



கல்விப் பொதுத் தராதரப் பத்திர (உயர் தர) மாணவர்களுக்கான 10 T I

நான்காம் தவணை முன்னோடிப் பரீட்சை - நவம்பர் 2015

Grade
13

இணைந்த கணிதம் - I

03 மணித்தியாலம்

பகுதி A யில் எல்லா வினாக்களுக்கும் பகுதி B யில் விரும்பிய ஐந்து வினாக்களுக்கும் விடை தருக.

பகுதி - A

(1) $n \in Z^+$ ஆகும் எல்லா n இற்கும் $7^{2n} + 2^{3n-3} \cdot 3^{n-1}$ என்பது 25 இனால் வகுபடும் என கணிதத் தொகுத்திறிவுக் கோட்பாட்டினால் நிறுவுக.

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\sin 3x} - 1}{\sqrt{(x+2)^2} - \sqrt{8}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ எனக் காட்டுக.

(3) $\frac{3|x|}{1+|x|} < 2$ ஆகும் X இன் எல்லாம் மெய்ப் பெறுமானங்களையும் காண்க.

(4) $Y = x^3, Y = 2x(4-x)$ எனும் வரைபுகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக. முதலாம் கால் வட்டத்தில் அவ்விரு வரைபுகளாலும் முடிய பரப்பளவைக் காண்க.

- (5) $x = e^t - e^{-t}, Y = e^t + e^{-t}$ என்பவற்றால் தரப்படும் வளையியிற்கு $t = \ln 2$ எனும் புள்ளியில் வரையப்படும் செவ்வனின் சமன்பாடு $5x + 3y - 15 = 0$ எனக் காட்டுக.

- (6) $\sum_{r=1}^n Ur = \frac{n^2(n+2)}{2}, n \in Z^+$ இத் தொடரின் n ஆவது உறுப்பு Un ஐ n இல் எளிய கோவையாகத் தருக. இத் தொடரின் பதினோராம் உறுப்பு முதல் இருபதாம் உறுப்பு வரையான எல்லா உறுப்புக்களினதும் கூட்டுத் தொகை யாது? இத் தொடரின் முதல் n உறுப்புக்களின் கூட்டுத் தொகை 5500 இலும் அதிகரிக்காதிருக்கும் n இன் உயர் பெறுமானத்தைக் காண்க.

- (7) ΔPQR என்பது P இல் செங்கோணத்தைக் கொண்ட ஒரு இருசமபக்க முக்கோணியாகும். $P \equiv (2,1)$
QR இன் சமன்பாடு $2x+y-3=0$ ஆகும். PQ,PR இன் சமன்பாடுகளைக் காண்க. இம்முக்கோணியின்
பரப்பளவைக் கணிக்க.

- (8) $y=x$ எனும் நேர்கோடும் $x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0$ எனும் வட்டமும் இடைவெட்டும் புள்ளிகளினூடும்
தரப்பட்ட வட்டத்தின் மையத்தினூடும் செல்வதுமான வட்டத்தின் மையத்தின் ஆள்கூறுகளைக்
காண்க.

(9) α, β கூர்ங்கோணங்களும் $\tan \alpha + \tan \beta = \frac{5}{6}$, $\cos \alpha \cos \beta = \frac{6}{5\sqrt{2}}$ எனின் $\cos(\alpha - \beta)$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(10) $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2x+1}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{4x+1}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{2}{x^2}\right)$ ஆகும் X இன் மெய்த்தீர்வுகளைக் காண்க.

(11) a) $f(x) = x^3 + kx + 6$

$g(x) = x^3 + 2kx + 20$ $K \in \mathbb{R}$ ஆகுமாறு

K ஒரு மாறிலியாகும்

α என்பது $f(x), g(x)$ என்பவற்றின் ஒரு பொது மூலமாகும்

1) $\alpha = -14/K$ எனக் காட்டி α, k இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

2) $f(x) + g(x)$ இன் ஒரு ஏகபரிமாணக் காரணியைக் கண்டு $f(x) + g(x) = 0$ தீர்க்க.

b) $F(x)$ என்பது X இன் மூன்றாம் படியிலுள்ள ஒரு பல்லுறுப்பியாகும் ($F(x) - 12$) என்பது X இனால் மீதியின்றி வகுபடுவதுடன் $H(x) = 2x^2 - 11x + 13$ ஆகும் போது $[F(x) - H(x)]$ என்பது $(x-1)$ இல் மீளும் காரணியை மட்டும் கொண்டிருப்பின்

