1509

வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களத்துடன் இணைந்து தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும் தவணைப் பரீட்சை, நவம்பர் - 2019

FWC

Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru
In Collaboration with Provincial Department of Education
Northern Province
Term Examination, November - 2019

தரம் :- 12 (2021)	இணைந்த கணிதம் – A	மூன்று மணித்தியாலம் 10 நிமிடம்

சுட்டெண்						

அறிவுறுத்தல்கள் :

- பகுதி A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்குமாத்திரம் விடைஎழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி Bயிற்கு மேலே இருக்கக்கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி Bயை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்தகணிதம் I		
பகுதி	வினாஎண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்த கணிதம் I	
இணைந்த கணிதம் II	
இறுதிப் புள்ளிகள்	

www.aswarphysics.weebly.com

பகுதி – A

01) $f(x) = x^2 + 4b(x-5) + 24$ எனக் கொள்வோம். x இன் எல்லா மெய்ப்பெறுமானங்களுக்கும் $f(x) > 0$ ஆகுமாறு b யின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

02) சமனிலி $\frac{2x+1}{x+2} \leq 1$ ஐத் தீர்க்க.

www.aswarphysics.weebly.com

03) $\sqrt{3-x} = x - 1$ ஐத் தீர்க்க.

04) $\frac{x}{(x-1)(x-2)}$ ஐப் பகுதிப் பின்னங்களாக்குக. இதிலிருந்து $\frac{x}{(x-1)(2x-1)}$ இன் பகுதிப் பின்னங்களைப் பெறுக.

www.aswarphysics.weebly.com

05) $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ இற்கு $\sin\theta = \frac{3}{5}$ எனக் கொள்வோம். $\cos\left(\theta - \frac{\pi}{4}\right)$ என்பதன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

06) $3x^2 - 4x - 4 = 0$ இன் மூலங்கள் α, β ஆயின் $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ என்பவற்றை மூலங்களாகவுள்ள சமன்பாட்டை உய்த்தறிக.

www.aswarphysics.weebly.com

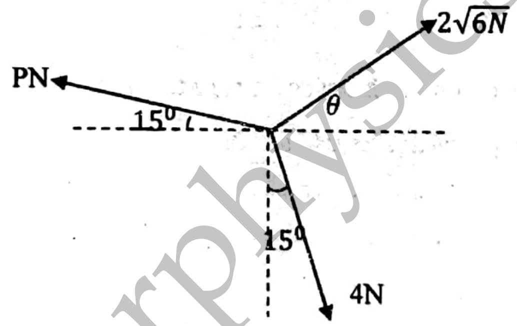
07) O குறித்து புள்ளிகள் P, Q, R என்பவற்றின் தானக்காவிகள் முறையே $14\underline{i} - 2\underline{j}$, $-4\underline{i} + 10\underline{j}$, $2\underline{i} + 6\underline{j}$ ஆகும். P, Q, R என்பன நேர்கோட்டிலுள்ளன எனக்காட்டுக.

08) முக்கோணி ABC இல் A, B, C என்பவற்றின் தானக்காவிகள் முறையே $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ ஆகும். ΔABC இன் மையப்போலி G எனின் G இன் தானக்காவியைக் காண்க.

www.aswarphysics.weebly.com

09) ஒருபுள்ளியில் $2, \sqrt{2}$ N விசைகள் ஒரு புள்ளியில் 135^0 கோணத்தில் தாக்குகின்றன. விளையுளின் பருமனையும் திசையையும் காண்க.

10)



மேலுள்ள வரிப்படத்தில் $P, 2\sqrt{6}, 4N$ விசைகள் ஒரு புள்ளியில் தாக்கி சம நிலையிலுள்ளன. விசைப் பிரிப்பை உபயோகித்து P, θ என்பவற்றைத் துணிக.

www.aswarphysics.weebly.com

வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களத்துடன் இணைந்து
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்
தவணைப் பரீட்சை, நவம்பர் - 2019
Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru
In Collaboration with Provincial Department of Education
Northern Province
Term Examination, November - 2019

FWC

தரம் :- 12 (2021) **இணைந்த கணிதம் –B**

பகுதி - B

11) (a) பொருத்தமான பிரதியீட்டைப் பயன்படுத்தி $(x^2-9x+15)(x^2-9x+20)=6$ எனும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

(b) பொருத்தமான பிரதியீட்டைப் பயன்படுத்தி $9^{x-1}-4.3^{x-1}+3=0$ எனும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.இதிலிருந்தோ அல்லதுவேறுவிதமாகவோ $log_2(9^{x-1}+7)=2+log_2(3^{x-1}+1)$ எனும் மடக்கைச் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

(c) a,b என்பன நேர்மெய்யெண்களாகவும் $a,b\neq 1$ ஆகவும் அமைய $log_a b=\frac{1}{\log_b a}$ எனக்காட்டுக. இதனைப் பயன்படுத்தி $\log_5 x-3\,log_x 5=2$ எனும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

(d) $log_3 2=a,\ \ log_5 2=b$ எனின் $log_{675} 2=\frac{ab}{3b+2a}$ எனக்காட்டுக.

