க.பொ.த உயர்தர வகுப்புக்கான

பிரயோக கணிதம்

APPLIED MATHEMATICS FOR G.C.E. ADVANCED LEVEL

இயக்கவியல் - பயிற்சிகள் II
DYNAMICS - EXERCISES
PART - II

கா. கணேசலிங்கம், B.Sc. Dip-in-Ed.

www.aswarphysics.weebly.com

www.aswarphysics.weebly.com

க. பொ. த

உயர்தர வகுப்புக்கான

பிரயோக கணிதம்

இயக்கவியல் - பயிற்சிகள்

பகுதி 2

K. GANESHALINGAM. B. Sc. Dip in Ed.

RS. 240/-

Sai Educational Publications
155, Canal Road, Colombo - 6
Phone : 592707

www.aswarphysics.weebly.com

www.aswarphysics.weebly.com

BIBLIOGRAPHICAL DATA

Title : Applied Mathematics for G.C.E (A/L)
Dynamics – Exercises part – II

Language : Tamil

Author : Karthigesu Ganeshalingam B. Sc.Dip – in – Ed
puttali , puloly.

Publications : Sai Educational publication
155, Canal Road, Colombo –06.

Date of Issue : August, 1998 , 2000

No·of pages : 230 + iv

Copyright : Sai Educational Publication.

Type Setting : SDS COMPUTER SERVICES, Colombo - 06.

Printed at : G.M. Offset Press, Ch - 5. Ph : 5519 0944

நூலின் விபரம்

தலைப்பு : க. பொ. த உயர்தர வகுப்புக்கான
பிரயோக கணிதம் - இயக்கவியல் பயிற்சிகள் பகுதி II

மொழி : தமிழ்

ஆசிரியர் : கார்த்திகேசு கணேசலிங்கம்.
புற்றளை, புலோலி

வெளியீடு : சாயி கல்வி வெளியீட்டகம்
155, கனல் வீதி கொழும்பு - 06

பிரசுரத்திகதி : ஆகஸ்ட் 1998, 2000

பக்கங்கள் : 230 + iv

பதிப்புரிமை : சாயி கல்வி வெளியீட்டகம்.

கணணிப்பதிவு : எஸ்.டி.எஸ் கம்பியூட்டர் சேர்விசஸ்

அச்சிட்டோர் : ஜீ.எம். ஆப்செட் பிரஸ், சென்னை – 5. போன் : 5591 0944

என்னுரை

க.பொ.த உயர்தரம் பிரயோக கணிதம் பாடத்திட்ட இயக்கவியல் பகுதியைப் பூர்த்தி செய்யுமுகமாக பிரயோககணிதம் இயக்கவியல் பயிற்சிகள் I இனைத் தொடர்ந்து பகுதி - II ஆகிய இந்நூல் வெளிவருகிறது.

இணைந்த கணிதம், உயர்கணிதம் என இரு பாடங்கள், தற்போதைய தூய, பிரயோக கணிதங்களுக்குப் பதிலாக அறிமுகப்படுத்தப்பட்டுள்ளன. இவ்விரு புதிய பாடங்களிலும் பிரயோக கணிதப்பகுதிகள் உள்ளடக்கப்பட்டுள்ளன. இணைந்த கணிதப் பாடத்திற்கான பிரயோககணிதப்பகுதியில், பகுதி II இல் உள்ள அலகுகள் *1, 2, 3, 4, 5* (a), *5* (b), *6* உம், பகுதி II இல் உள்ள அலகு *7*, அலகு *8* என்பனவும் அடங்கும். உயர் கணிதப்பாடத்திற்கான பிரயோககணிதப்பகுதியில் பகுதி I இல் உள்ள அலகுகள் *5* (c), *5* (d) , *6* உம், பகுதி II இல் உள்ள அலகுகள் *9, 10, 11* உம் அடங்கும்.