$F(x)$ ஐக் கண்டு $F(x)$ இன் ஒரு காரணி $(x+3)$ எனக் காட்டுக. இதிலிருந்து $F(x)$ ஐ பூரணமாக காரணிப்படுத்துக.

c) $px^2 + qx + r = 0$ இன் மூலகங்கள் α, β எனின் $\left(\alpha + \frac{1}{\beta}, \beta + \frac{1}{\alpha}\right)$ என்பவற்றை

மூலகங்களாகவுடைய இருபடிச் சமன்பாடு $prx^2 + (p+r)qx + (p+r)^2 = 0$ என உய்த்தறிக.

(12) a) $(r+1)(r+2) - r^2 \equiv Ar + B$ ஆகுமாறு A, B ஆகியன மெய்மாறிலிகளாகும்.

1) A, B ஐக் காண்க. இங்கு $r \in \mathbb{Z}^+$ ஆகும்.

2) இதிலிருந்து $\frac{3r+2}{r^2(r+1)^2(r+2)}$ ஐ $f(r) - f(r+1)$ எனும் வடிவில் அ $f(r)$ ஐக் காண்க.

3) இதிலிருந்து $\sum_{r=1}^n \frac{3r+2}{r^2(r+1)^2(r+2)}$ ஐக் காண்க.

4) $\sum_{r=n+1}^{2n} \frac{3r+2}{r^2(r+1)^2(r+2)}$ இன் பெறுமானத்தை n இன் சார்பாக எளிய வடிவில் உணர்த்துக.

இதிலிருந்து $\sum_{r=1}^{20} \frac{3r+2}{r^2(r+1)^2(r+2)}$ ஐக் உய்த்தறிக.

5) $\sum_{r=1}^{\infty} \frac{3r+2}{r^2(r+1)^2(r+2)}$ ஒருங்கு தொடராகுமா? உமது விடையை மெய்ப்பிக்க.

(13) a) $y = (\sin^{-1} x)^2, x \neq 0$ $(1-x^2)\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 = 4y$ எனவும் $(1-x^2)\frac{d^2y}{dx^2} - x\left(\frac{dy}{dx}\right) = 2$ எனவும் காட்டுக.

$x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ இல் $\left(\frac{d^3y}{dx^3}\right)$ இன் பெறுமானம் $\sqrt{2}\lambda(\mu + \pi)$ எனும் வடிவில் உணர்த்தப்படலாம்

எனக் காட்டுக. இங்கு $\lambda, \mu \in \mathbb{Z}^+$

b) $f(x) = \frac{2(1-x)^3}{x^3-4}$, $x \neq 4^{1/3}$ எனின் $f'(x)$ ஐ எளிய வடிவில் உணர்த்தி $y=f(x)$ இன் திரும்பற் புள்ளிகளையும் அணுகு கோடுகளையும் தெளிவாகக் காட்டி $y=f(x)$ ஐ பருமட்டாக வரைக. இதிலிருந்து $(1-x)^3 = k(x^3-4)$ எனும் சமன்பாட்டுக்கு சரியாக ஒரு மெய்தீர்வு இருக்குமாறு k இன் பெறுமான வீச்சைக் காண்க.

c) 8π cm நீளமான மெல்லிய கம்பி ஒன்று இரு துண்டுகளாக வெட்டப்பட்டு ஒன்று ஒரு செவ்வக வடிவிலும் மற்றையது ஒரு வட்டமாகவும் வளைக்கப்படுகின்றன. செவ்வகத்தின் நீளம் அகலத்தின் இரு மடங்காகும். வட்டத்தின் ஆரை r cm உம் மொத்தப் பரப்பளவு A cm² உம் ஆகும். $A = \frac{\pi}{9} \{r^2(2\pi+9) - 16r + 32\pi\}$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து A ஐ இழிவாக்கும் r இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(14) (a) $\int \frac{1}{1+t^2} dt$ ஐக் காண்க.

$\int \frac{1}{1+t^2} dt$ ஐ பகுதிகளாகத் தொகையிடுவதன் மூலம் $I = \int \frac{1}{(1+t^2)^2} dt$ ஐக் காண்க.

