n\pi + \frac{\pi}{4}$ or $x = m\pi + \frac{\pi}{3}, n, m \in \mathbb{Z}$

20

.iv) $\cos x + \sin x = \cos \frac{5\pi}{12} + \sin \frac{5\pi}{12}$

$\frac{1}{\sqrt{2}} \cos x + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin x = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos \frac{5\pi}{12} + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \frac{5\pi}{12}$

$\cos \frac{\pi}{4} \cos x + \sin \frac{\pi}{4} \sin x = \cos \frac{\pi}{4} \cos \frac{5\pi}{12} + \sin \frac{\pi}{4} \sin \frac{5\pi}{12}$

$\cos (x - \frac{\pi}{4}) = \cos (\frac{5\pi}{12} - \frac{\pi}{4})$

$\cos (x - \frac{\pi}{4}) = \cos \frac{\pi}{6}$

$x - \frac{\pi}{4} = 2n\pi \pm \frac{\pi}{6}, n \in \mathbb{Z}$

$x = 2n\pi + \frac{\pi}{4} \pm \frac{\pi}{6}, n \in \mathbb{Z}$

30

.Q14) (b)

$\tan(A+B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$

$B = A$ implies

$\tan 2A = \frac{\tan A + \tan A}{1 - \tan A \tan A}$

$\tan 2A = \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}$

$B = \frac{\pi}{4} - 2A$ then $\tan B = \tan (\frac{\pi}{4} - 2A)$

$\tan B = \frac{1 - \tan 2A}{1 + \tan 2A}$

$\tan B = \frac{1 - \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}}{1 + \frac{2 \tan A}{1 - \tan^2 A}}$

$\tan B = \frac{1 - 2 \tan A - \tan^2 A}{1 + 2 \tan A - \tan^2 A}$

$B = 0$ that implies $A = \frac{\pi}{8}$

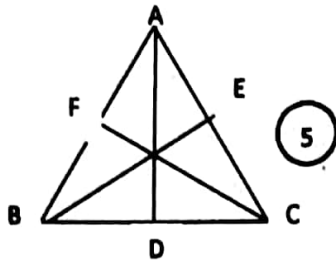
$\tan 0 = \frac{1 - 2 \tan \frac{\pi}{8} - \tan^2 \frac{\pi}{8}}{1 + 2 \tan \frac{\pi}{8} - \tan^2 \frac{\pi}{8}}$

$\tan^2 \frac{\pi}{8} + 2 \tan \frac{\pi}{8} - 1 = 0$

$\tan \frac{\pi}{8} = \frac{-2 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{2}}{1}$

$\tan \frac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1$ ($\tan \frac{\pi}{8} > 0$)

Q15)



$$\vec{AD} = \vec{AB} + \vec{BD} \quad (5)$$

$$\vec{AD} = \vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{BC} \quad (5)$$

Similarly

$$\vec{BE} = \vec{BC} + \frac{1}{2}\vec{CA} \quad (5)$$

$$\vec{CF} = \vec{CA} + \frac{1}{2}\vec{AB} \quad (5)$$

$$\vec{AD} + \vec{BE} + \vec{CF}$$

$$= \vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{BC} + \vec{BC} + \frac{1}{2}\vec{CA} + \vec{CA} + \frac{1}{2}\vec{AB} \quad (5)$$

$$= \frac{3}{2}(\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA}) \quad (5)$$

$$= \frac{3}{2}\vec{AA} \quad (5)$$

$$= \vec{0} \quad (5)$$

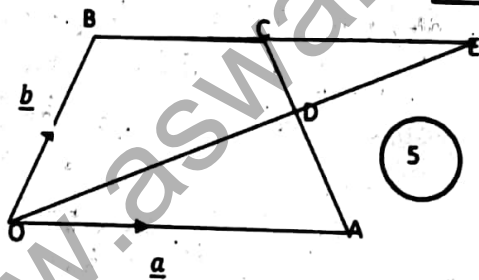
$$\vec{BC} = \vec{BA} + \vec{AC} \quad (5)$$