தற்பொழுது வெளிவருகின்ற இயக்கவியல் பயிற்சிகள் பகுதி II இல், வழமைபோல் பாடத்துடன் தொடர்புடைய பிரதான பாடப் பரப்புக்களைக் கொடுத்திருப்பதோடு, சில உதாரணங்களும் எடுத்துக் காட்டப்பட்டுள்ளது.

இப்பொழுது நடைமுறையிலிருக்கும் பிரயோககணிதம் என்ற பாடத்திட்டத்தின் இயக்கவியல் பகுதியை நோக்கமாகக் கொண்டு இப்புத்தகம் எழுதப்பட்டது. ஆயினும் புதிய இரு கணிதபாடங்களிலும் "மாறும் திணிவு" "ஏவுகணை இயக்கம்" என்ற பகுதி நீக்கப்பட்ட மையினால், அலகு *12* ஆக இப்புத்தகத்தில் இடம் பெறவிருந்த இப்பகுதி இதில் இடம் பெறவில்லை.

சாயிகல்வி வெளியீட்டகத்தினரால் வெளியிடப்படும் இந்நூல் மாணவர்களுக்கும், ஆசிரியர்கட்கும் பேருதவியாக அமையும் என நம்புகிறேன்.

நன்றி

ஆகஸ்ட் 1998.

ஆசிரியர்

www.aswarphysics.weebly.com

பொருளடக்கம்

	பக்கம்
7. வட்ட இயக்கம்	1
8. எளிய இசைஇயக்கம்	43
9. மாறும் ஆர்முடுகல், தடை ஊடகங்களில் இயக்கம்	74
10. சுழற்சி	105
11. காவிப்பிரயோகமும், தளவளையியின் வழியே துணிக்கையின் இயக்கமும்	172
பலவினப் பயிற்சிகள்	198
விடைகள்	224

www.aswarphysics.weebly.com

அலகு 7

7(a)

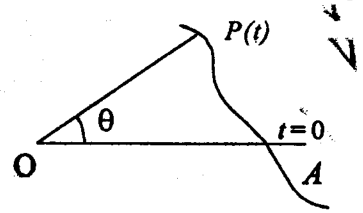
வட்ட இயக்கம்

(i) கோணவேகம்

ஒரு புள்ளி P ஒரு தளத்திலே இயங்குகின்றதென்க. O ஒரு நிலையான புள்ளியாகவும், OA நிலையான ஒரு கோடாகவுமிருக்க P இன் Oஐக் குறித்த கோண வேகம், கோணம் AOP இன் அதிகரிப்பு வீதமாகும்.

கோண வேகம் $\frac{d\theta}{dt}$ அல்லது $\dot{\theta}$ அல்லது ω என்பதால் குறிக்கப்படும்

கோண வேகத்தின் அலகு ஆரையன் செக்கன்$^{-1}$ ஆகும்.

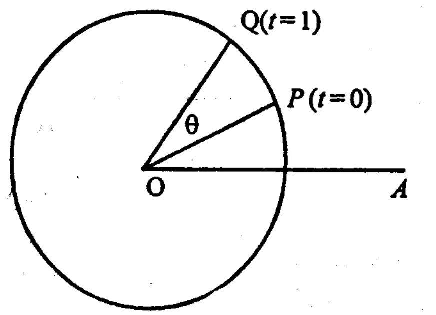


θ ஒரு ஒருமை வீதத்தில் அதிகரிக்கின்றதெனின், கோணவேகம் $\left(\frac{d\theta}{dt}, \dot{\theta}, \omega\right)$

சீரானதெனப்படும்.

(ii) புள்ளி Pஆனது, Oவை மையமாகவும், r ஐ ஆரையாகவும் கொண்ட ஒரு வட்டத்தில் இயங்கினால் Oஐக் குறித்த அதன் கோணவேகம் அதன் கதியை வட்டத்தின் ஆரையினால் பிரிக்கவரும்.