$J = \int \frac{x dx}{x^4 \sqrt{x^2-1}}$ என்க.

தக்க பிரதியீடு ஒன்றின் மூலம் $J=I$ எனக் காட்டி J ஐக் காண்க.

B) $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$ எனக் காட்டுக.

$I = \int_0^{\pi} x \sin^2 x \cos^2 x dx$ எனின்

மேலுள்ள முடிவைக் பயன்படுத்தி $I = \frac{\pi^2}{16}$ எனக் காட்டுக.

C) பகுதிப் பின்னங்களாக எடுத்துரைப்பதன் மூலம்

$\int \frac{2x^2+1}{x^3+1} dx$ ஐக் காண்க.

(15) O உற்பத்தியாகவும் OABC ஒரு சாய்சதுர ஆகுமாறு OA யின் சமன்பாடு $4x-3y=0$ உம் $B \equiv (5,5)$ உம் எனின் OB இன் சமன்பாடு $x-y=0$ எனத்தரப்படின் OC இன் சமன்பாட்டைக் கண்டு AB, AC, BC என்பவற்றின் சமன்பாடுகளைக் காண்க. OA, OC என்பவற்றை தொடுவதும் ஒரு அலகை ஆரையாகவும் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாடுகளைக் காண்க. அவற்றில் ஒன்றின் மையம் Bயிலுள்ளது எனக் காட்டுக. Bயை மையமாகக் கொண்ட வட்டத்திற்கு உற்பத்தி குறித்து தொடுகை நாணின் சமன்பாடு $5x+5y-49=0$ எனக் காட்டுக. இத்தொடுகை நாண் குறித்த தொடு புள்ளிகளினூடு செல்வதும் உற்பத்தினூடு செல்வதுமான வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(16) $g^2 + f^2 > c$ எனின் $x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$ எனும் வட்டத்தின் மையம் $(-g, -f)$ எனவும் ஆரை $\sqrt{g^2 + f^2 - c}$ எனவும் காட்டுக.

$x^2 + y^2 + 24x - 2y - 80 = 0$, $x^2 + y^2 - 20x + 6y + 84 = 0$ எனும் வட்டங்கள் ஒன்றை ஒன்று இடை வெட்டாது எனக் காட்டுக. இவற்றிற்கு வரையப்படும் பொதுத் தொடலிகளின் இடைவெட்டுப் புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளைக் கண்டு இதிலிருந்து பொது தொடலிகளின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

(17) a) $f(\theta) = 6\cos^2\theta + 6\sin\theta\cos\theta - 2\sin^2\theta$, $-\pi/2 \leq \theta \leq \pi/2$

$f(\theta)$ ஐ $A + B\cos(2\theta - \alpha)$ ஆகுமாறு

A, B, α ஐக் காண்க.

$Y = f(\theta)$ ஐ தரப்பட்ட $(-\pi/2 < \theta < \pi/2)$ எனும் ஆயிதையில் பருமட்டாக வரைக.

$f(\theta) = k$ ஆகுமாறு θ இற்கு ஒரு மெய்தீர்வு மட்டும் இருக்கும் K இன் பெறுமான விச்சைக் காண்க.

b) $(\cos\alpha + \cos\beta)^2 + (\sin\alpha + \sin\beta)^2 = 4\cos^2\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$ எனக் காட்டி

$(\cos x + \cos 3x)^2 + (\sin x + \sin 3x)^2 = 1$ இன் பொதுத் தீர்வைக் காண்க.

c) வழக்கமான குறியீட்டுடன் சைன்நெறியைத் கூறுக.

ΔABC இல் $a - b = kc$ எனின்

$\sin\left(\frac{A-B}{2}\right) = K\cos\left(\frac{C}{2}\right)$ எனக் காட்டுக.

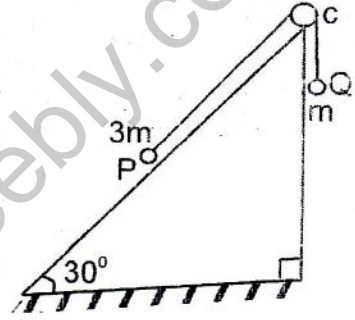
அத்துடன் $\frac{K \sin B}{1 - K\cos B} = \tan\left(\frac{A-B}{2}\right)$ எனவும் காட்டுக.