12) (a) $a,b\in\mathcal{R}$ எனக் கொள்வோம். சமன்பாடு $f(x)=ax^2+(a+b)x-(a-b)=0$ இன் பிரித்துக் காட்டியை a,b என்பவற்றில் எழுதி, இதிலிருந்து இச்சமன்பாட்டின் மூலங்கள் மெய்யானவை எனக்காட்டுக. $f(x)=0$ இன் மூலகங்கள் $\propto,\beta$ எனின் $\propto+\beta,\propto\beta$ வை a,b என்பவற்றின் சார்பில் எழுதுக. $\left(\frac{1}{\propto}+1\right),\left(\frac{1}{\beta}+1\right)$ இனை மூலகங்களாக கொண்ட சமன்பாடு $g(x)=0$ இனைக்காண்க. $g(x)=0$ இன் மூலகங்களுக்கு இடையிலான வேறுபாடு 1 எனின் $a^2+3ab=0$ எனக் காட்டுக.

(b) $g(x)\equiv x^4+ax^3+x^2+b$ இனை (x^2-x) ஆல் வகுக்க வரும் மீதி $(x+2)$ ஆகுமெனின் a,b இனைக்காண்க. $g(x)$ இனை x^2ஆல் வகுக்க வரும் மீதியைக் காண்க.

13) (a) பின்வரும் சர்வ சமன்பாடுகளை நிறுவுக.

i) $\sec^4\theta-\sec^2\theta=\tan^4\theta+\tan^2\theta$

ii) $\tan^2\theta-\sin^2\theta=\tan^2\theta.\sin^2\theta$

iii) $(1+\cot\theta-\mathrm{cosec}\,\theta)(1+\tan\theta+\sec\theta)=2$

(b) m,n என்பன சமனற்ற இரு மெய்யெண்கள் எனக் கொள்வோம்.

$m\ \tan\left(\theta-\frac{\pi}{6}\right)=n\ \tan\left(\theta+\frac{2\pi}{3}\right)$ எனின் $\cos 2\theta=\frac{m+n}{2(m-n)}$ எனக் காட்டுக

www.aswarphysics.weebly.com

(c) $\tan(A+B)$ இன் விரிவை எழுதுக. இதிலிருந்து, $\tan 2A = \frac{2\tan A}{1-\tan^2 A}$ எனக் காட்டுக.

$\tan\frac{\pi}{8}$ ஆனது சமன்பாடு $t^2+2t-1=0$ இன் ஒரு மூலம் என்பதை உய்த்தறிந்து அதனைக் காண்க.

14) (a) பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.

i) $\frac{\sin 2x+\sin 3x+\sin 4x}{\cos 2x+\cos 3x+\cos 4x} = \tan 3x$

ii) $\cos 2\theta\ \cos\frac{\theta}{2} - \cos 3\theta\ \cos\frac{9\theta}{2} = \sin 5\theta\ \sin\frac{5\theta}{2}$

(b) $\operatorname{cosec}\theta - \sin\theta = P^3, \sec\theta - \cos\theta = q^3$ எனின் $P^2q^2(P^2+q^2)=1$ எனக் காட்டு.

(c) பின்வரும் சமன்பாடுகளைத் தீர்க்க.

i) $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$

ii) $\cos^2 x - \sin^2 x - \cos x - \sin x = 0$

15) (a) PQRSTU ஒழுங்கான அறுகோணி $4, 2\sqrt{3}, 10, 2\sqrt{3}, 4\ N$ விசைகள் முறையே.
$\overrightarrow{PQ}, \overrightarrow{PR}, \overrightarrow{PS}, \overrightarrow{PT}, \overrightarrow{PU}$ வழியே தாக்குகின்றன.
தொகுதியின் விளையுளின் பருமனையும் திசையையும் காண்க.

b) P, Q என்ற விசைகளின் உயர் இழிவு பெறுமானங்கள் முறையே R,S எனின் P,Q என்பன α கோணத்தில் தாக்கும் போது அவற்றின் விளையுள் $\sqrt{R^2cos^2\frac{\alpha}{2} + S^2sin^2\frac{\alpha}{2}}$ எனக் காட்டுக

16) ABCD என்ற நீள இழையின் முனைகள் A , D நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளன. D ஆனது A இற்கு மேல் உள்ளது. B, C இல் முறையே $30kg, mkg$ திணிவுகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. AB கிடையாகவும், BC, CD என்ற பகுதிகள் முறையே கிடையுடன் $30^\circ, 60^\circ$ கோணங்களை அமைக்கின்றன. இழைகளிலுள்ள இழுவைகளையும், m இன் பெறுமானத்தையும் காண்க.