$$= 2\vec{FA} + 2\vec{AE} \quad (5)$$

$$= 2(\vec{FA} + \vec{AE}) \quad (5)$$

$$= 2\vec{AE} \quad (5)$$

b)



$$OA \parallel BC, OA = 2 BC$$

$$\vec{BC} = \frac{1}{2}\vec{OA} = \frac{1}{2}\vec{a} \quad (5)$$

$$\vec{AC} = \vec{AO} + \vec{OB} + \vec{BC} \quad (5)$$

$$= -\vec{a} + \vec{b} + \frac{1}{2}\vec{a}$$

$$= \vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a} \quad (5)$$

20

$$\vec{OD} = \vec{OA} + \vec{AD} \quad (5)$$

$$= \vec{OA} + \frac{2}{3}\vec{AC} \quad (5)$$

$$= \vec{a} + \frac{2}{3}(\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}) \quad (5)$$

$$= \frac{2}{3}\vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b}$$

10

$$\vec{OE} = \lambda \vec{OD} \quad (5)$$

$$= \frac{2}{3}\lambda(\vec{a} + \vec{b}) \quad (5)$$

10

$$\vec{OE} = \vec{OB} + \vec{BE} \quad (5)$$

$$= \vec{OB} + \mu \vec{BC} \quad (5)$$

$$= \vec{b} + \frac{\mu}{2}\vec{a} \quad (5)$$

10

$$\lambda \vec{OD} = \vec{OB} + \vec{BE}$$

$$\frac{2}{3}\lambda(\vec{a} + \vec{b}) = \vec{b} + \frac{\mu}{2}\vec{a}$$

$$(\frac{2}{3}\lambda - \frac{\mu}{2})\vec{a} + (\frac{2}{3}\lambda - 1)\vec{b} = \vec{0} \quad (5)$$

\vec{a} not parallel to \vec{b}

$$\frac{2}{3}\lambda - \frac{\mu}{2} = 0 \text{ and } \frac{2}{3}\lambda - 1 = 0 \quad (5)$$

$$\lambda = \frac{3}{2}, \mu = 2 \quad (5)$$

15

$$\vec{OE} = \frac{2}{3}\lambda(\vec{a} + \vec{b}) = \vec{a} + \vec{b} \quad (5)$$

so OACB is a parallelogram

05

$$\lambda \vec{OD} = \vec{OE}$$

$$\frac{3}{2}[\vec{OD}] = [\vec{OE}]$$

$$OD : OE = 2 : 3$$

$$OD : DE = 2 : 1 \quad (5)$$

$$2\vec{BC} = \vec{BE}$$

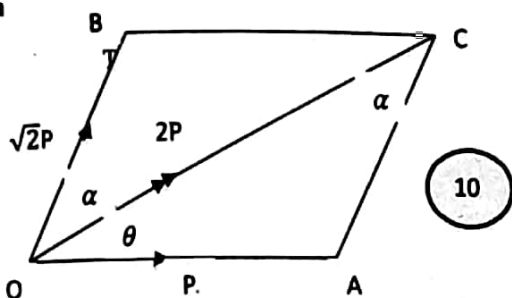
$$2[\vec{BC}] = [\vec{BE}]$$

$$BC : BE = 1 : 2$$

$$BC : CE = 1 : 1 \quad (5)$$

10

Q16) a



triangle OAC use sin rule we have

$$\frac{OA}{\sin \alpha} = \frac{AC}{\sin \theta} = \frac{OC}{\sin(\theta + \alpha)}$$

$$\frac{P}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{2}P}{\sin \theta} = \frac{2P}{\sin(\theta + \alpha)}$$

$$\frac{P}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{2}P}{\sin \theta}$$