பகுதி A யில் எல்லா வினாக்களுக்கும் பகுதி B யில் விரும்பிய ஐந்து வினாக்களுக்கும் விடை தருக.

பகுதி - A

- (1) நிலைத்த ஒப்பமான சாய்தளத்தின் உச்சியில் நிலைப்படுத்தப்பட்ட கப்பி Cயின் மேலாச் சென்று இரு நுனிகளிலும் முறையே சாய்தளமீதுள்ள திணிவு $3m$ ஐயும் மறு நுனியில் m திணிவையும் காவுகின்றது. P யானது சாய்தளம் வழியே x தூரம் வழக்கும் போது சக்தி காப்பு விதியை பிரயோகித்து $V^2 = \frac{1}{4}gx$ எனக் காட்டி இதிலிருந்து ஒவ்வொன்றினதும் ஆர்முடுகல்களைக் காண்க?



- (2) ஒரு துணிக்கை ஒரு புள்ளி O விலிருந்து கிடைக்கும் $\frac{\pi}{3}$ சாய்வில் மேல் நோக்கி $U \text{ms}^{-1}$ கதியில் எறியப்பட துணிக்கை எறியற்புள்ளிக்கு மேல் அடைந்த அதியுயர் உயரம் $\left(\frac{3u^2}{8g}\right)m$ எனக் காட்டுக. துணிக்கை O விற்கு கீழ், புள்ளி P ஐ அடையும் போது OP கிடைக்கு $\frac{\pi}{6}$ இல் சாய்ந்திருப்பின் P ஐ அடைய எடுத்த நேரம் $\frac{4u}{\sqrt{3}g}$ எனக் காட்டுக.

- (3) இரு ஒப்பமான சம ஆரையுடைய கோளங்களின் திணிவுகள் $2m, 3m$ ஆகும். அவை முறையே $u, 2u$ கதிகளில் ஒரே நேர் கோட்டில் ஒன்றை ஒன்று நோக்கி இயங்குகின்றன. அவற்றிற் கிடையான மீளமைவுக் குணகம் $\frac{1}{3}$ ஆகும். மொத்தலினால் இழந்த இயக்கப்பாட்டு சக்தியைக் காண்க.

- (4) கிடையான வீதியில் M மெற்றிக் தொன் திணிவுடைய மோட்டார் வண்டி ஒன்றை 3ums^{-1} உயர்கதியில் செலுத்த முடியும் கிடைக்கு 30° சாய்வான வீதிவழியே மேல்நோக்கி 2ums^{-1} உயர்கதியிலும் செலுத்த முடியும் ஈர்வையிலான ஆர்முடுகல் $g\text{ms}^{-2}$ உம் தடையானது வேகத்தின் வர்க்கத்துக்கு நேர்விகித சமனாமாகும். மோட்டார் வண்டி மாறாவலுவில் வேலை செய்கிறது வண்டியின் வலு $\frac{13\ 500\ \text{Mgu}}{W}$ எனக்காட்டி சாய்வில் கீழ்நோக்கி 4ums^{-1} செல்லும் கணத்தில் அதன் ஆர்முடுகலைக் காண்க.

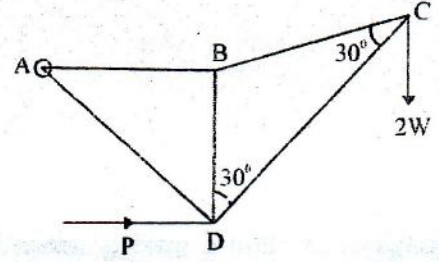
- (5) a, c என்பன அலகுக்காவிகளும் $|b|=4$ ஆகும் b ஒரு காவியாகும் a, c இடையிலுள்ள கோணம் $\tan^{-1}(\sqrt{15})$ உம் $b-2c=\lambda a$ எனின் λ இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

- (6) $2u$ வேகத்துடன் வடக்கு நோக்கிச் செல்லும் கப்பல் A இன்மாலுமி குறித்த ஒரு கணத்தில் வடக்குக்கு 2α கிழக்கித் திசையில் ஒரு போர்க் கப்பல் Bஐ அவதானிக்கின்றார். அது தமது கப்பலை நோக்கி கதி 2β உடன் வருவது போல் தோன்றியது B செல்லும் கதியையும் திசையையும் காண்க.