17) i) O குறித்து A, B ஆகிய புள்ளிகளின் தானக்காவிகள் முறையே $-\underline{i}+3j, \underline{i}-2j$ ஆகும்.
AB இன் நடுப்புள்ளி C ஆகும்.
C இன் தானக்காவியைக் காண்க.
$\overrightarrow{AB}, 3\underline{i}+7j$ என்ற காவிகளுக்கிடையான கோணத்தைக் காண்க.

ii) 5P, 13P என்ற ஒரு புள்ளியில் தாக்கும் விசைகளின் விளையுள் 5P க்கு செங்குத்து எனின் விளையுளைக் காண்க.

iii) P, Q பருமனுள்ள விசைகள் θ கோணத்தில் தாக்கும் போது விளையுள் $(m+1)\sqrt{P^2+Q^2}$ ஆகும். $(90-\theta)$ கோணத்தில் தாக்கும் போது விளையுள் $(m-1)\sqrt{P^2+Q^2}$ ஆகும். $(m+2)\tan\theta = m-2$ எனக் காட்டுக.

www.aswarphysics.weebly.com

வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களத்துடன் இணைந்து
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்
தவணைப் பரீட்சை, நவம்பர் - 2019

Conducted by Field Work Centre, Thondaimanaru
In Collaboration with Provincial Department of Education Northern Province
Term Examination, November - 2019

FWC

Grade - 12 (2021) **Combined Maths** **Marking Scheme**

1. $f(x) = x^2 + 4b(x-5) + 24$

$= x^2 + 4bx - 4(5b-6)$ (5)

$f(x) > 0 \Leftrightarrow a > 0$ and $\Delta < 0$ (5)

$\Delta = 16b^2 - 4(1)(-4)(5b-6) < 0$ (5)

$\Rightarrow 16(b^2+5b-6) < 0$

$\Rightarrow (b+6)(b-1) < 0$ (5)

$\Rightarrow -6 < b < 1$ (5)

$\boxed{25}$

2. $\dfrac{2x+1}{x+2} \le 1$

$\dfrac{2x+1}{x+2} - 1 \le 0$ (5)

$\dfrac{x-1}{x+2} \le 0$ (5)

	$x < -2$	$-2 < x < 1$	$x > 1$
$x+2$	(-)	(+)	(+)
$x-1$	(-)	(-)	(+)
$\dfrac{x-1}{x+2}$	(+)	(-)	(+)

(10)

$-2 < x \le 1$ (5)

$\boxed{25}$

3. $\sqrt{3-x} = (x-1)$

$3-x = (x-1)^2$ (5)

$x^2 - x - 2 = 0$ (5)

$(x-2)(x+1) = 0$ (5)

$x = 2$ or $x = -1$ (5)

$x = -1$ does not satisfy the eqⁿ;
thus root is $x = 2$ (5)

$\boxed{25}$

4. $\dfrac{x}{(x-1)(x-2)} = \dfrac{A}{x-1} + \dfrac{B}{x-2}$ (5)

$x \equiv A(x-2) + B(x-1)$

$x = 1 \Rightarrow 1 = -A$
$x = 2 \Rightarrow 2 = B$ (5)

$\dfrac{x}{(x-1)(x-2)} = \dfrac{-1}{x-1} + \dfrac{2}{x-2}$ (5)

$\dfrac{2x}{((2x)-1)((2x)-2)} = \dfrac{-1}{(2x)-1} + \dfrac{2}{(2x)-2}$

$\Rightarrow \dfrac{x}{(x-1)(2x-1)} = \dfrac{1}{x-1} - \dfrac{1}{2x-1}$

5. $\cos^2\theta = 1 - \sin^2\theta = 1 - \dfrac{9}{25} = \dfrac{16}{25}$ (5)

$\cos\theta = -\dfrac{4}{5}$ (5) $\left[\because \dfrac{\pi}{2} < \theta < \pi \Rightarrow \cos\theta < 0\right]$

$\cos\left(\theta - \dfrac{\pi}{4}\right) = \cos\theta\cos\dfrac{\pi}{4} + \sin\theta\sin\dfrac{\pi}{4}$ (5)

$= -\dfrac{4}{5}\cdot\dfrac{1}{\sqrt{2}} + \dfrac{3}{5}\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ (5)

$= -\dfrac{1}{5\sqrt{2}}$ (5)

$\boxed{25}$

www.aswarphysics.weebly.com

(6) $3x^2-4x-4=0$: α, β

$y = \frac{1}{\alpha} = \frac{1}{x} \Rightarrow x = \frac{1}{y}$ (10)

$3\left(\frac{1}{y}\right)^2 - 4\frac{1}{y} - 4 = 0$ (10)

$4y^2 + 4y - 3 = 0$ (5)

eqⁿ with roots $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 10

$4x^2 + 4y - 3 = 0$

$\boxed{25}$

(7) $\underline{p} = 14\underline{i} - 2\underline{j}$, $\underline{q} = -4\underline{i} + 10\underline{j}$

$\underline{r} = 2\underline{i} + b\underline{j}$ (5)

$\overrightarrow{PQ} = \underline{q} - \underline{p} = (-4\underline{i} + 10\underline{j}) - (14\underline{i} - 2\underline{j})$

$= -18\underline{i} + 12\underline{j}$ (5)

$= 6(-3\underline{i} + 2\underline{j})$

$\overrightarrow{QR} = \underline{r} - \underline{q}$

$= 2\underline{i} + b\underline{j} - (-4\underline{i} + 10\underline{j})$ (5)

$= 6\underline{i} - 4\underline{j}$ (5)

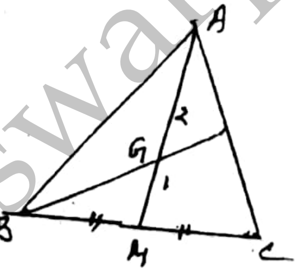
$= 2(3\underline{i} - 2\underline{j})$

$\overrightarrow{QP} = 3\overrightarrow{QR}$ (5)

$\Rightarrow$ P, Q, R, Collinear.