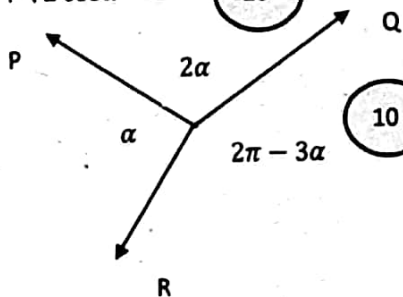
$$\frac{1}{\sin \alpha} = \frac{\sqrt{2}}{\sin \theta}$$

$$\sin \theta = \sqrt{2} \sin \alpha$$

$$OC = OA \cos \theta + AC \cos \alpha$$

$$2P = P \cos \theta + \sqrt{2}P \cos \alpha$$

$$\cos \theta + \sqrt{2} \cos \alpha = 2$$



By the lamis theor...

$$\frac{P}{\sin(2\pi - 3\alpha)} = \frac{Q}{\sin \alpha} = \frac{R}{\sin 2\alpha}$$

$$\frac{-\sin 3\alpha}{PQ} = \frac{Q}{\sin \alpha} = \frac{R}{\sin 2\alpha}$$

$$\frac{-\sin 3\alpha \sin \alpha}{\sin^2 \alpha} = \frac{R^2}{\sin^2 2\alpha}$$

$$\frac{Q^2 - R^2}{\sin^2 \alpha - \sin^2 2\alpha} = \frac{PQ}{-\sin 3\alpha \sin \alpha}$$

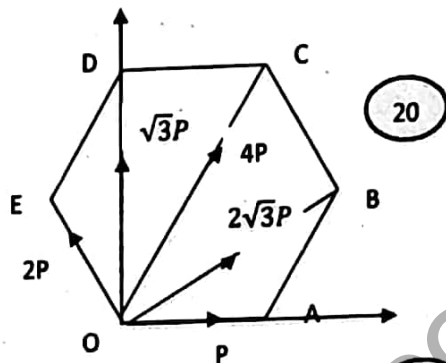
$$\frac{Q^2 - R^2}{\sin^2 \alpha (1 - 4 \cos^2 \alpha)} = \frac{PQ}{(4 \sin^3 \alpha - 3 \sin \alpha) \sin \alpha}$$

$$\frac{Q^2 - R^2}{\sin^2 \alpha (1 - 4 \cos^2 \alpha)} = \frac{PQ}{(4 \sin^2 \alpha - 3) \sin^2 \alpha}$$

$$\frac{Q^2 - R^2}{\sin^2 \alpha (1 - 4 \cos^2 \alpha)} = \frac{PQ}{(1 - 4 \cos^2 \alpha) \sin^2 \alpha}$$

$$Q^2 - R^2 = PQ \text{ so } Q - R = \frac{PQ}{Q+R}$$

Q17. (a)



$$X = P + 2\sqrt{3}P \cos 30 + 4P \cos 60 - 2P \cos 60$$

$$X = 5P$$

$$Y = \sqrt{3}P + 2P \cos 30 + 4P \cos 30 + 2\sqrt{3}P \cos 60$$

$$Y = 5\sqrt{3}P$$

$$R = \sqrt{25P^2 + 75P^2}$$

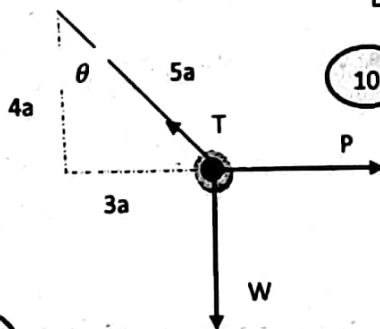
$$R = 10P$$

$$\tan \theta = \frac{5\sqrt{3}P}{5P} = \sqrt{3}$$

$$\theta = \frac{\pi}{3}$$

Resultant make angle with OB = $\frac{\pi}{6}$

b)



$$\sin \theta = \frac{3}{5}, \cos \theta = \frac{4}{5}$$

$$P = W \tan \theta = \frac{3W}{4}$$

$$T = W \sec \theta = \frac{5W}{4}$$