- (7) $4a$ நீளமுடைய ஒரு சீரான கோலின் நிறை W உம் அதன் ஒருமுனை கரடான நிலைக்குத்துச் சுவரையும் இம்முனையிலிருந்து $3a$ தூரத்தில் கோலிலுள்ள புள்ளி ஓர் ஒப்பமான முளையுடன் தொடுகையிலிருக்க கோல் கிடைக்கு 30° சாய்விலிருப்பின் தொடுகையில் உராய்வுக் குணகம் $\sqrt{3}$ இலும் குறைய முடியாது எனக் காட்டுக.

- (8) $AB = BD = BC$, $\hat{BCD} = 30^\circ$ ஆகும் 5 இலேசான கோல்களாலான சட்டப்படல் A இல் சுயாதீனமாகப் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது.

- 1) P இன் பருமனைக் காண்க.
- 2) போவின் குறியீட்டுடனான தகைப்பு வரிப்படத்தை வரைந்து BC, CD இலுள்ள தகைப்புக்களைக் காண்க.



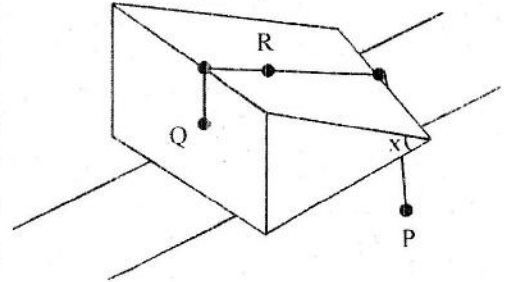
(9) OACB ஓர் இணைகரமாகும் O குறித்து A,B என்பவற்றின் தானக்காவிகள் முறையே a, b ஆகும். AC ஐ 2 : 1 எனும் விகிதத்தில் பிரிக்கும் புள்ளி D ஆகும். O குறித்து D இன் தானக் காவியை a, b இல் எழுதுக. $\overline{AE} = \lambda \overline{AB}$ எனின் $OE = (1-\lambda)a + \lambda b$ எனக் காட்டுக. λ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க. இங்கு AB, OD என்பன E இல் இடைவெட்டுகின்றன.

(10) W நிறையுடைய துணிக்கை P இற்கு இணைக்கப்பட்ட இலேசான நீளா இழையின் மறுமுனை நிலைத்த புள்ளி O விற்கு இணைக்கப்பட்டு OP கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் 60° இல் சாய்ந்திருக்க இழை இறுக்கமாக இருக்க P இற்கு பிரயோகிக்கப்படும் ஒரு விசையினால் சமநிலையில் வைத்திருப்பதற்கு அவ்விசையின் இழிவுப் பெறுமானத்தையும் அப்பொழுது இழையிலுள்ள இழுவிசையையும் காண்க.

Part - B

- (11) a) ஒரு பலூன் நிலத்தில் ஓய்விலிருந்து $t=0$ இல் நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி $\frac{1}{2}g$ எனும் சீரான ஆர்முடுகலுடன் இயங்கத் தொடங்குகிறது $t=T$ இல் பலூனிலிருந்து ஒருகல் விடுவிக்கப்படுகிறது.
- 1) கல் நிலத்தை அடையும் வரை பலூனினதும் கல்லினதும் இயக்கங்களுக்கான வேக - நேர வளையிகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக.
 - 2) வரைபைப் பயன்படுத்தி
 - (α) கல் அதியுயரத்தில் இருக்கும் போது கல்லிற்கு மேல் பலூனின் உயரத்தை காட்டும் பரப்பளவை உமது வரைபில் நிழற்றுக்க.
 - (β) மேலே (α) இல் குறிப்பிட்ட உயரத்தை g, T இன் உறுப்புக்களில் காண்க.
 - (γ) கல் நிலத்தை $t = \frac{T}{2}(3 + \sqrt{3})$ நேரத்தில் அடையும் எனக் காட்டுக.
 - (δ) கல் நிலத்தை அடையும் போது பலூனின் கதியையும் நிலமட்டத்திலிருந்து அதன் உயரத்தையும் காண்க.
- b) நள்ளிரவு ஒன்றில் கப்பல் P கப்பல் Q இற்கு மேற்கே d km தூரத்தில் உள்ளது. P ஆனது கிழக்கிற்கு α° வடக்கு நோக்கிய திசையில் u kmh⁻¹ கதியில் செல்கிறது. Q இன் உயர்கதி v kmh⁻¹ ஆகும். $u \sin \alpha > v$ எனின் Q ஆனது P ஐ இடைமறிக்க முடியாது எனக் காட்டுக. $u > v > u \sin \alpha$ எனின் P ஐ இடைமறிப்பதற்கு Q இருவேறு திசைகளில் செல்லமுடியும் எனக்காட்டி இவ்விரு திசைகளும் $2 \cos^{-1} \left(\frac{u \sin \alpha}{v} \right)$ இனால் வேறுபடும் எனக் காட்டி மிக விரைவில் சந்திக்க எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