$\boxed{25}$

(8)



$\underline{m} = \frac{\underline{b} + \underline{c}}{2}$ (5)

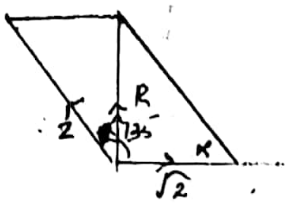
$\overrightarrow{AG} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AM}$ (5)

$\underline{g} - \underline{a} = \frac{2}{3}(\underline{m} - \underline{a})$ (10)

$\underline{g} = \frac{\underline{b} + \underline{c} + \underline{a}}{3}$ (5)

$\boxed{25}$

(9)



$R^2 = 2^2 + (\sqrt{2})^2 + 2 \times 2 \times \sqrt{2}\cos 135$ (10)

$= 4 + 2 - 4$

$R = \sqrt{2}$ N

$\alpha = 45^\circ$ (5)

∴ Resultant $\sqrt{2}$N is perpendicular to $\sqrt{2}$ (5) (5)

$\boxed{25}$

(10)

$2\sqrt{6}\sin(\theta + 15^\circ) - 4\sin 60^\circ = 0$ (5)

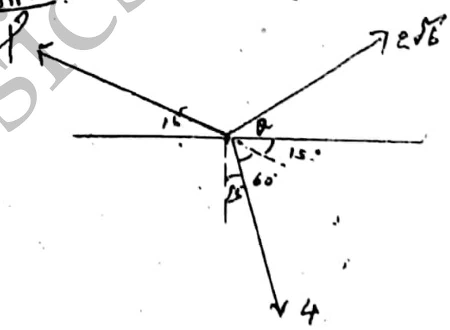
(5) $\sin(\theta + 15^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \theta = 30^\circ$ (5)

$P - 2\sqrt{6}\cos 45^\circ - 4\cos 60^\circ = 0$ (5)

$P = (2 + 2\sqrt{3})$ (5)

$\boxed{25}$

Alter.



$\rightarrow x = 2\sqrt{6}\cos\theta - P\cos 15 + 4\sin 15 = 0$ (5)

$P\cos 15 = 2\sqrt{6}\cos\theta + 4\sin 15$ — (1)

$\uparrow y = P\sin 15 + 2\sqrt{6}\sin\theta - 4\cos 15 = 0$ (5)

$P\sin 15 = 4\cos 15 - 2\sqrt{6}\sin\theta$ — (2)

$\frac{(1)}{(2)} \Rightarrow \frac{\cos 15}{\sin 15} = \frac{2\sqrt{6}\cos\theta + 4\sin 15}{4\cos 15 - 2\sqrt{6}\sin\theta}$ (5)

$4(\cos^2 15 - \sin^2 15) = 2\sqrt{6}(\sin\theta\cos 15 + \cos\theta\sin 15)$

$4\cos 30 = 2\sqrt{6}\sin(\theta + 15)$

$\sin(\theta + 15) = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\theta = 30^\circ$ (5)

$P = 2 + 2\sqrt{3}$ (5)

$\boxed{25}$

www.aswarphysics.weebly.com

11] a)

$(x^2-9x+15)(x^2-9x+20)=6$

$(t+15)(t+20)=6$ (5) where $t=x^2-9x$

$t^2+35t+294=0$ (5)

$(t+21)(t+14)=0$ (5)

$t+21=0$ or $t+14=0$

$t=-21$ or $t=-14$ (5)

when $t=-21$

$x^2-9x=-21$

$x^2-9x+21=0$

$x=\dfrac{9\pm\sqrt{81-4(1)(21)}}{2\times1}$

$x=\dfrac{9\pm\sqrt{-3}}{2}$ (10)

$t=-14$

$x^2-9x+14=0$

$(x-7)(x-2)=0$

$x=7,\ 2$ (10)

$\boxed{40}$

b) $9^{x-1}-4.3^{x-1}+3=0$

$y^2-4y+3=0$ (5) where $y=3^{x-1}$

$(y-1)(y-3)=0$

$y=1, 3$ (5)

when $y=1$

$3^{x-1}=1$

$x=1$ (5)

$y=3$

$3^{x-1}=3$

$x=2$ (5)

$\log_2(9^{x-1}+7)=2+\log_2(3^{x-1}+1)$

$\log_2(9^{x-1}+7)=\log_2 4+\log_2(3^{x-1}+1)$ (5)

$\log_2(9^{x-1}+7)=\log_2(4.3^{x-1}+4)$ (5)

$9^{x-1}+7=4.3^{x-1}+4$

$9^{x-1}-4.3^{x-1}+3=0$ (5)

$x=1,\ 2$ (5) (by above part)

$\boxed{40}$

c) Theory – $\boxed{15}$

$\log_5 x-3\log_x 5=2$ —(1)