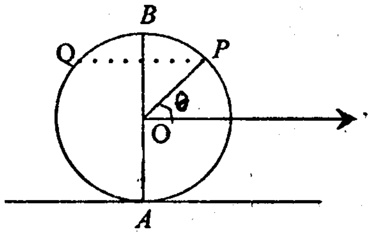
அதன் கதியை v என்க.
$t=0$ இல் துணிக்கையின் நிலை P எனவும், 1செக்கனின் பின்னர் துணிக்கையின் நிலை Q எனவும், கொள்வோம். வரைவிலக்கணத்தின்படி கோணவேகம் ω ஆனது, θ ஆரையன்கள் ஆகும்.
துணிக்கை 1செக்கனில் சென்ற தூரம் $PQ = v$ ஆனால்
$PQ = r\theta = r\omega$
எனவே $v = r\omega$



www.aswarphysics.weebly.com

(iii) ஒரு நேர் கோட்டிலே, வழுக்காது சீராக உருளும் வட்டத்தட்டின் விளிம்பிலுள்ள ஒரு புள்ளியின் வேகத்தைக் காணல்.

வட்டத்தட்டின் ஆரை r, மையம் O என்க. மையம் O சீரான வேகம் v உடன் கிடையாக இயங்குகின்ற தென்க. இங்கு அடர் வழுக்காது உருளுவதால், வட்டத்தட்டின் விளிம்பிலுள்ள ஒவ்வொரு புள்ளிக்கும் மையம் O தொடர்பாகத் தொடலித்திசையிலே, பருமன் v ஐக் கொண்ட வேகம் இருக்கும்.

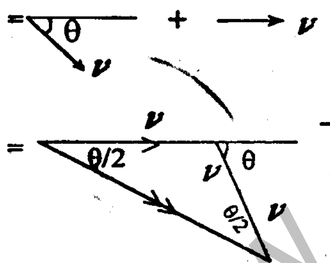


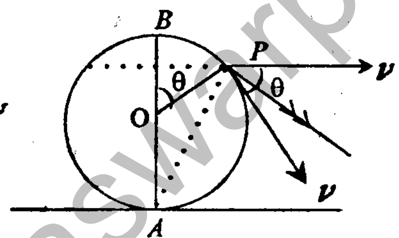
$$V_{A,E} = V_{A,O} + V_{O,E}$$
$$= \overleftarrow{v} + \overrightarrow{v}$$
$$V_{B,E} = V_{B,O} + V_{O,E}$$
$$= \overrightarrow{v} + \overrightarrow{v}$$

$= 2v$. அதி உயர்புள்ளி B யின் வேகம் கிடைத்திசையில் $2v$ ஆகும்.

தொடுகைப் புள்ளி A யின் வேகம் பூச்சியம் ஆகும். இங்கு புள்ளி A கணநேர ஓய்விலுள்ளதால் A கணச் சுழற்சிமையம் எனப்படும்.

$$V_{P,E} = V_{P,O} + V_{O,E}$$



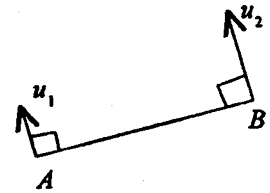


$$= 2v \cos\frac{\theta}{2}$$

இங்கு நீளம் $AP = 2r\cos\frac{\theta}{2}$, AP, P இல் விளையுள் வேகத்தின் திசைக்குச் செங்குத்து. எனவே P இன் A ஐக் குறித்த கோணவேகம் $\frac{2v\cos\theta/2}{2r\cos\theta/2} = \frac{v}{r}$

(iv) தரப்பட்ட வேகங்களையுடைய இரு புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டின் கோண வேகத்தைக் காணல்.

இரு புள்ளிகளையும் A,B என்க. AB வழியேயான A இனதும் B இனதும் வேகக் கூறுகள் AB இன் திசையில் மாற்றத்தை ஏற்படுத்தாது. A,B என்பவற்றின் AB இற்குச் செங்குத்தான திசையிலான வேகக் கூறுகள் முறையே u_1, u_2 எனின், AB இன்



கோண வேகம் $\frac{u_2 - u_1}{AB}$ ஆகும்.