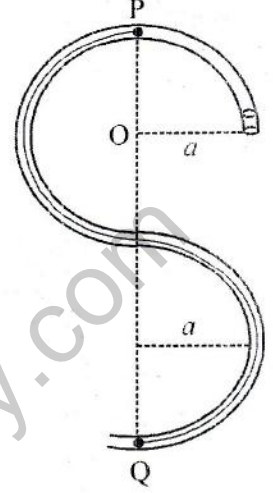
- (12) உருவில் காட்டியவாறு λm திணிவுடைய சீரான ஆப்பு ஒன்று ஒப்பமான கிடையான இரு நிலைத்த தண்டவாளங்களில் வழக்க சுயாதனமுடையது. ஆப்பின் மையக்குறுக்கு வெட்டுக்கூடான நிலைக்குத்துத் தளத்தில் உயர் சரிவுக்கோடு வழியே உச்சியிலும் அடியிலும் ஆப்பில் நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஒப்பமான கப்பிகளினூடாகச் செல்லும் நீளா இழையின் கீழ் அந்தத்தில் k m திணிவுடைய துணிக்கை P ஐயும் மேல் அந்தத்தில் $3m$ திணிவுடைய துணிக்கை Q வும் கிடைக்கும் α சாய்விலுள்ள ஆப்பின் சாய்முகத்தில் கிடக்கும் m திணிவுடைய துணிக்கை R இழையின் நடுப்புள்ளிக்கும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. இழை இறுக்கமாக இருக்க தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடப்படின் ஆப்பு, துணிக்கைகள் P, Q, R என்பவற்றுக்கு இயக்கச் சமன்பாடுகளை எழுதி



- 1) ஆப்பின் ஆர்முடுகல் $\frac{g(3 - k - \sin \alpha)}{(\lambda + k + 4)(k + 4) - \cos^2 \alpha}$ எனக் காட்டுக.
- 2) ஆப்புத் தொடர்பான Q இன் ஆர்முடுகலைக் காண்க.

- 3) R ஆனது ஆப்பின் முகத்தில் இருக்கும் போது P சுயாதீனமாக தொங்கும் கணத்தில், P அறுந்து விழும் எனின் ஆப்பினதும் ஆப்புத் தொடர்பான Q இனதும் ஆர்முடுகல்களை உய்த்தறிக.
- 4) இழை அறுவதற்கு முன் மேல் இழையிலுள்ள இழுவிசை யாது?
- 5) இழை அறுவதற்கு முன் துணிக்கை R ஆப்பு வழியே S தூரம் இயங்கும் போது ஆப்பு இயங்கிய தூரத்தைக் காண்க.

(13) உருவில் காட்டப்பட்டவாறு a ஆரையுடைய வட்ட வடிவிலுள்ள ஒரு மெல்லிய ஒப்பமான துளையைக் கொண்ட குழாய் நிலைக்குத்துத் தளம் ஒன்றில் நிலைப்படுத்தப்பட்டு குழாயினுள் கிடக்கும் இழையின் நுனிகளுக்கு முறையே $2m$, m திணிவுடைய துணிக்கைகள் P, Q என்பன இணைக்கப்பட்டுள்ளன. மையங்களுடன் P, Q ஒரே நிலைக்குத்துக் கோட்டில் கிடக்க இழை இறுக்கமாக இருக்கத் தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடப்பட P குழாயின் திறிந்த முனையை நோக்கிய இயங்க ஆரம்பிப்பின் சக்தி காப்புக் கோட்பாட்டினால் P ஆனது θ ஆரையனாடு திரும்பும் போது



- 1) $a \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2 = \frac{2g}{3} (1 - \cos \theta)$ எனக் காட்டுக.