Let $z=\log_5 x$

$(1)\Rightarrow z-\dfrac{3}{z}=2$ (5)

$z^2-2z-3=0$ (5)

$(z-3)(z+1)=0$ (5)

$z-3=0$ or $z+1=0$

$z=3$ or $z=-1$ (5)

when $z=3$

$\log_5 x=3$

$x=125$ (5)

where $z=-1$

$\log_5 x=-1$

$x=\dfrac{1}{5}$ (5)

$\boxed{30}$

d) $\log_3 2=a,\quad \log_5 2=b$

$\log_{675}2=\dfrac{1}{\log_2 675}$ (5)

$=\dfrac{1}{\log_2(5^2\times3^3)}$ (5)

$=\dfrac{1}{2\log_2 5+3\log_2 3}$ (5)

$=\dfrac{1}{2(\frac{1}{b})+3(\frac{1}{a})}$ (5)

$=\dfrac{ab}{2a+3b}$ (5)

$\boxed{25}$

www.aswarphysics.weebly.com

12. a)

$f(x) = ax^2 + (a+b)x - (a-b) = 0$

$\Delta = (a+b)^2 - 4.a.-(a-b)$ (5)

$= a^2 + 2ab + b^2 + 4a^2 - 4ab$

$= a^2 - 2ab + b^2 + 4a^2$

$= (a-b)^2 + 4a^2$ (5)

$(a-b)^2 \geq 0$ & $4.a^2 \geq 0$ (5)

$\therefore \Delta \geq 0$ (5)

Therefore

The roots are real $\boxed{20}$

let α, β be the roots of $f(x) = 0$

$\Rightarrow \alpha + \beta = \frac{-(a+b)}{a}$ (5) $\quad \alpha\beta = \frac{-(a-b)}{a}$ (5)

$\left(\frac{1}{\alpha}+1\right) + \left(\frac{1}{\beta}+1\right)$ (5)

$= \frac{\alpha+\beta}{\alpha\beta} + 2$ (5) $= \frac{\frac{-(a+b)}{a}}{\frac{-(a-b)}{a}} + 2$

$= \frac{(a+b)}{(a-b)} + 2 = \frac{a+b+2a-2b}{(a-b)}$

$= \frac{(3a-b)}{(a-b)}$ (5)

$\left(\frac{1}{\alpha}+1\right)\left(\frac{1}{\beta}+1\right) = \frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + 1$ (5)

$= \frac{a}{-(a-b)} + \frac{a+b}{(a-b)} + 1$ (5)

$= \frac{b+a-a+a-b}{(a-b)} = \frac{a}{(a-b)}$ (5)

$\therefore$ The required equation is

$x^2 - \left[\left(\frac{1}{\alpha}+1\right) + \left(\frac{1}{\beta}+1\right)\right]x + \left(\frac{1}{\alpha}+1\right)\left(\frac{1}{\beta}+1\right) = 0$ (5)

$x^2 - \frac{(3a-b)}{(a-b)}x + \frac{a}{(a-b)} = 0$ (5)

$(a-b)x^2 - (3a-b)x + a = 0$ $\boxed{50}$

$\left|\left(\frac{1}{\alpha}+1\right) - \left(\frac{1}{\beta}+1\right)\right| = 1$ (5)

$\left|\frac{\beta-\alpha}{\alpha\beta}\right| = 1$

$(\alpha-\beta)^2 = \alpha^2\beta^2$ (5)

$(\alpha+\beta)^2 - 4\alpha\beta = \alpha^2\beta^2$

(5)

$\frac{(a+b)^2}{a^2} + \frac{4a(a-b)}{a^2} = \frac{(a-b)^2}{a^2}$

$a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - ab = a^2 - 2ab + b^2$

(5)

$a^2 + 3ab = 0$ $\boxed{20}$

b) when $g(x)$ is divided by $(x^2 - x)$

the remainder is $(x+2)$

That is $g(x) = (x^2 - x)\phi(x) + x + 2$ (10)

$g(x) = x^4 + ax^3 + x^2 + b = (x^2 - x)\phi(x) + x + 2$ (5) (5)

$x = 0 \quad g(0) = b = 2$ — (1)

$x = 1 \quad g(1) = 1 + a + 1 + b = 3$ (5) (5)

$a + b = 1$ — (2) (5)

(1), (2) $\Rightarrow$ $a = -1$ (5)

$g(x) = x^4 - x^3 + x^2 + 2$

$g(x)$ is divided by x^2

then $g(x) = x^2(x^2 - x + 1) + 2$ (10)

$\therefore$ remainder is 2 (10)

$\boxed{60}$

www.aswarphysics.weebly.com

13.

(a) (i) $\sec^4\theta - \sec^2\theta$

$= \sec^2\theta(\sec^2\theta - 1)$ 10

$= (1+\tan^2\theta)\tan^2\theta$ 10

$= \tan^2\theta + \tan^4\theta$ 5

$= \tan^4\theta + \tan^2\theta$ $\boxed{25}$

(ii) $\tan^2\theta - \sin^2\theta$

$= \dfrac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} - \sin^2\theta$ 10

$= \dfrac{\sin^2\theta(1-\cos^2\theta)}{\cos^2\theta}$ 5

$= \dfrac{\sin^2\theta \cdot \sin^2\theta}{\cos^2\theta}$ 5

$= \tan^2\theta \cdot \sin^2\theta$ 5 $\boxed{25}$

(iii) $(1+\cot\theta - \operatorname{cosec}\theta)(1+\tan\theta+\sec\theta)$

$= \left(1+\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta} - \dfrac{1}{\sin\theta}\right)\left(1+\dfrac{\sin\theta}{\cos\theta}+\dfrac{1}{\cos\theta}\right)$ 5

$= \dfrac{(\sin\theta+\cos\theta-1)(\cos\theta+\sin\theta+1)}{\sin\theta\cos\theta}$

$= \dfrac{(\sin\theta+\cos\theta)^2-1^2}{\sin\theta\cos\theta}$ 5

$= \dfrac{\sin^2\theta+2\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta-1}{\sin\theta\cos\theta}$ 10

$= \dfrac{1+2\sin\theta\cos\theta-1}{\sin\theta\cos\theta}$ 5

$= 2$ 5 $\boxed{30}$

(b) $m\tan(\theta-\frac{\pi}{6}) = n\tan(\theta+\frac{2\pi}{3})$

$\Rightarrow \dfrac{m\sin(\theta-\pi/6)}{\cos(\theta-\pi/6)} = \dfrac{n\sin(\theta+\frac{2\pi}{3})}{\cos(\theta+\frac{2\pi}{3})}$ 5

$\Rightarrow m\cos(\theta+\frac{2\pi}{3})\sin(\theta-\pi/6)$ 5

$= n\sin(\theta+\frac{2\pi}{3})\cos(\theta-\frac{\pi}{6})$

$\frac{m}{2}\left[\sin(2\theta+\frac{\pi}{2}) - \sin(\frac{5\pi}{6})\right]$

$= \frac{n}{2}\left\{\sin(2\theta+\frac{\pi}{2}) + \sin\frac{5\pi}{6}\right\}$ 10

$\Rightarrow (m-n)\sin(2\theta+\frac{\pi}{2}) = (m+n)\sin\frac{5\pi}{6}$ 5

$\Rightarrow (m-n)\cos 2\theta = (m+n)\frac{1}{2}$ 5

$\Rightarrow \cos 2\theta = \dfrac{m+n}{2(m-n)}$ $\boxed{30}$

(c) $\tan(A+B) = \dfrac{\tan A + \tan B}{1-\tan A\tan B}$ 10 $\boxed{10}$

put $B=A$

$\tan(A+A) = \dfrac{\tan A+\tan A}{1-\tan A\tan A}$ 10

$\tan 2A = \dfrac{2\tan A}{1-\tan^2 A}$ $\boxed{10}$

put $A=\frac{\pi}{8}$

$\tan\frac{\pi}{4} = \dfrac{2\tan\frac{\pi}{8}}{1-\tan^2\frac{\pi}{8}}$ 5

$1 = \dfrac{2\tan\frac{\pi}{8}}{1-\tan^2\frac{\pi}{8}}$

$\Rightarrow \tan^2\frac{\pi}{8}+2\tan\frac{\pi}{8}-1=0$ 5

$\therefore \tan\frac{\pi}{8}$ is a root of $t^2+2t-1=0$

$t = \dfrac{-2\pm\sqrt{4-4(1)(-1)}}{2(1)}$

$= -1\pm\sqrt{2}$ 5

But $\tan\frac{\pi}{8}>0$ 5

$\therefore \tan\frac{\pi}{8} = \sqrt{2}-1$ $\boxed{20}$

www.aswarphysics.weebly.com

14.

(a) (i) $\dfrac{\sin 2x+\sin 3x+\sin 4x}{\cos 2x+\cos 3x+\cos 4x}$

$= \dfrac{\sin 3x + 2\sin 3x \cos x}{\cos 3x + 2\cos 3x \cos x}$ (10) (10)

$= \dfrac{\sin 3x(1+2\cos x)}{\cos 3x(1+2\cos x)}$ (5)

$= \tan 3x$

$\boxed{25}$

(ii) $\cos 2\theta \cos \frac{\theta}{2} - \cos 3\theta \cos \frac{9\theta}{2}$

$= \frac{1}{2}\left[\cos\frac{5\theta}{2} + \cos\frac{3\theta}{2} - \cos\frac{15\theta}{2} - \cos\frac{3\theta}{2}\right]$ (10)

$= \frac{1}{2}\left[\cos\frac{5\theta}{2} - \cos\frac{15\theta}{2}\right]$ (5)

$= \frac{1}{2}\cdot 2\sin 5\theta \sin\frac{5\theta}{2}$ (10)

$= \sin 5\theta \cdot \sin\frac{5\theta}{2}$

$\boxed{25}$

(b) $\operatorname{cosec}\theta - \sin\theta = p^3$

$\dfrac{1}{\sin\theta} - \sin\theta = p^3$ (5)

$\dfrac{1-\sin^2\theta}{\sin\theta} = p^3$

$\dfrac{\cos^2\theta}{\sin\theta} = p^3$ —— ① (5)