- 2) துணிக்கை P இல் உள்ள மறுதாக்கம் $\frac{2mg}{3} (5 \cos \theta - 2)$ எனக் காட்டி, கணநிலையில் P இல் தொடுகை விடுபடும் θ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
- 3) Q இல் உள்ள மறுதாக்கத்தைக் காண்க.
- 4) இழையிலுள்ள இழுவிசையைக் காண்க.
P ஆனது O வின் மட்டத்தை அடையும் போது இழை அறும் எனின் Q அடையக் கூடிய அதியுயர் உயரத்தைக் காண்க.

(14) a) வழக்கமான குறியீட்டுடன் A, B, D என்பவற்றின் தானக்காவிகள் முறையே $(3i + j)$, $(i + 4j)$, $(5i + 2j)$ ஆகும். ABCD ஒரு சரிவகமும் $AB // DC$ உம் ஆகும். AC ஆனது BD இற்குச் செங்குத்தும் ஆகும். \overline{AB} ஐ i, j இல் கண்டு \overline{AC} ஐ $(2 - 2\lambda)i + (1 + 3\lambda)j$ எனும் வடிவில் உணர்த்தலாம் எனக் காட்டி C இன் தானக்கவி $\left(\frac{29}{7}i + \frac{23}{7}j \right)$ எனக் காட்டுக.

b) A, B, C, D, E, F என்பன ஒருபக்கத்தின் நீளம் $2a$ மீற்றர் ஆகவுள்ள ஓர் ஒழுங்கான அறுகோணியின் இடஞ்சுழிப் போக்கல் எடுக்கப்பட்ட உச்சிகளாகும். பருமன்கள் P, $2P$, P, mP , nP , $2P$ நியூற்றன் ஆகவுள்ள விசைகள் முறையே AB, CB, DC, DE, FE, FA ஆகிய பக்கங்கள் வழியே எழுத்து ஒழுங்குமுறையினால் காட்டப்படும் போக்கில் தாக்குகின்றன.

தொகுதி DA வழியே தாக்கும் ஒரு தனி விசையாக ஒடுங்குமெனின் m, n ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

வேறோர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழை இரண்டாவது கப்பிக்கு மேலாகச் செல்லும் அதே வேளை அதன் ஒரு நுனியில் திணிவு m_1 ஐ உடைய ஒரு துணிக்கையையும் மற்றைய நுனியில் திணிவு m_2 ஐ உடைய ஒரு துணிக்கையையும் காவுகின்றது. தொகுதி ஓய்விலிருந்து

விடுவிக்கப்படுமெனின் $\frac{4}{M} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}$ ஆக இருந்தால் திணிவு M ஐ உடைய துணிக்கை ஓய்வில் இருக்குமெனக் காட்டுக.

- (17) 1) ஓர் சீரான ஏணியொன்றானது அதன் ஒருமுனை கரடான கிடைத்தரையிலும், மறுமுனை கரடான நிலைக்குத்துச் சுவருக்கும் எதிராகவும் இருக்க தரையிலும் சுவரிலும் ஏணி கிடையுடன் 60° சாய்வில் தரையிலும் சுவரிலும் எல்லைச் சமநிலையில் உள்ளது. தரை - ஏணி, சுவர் - ஏணி இடையிலான உராய்வுக் குணகம் μ ஆகும். $\mu = 2 - \sqrt{3}$ எனக் காட்டுக.
- 2) W நிறையும், சமநீளமும் உடைய நான்கு சீக்கோல்கள் அவற்றின் முனைகளில் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டு ஓர் சாய்சதுர வடிவ சட்டப்படல் உருவாக்கப்பட்டுள்ளது. இச்சட்டப்படலானது அதன் ஒருமுனை பற்றி தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. இம்முனை தவிர்ந்த ஒன்றுக்கொன்று எதிரான முனைகளை இணைக்கும் சமநீளமுள்ள இலேசான கோலொன்றினால் தொகுதி சமநிலையில் வைத்திருக்கப்படுகின்றது. இவ் இலேசான கோலில் உதைப்பு $\frac{2W}{\sqrt{3}}$ எனக் காட்டுக.