$\sec\theta - \cos\theta = q^3$

$\dfrac{1}{\cos\theta} - \cos\theta = q^3$ (5)

$\dfrac{1-\cos^2\theta}{\cos\theta} = q^3$

$\dfrac{\sin^2\theta}{\cos\theta} = q^3$ —— ② (5)

①, ② $\Rightarrow \sin^3\theta = p^3q^6$

$\cos^3\theta = p^6q^3$

$\sin\theta = pq^2$ (5)

$\cos\theta = p^2q$ (5)

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ (5)

$\Rightarrow p^2q^4 + p^4q^2 = 1$ (5)

$\Rightarrow p^2q^2(p^2+q^2) = 1$

$\boxed{40}$

(c)

(i) $\cos x + \cos 2x + \cos 3x = 0$

$\Rightarrow 2\cos 2x \cos x + \cos 2x = 0$ (5)

$\Rightarrow \cos 2x(2\cos x + 1) = 0$ (5)

$\Rightarrow \cos 2x = 0$ or $\cos x = -\frac{1}{2}$ (5)

$\Rightarrow \cos 2x = \cos\frac{\pi}{2}$ or $\cos x = \cos\frac{2\pi}{3}$ (5)

$\Rightarrow 2x = 2n\pi \pm \frac{\pi}{2}, n\in\mathbb{Z}$

or $x = 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}, n\in\mathbb{Z}$

$\Rightarrow x = n\pi \pm \frac{\pi}{4}, n\in\mathbb{Z}$ (5)

or $x = 2n\pi \pm \frac{2\pi}{3}, n\in\mathbb{Z}$ (5)

$\boxed{30}$

(ii) $\cos^2 x - \sin^2 x - \cos x - \sin x = 0$

$(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x) - (\cos x + \sin x) = 0$

$(\cos x + \sin x)(\cos x - \sin x - 1) = 0$ (5)

$\cos x + \sin x = 0$ or $\cos x - \sin x - 1 = 0$

$\tan x = -1$ or $\frac{1}{\sqrt{2}}\cos x - \frac{1}{\sqrt{2}}\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ (5)

$\tan x = -1$ or $\cos\frac{\pi}{4}\cos x - \sin\frac{\pi}{4}\sin x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$\tan x = \tan(-\frac{\pi}{4})$ (5) or $\cos(x+\frac{\pi}{4}) = \cos\frac{\pi}{4}$ (5)

$x = n\pi - \frac{\pi}{4}, n\in\mathbb{Z}$ or $x + \frac{\pi}{4} = 2n\pi \pm \frac{\pi}{4}, n\in\mathbb{Z}$

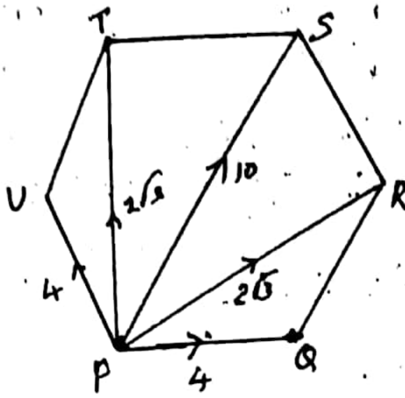
$x = n\pi - \frac{\pi}{4}, n\in\mathbb{Z}$ (5) or $x = 2n\pi, n\in\mathbb{Z}$ (5)

or $x = 2n\pi - \frac{\pi}{2}, n\in\mathbb{Z}$

$\boxed{30}$

www.aswarphysics.weebly.com

15 a)



(10)

$\overrightarrow{x} = 4 + 2\sqrt{3}\cos 30 + 10\cos 60 - 4\cos 60$ (10)

$= 4 + 3 + 5 - 2$ (5)

$= 10$ (5)

$\uparrow y = 2\sqrt{3} + 4\sin 60 + 10\sin 60 + 2\sqrt{3}\sin 30$ (10)

$= 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3} + \sqrt{3}$ (5)

$= 10\sqrt{3}$ (5)

$R^2 = x^2 + y^2$

$= 10^2 + (10\sqrt{3})^2$ (10)

$R = 20\,N$ (10)

$\tan\alpha = \frac{10\sqrt{3}}{10} = \sqrt{3}$ (10)

$\alpha = \frac{\pi}{3}$ (10)

Resultant 20 N along $\overrightarrow{PS}$ $\boxed{90}$

---

b) $P + Q = R$ (5)

$P - Q = S$ let $P > Q$ (5)

$P = \frac{R+S}{2}$ (5)

$Q = \frac{R-S}{2}$ (5)

$R_1^2 = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\alpha$ (10)

$= \left[\frac{R+S}{2}\right]^2 + \left[\frac{R-S}{2}\right]^2 + 2\left[\frac{R+S}{2}\right]\left[\frac{R-S}{2}\right]\cos\alpha$ (10)

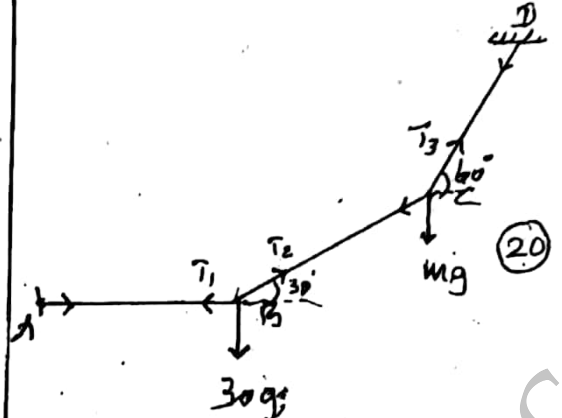
$= \frac{R^2}{2} + \frac{S^2}{2} + 2\cos\alpha\left(\frac{R^2}{4} - \frac{S^2}{4}\right)$ (5)

$= \frac{R^2}{2}(1+\cos\alpha) + \frac{S^2}{2}(1-\cos\alpha)$ (5)

$= R^2\cos^2\frac{\alpha}{2} + S^2\sin^2\frac{\alpha}{2}$ (10)

$\boxed{60}$

16)



(20)

Lami's Theorem at B

$\frac{T_1}{\sin(90+30)} = \frac{T_2}{\sin 90} = \frac{30g}{\sin(180-30)}$ (30)

$\frac{T_1}{\cos 30} = \frac{T_2}{1} = \frac{30g}{\sin 30}$ (10)

$T_2 = 60g$ (10)

$T_1 = 30\sqrt{3}g$ (10)

Lami's Theorem at C

$\frac{T_2}{\sin(90+60)} = \frac{T_3}{\sin 60} = \frac{mg}{\sin 150}$ (30)

$\frac{T_2}{\cos 60} = \frac{T_3}{\sin 60} = \frac{mg}{\sin 30}$ (10)

$\frac{60g}{\frac{1}{2}} = \frac{T_3}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{mg}{\frac{1}{2}}$ (10)

$m = 60$ (10)

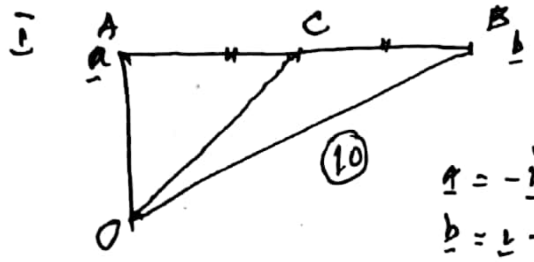
$T_3 = 60\sqrt{3}g$ (10)

$\boxed{150}$

www.aswarphysics.weebly.com

17

(i)



$\underline{a} = -\underline{i} + 3\underline{j}$

$\underline{b} = \underline{i} - 2\underline{j}$

$\overrightarrow{AB} = \underline{b} - \underline{a}$

$= \underline{i} - 2\underline{j} - (-\underline{i} + 3\underline{j})$ (5)

$= 2\underline{i} - 5\underline{j}$ (5) $\quad |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{29}$ (5)

$\underline{c} = \overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AC}$ (5)

$= \underline{a} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ (5)

$= \underline{a} + \frac{1}{2}(\underline{b} - \underline{a})$

$= \frac{1}{2}(\underline{a} + \underline{b})$ (5)

$= \frac{1}{2}[-\underline{i} + 3\underline{j} + \underline{i} - 2\underline{j}]$

$= \frac{1}{2}\underline{j}$ (5)

$\overrightarrow{AB} \cdot (3\underline{i} + 7\underline{j}) = (2\underline{i} - 5\underline{j}) \cdot (3\underline{i} + 7\underline{j})$

$AB \cdot \sqrt{58} \cos\theta = 6 - 35$ (10)

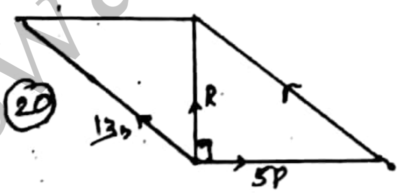
$\sqrt{29}\sqrt{58}\cos\theta = (-)29$

$\cos\theta = -\frac{\sqrt{29}}{\sqrt{58}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$ (10)

$\theta = \frac{3\pi}{4}$ (5)

$\boxed{70}$

(ii)



$R = 12P$ (10)

$\boxed{30}$

(iii) $(m+1)^2(P^2+Q^2) = P^2 + Q^2 + 2PQ\cos\theta$ (10)

$(m-1)^2(P^2+Q^2) = P^2 + Q^2 + 2PQ\sin\theta$ (10)

$(P^2+Q^2)[(m+1)^2 - 1] = 2PQ\cos\theta$ (5)

$(P^2+Q^2)[(m-1)^2 - 1] = 2PQ\sin\theta$ (5)

$(P^2+Q^2)^2[(m+1)^2 + (m-1)^2 - 2] = 4P^2Q^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta)$ (10)

$\frac{(m-1)^2 - 1}{(m+1)^2 - 1} = \tan\theta$

$\frac{m^2 - 2m}{m^2 + 2m} = \tan\theta$ (5)

$\frac{m-2}{m+2} = \tan\theta$ (5)

$(m+2)\tan\theta = m - 2$

$\boxed{50}$

www.aswarphysics.weebly.com