உதாரணம் : மணிக்கூடு ஒன்றின் மணிக்கம்பியினதும், நிமிடக்கம்பியினதும் கோண வேகத்தைக் காண்க.

மணிக்கம்பி 1 மணித்தியாலத்தில் $\frac{\pi}{6}$ ஆரையனூடு சுழலும்.

எனவே 1 செக்கனில் $\frac{\pi}{6 \times 3600}$ ஆரையனூடு சுழலும்.

கோணவேகம் $\frac{\pi}{21600}$ ஆரையன் செக்கன்$^{-1}$

நிமிடக்கம்பி 1 மணித்தியாலத்தில் 2π ஆரையனூடு சுழலும்.

ஆகவே 1 செக்கனில் $\frac{2\pi}{3600}$ ஆரையினூடு சுழலும்.

கோண வேகம் $\frac{\pi}{1800}$ ஆரையின் செக்கன்$^{-1}$

www.aswarphysics.weebly.com

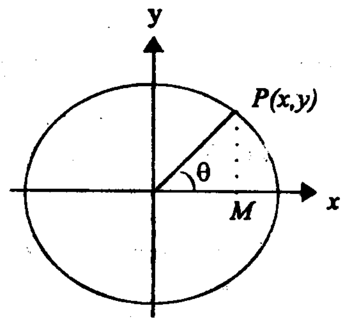
a ஆரையுடைய வட்டம் ஒன்றில் இயங்கும் துணிக்கையின் வேகத்தையும் ஆர்முடுகலையும் காணல்.

$P\hat{O}X = \theta$ என்க.

$\overrightarrow{OP} = \underline{r}$

Ox, Oy வழியேயான அலகுக்காவிகள் முறையே i, j என்க.

t - நேரம்



$\underline{r} = a\cos\theta\, i + a\sin\theta\, j$

$$\underline{v} = \frac{dr}{dt} = \frac{d}{dt}\left[a\cos\theta i + a\sin\theta j\right]$$

$$= \frac{d}{d\theta}\left[a\cos\theta i + a\sin\theta\, j\right]\frac{d\theta}{dt}$$

$$= \left[-a\sin\theta i + a\cos\theta j\right]\dot{\theta}$$

$$= -a\sin\theta\,\theta\, i + a\cos\theta\,\dot{\theta} j \text{ ———— (A) } \left[\text{இங்கு } \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}\right]$$

$$f = \frac{dv}{dt} = \left[\left(-a\cos\theta\,\dot{\theta}^2 - a\sin\theta\,\ddot{\theta}\right)i + \left(-a\sin\theta\,\dot{\theta}^2 + a\cos\theta\,\ddot{\theta}\right)j\right] \text{ —(B}$$

$$\left(\ddot{\theta} = \frac{d^2\theta}{dt^2}\right)$$

OP ஆரை. PM, P இல் வட்டத்தின் தொடலி. Ox, Oy இற்கு சமாந்தரமான வேகத்தின் கூறுகள் முறையே, $x = -a\sin\theta\,\dot{\theta}$,

$y = a\cos\theta\,\dot{\theta}$

OP வழியே, வேகத்தின் கூறு

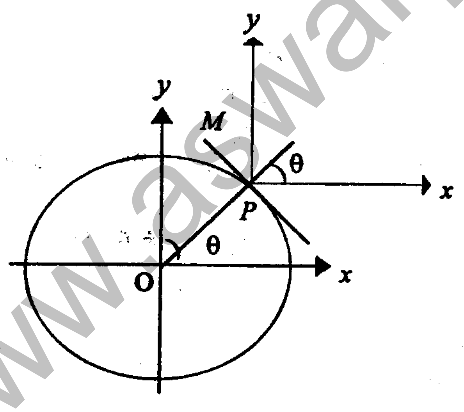
$= x\cos\theta + y\sin\theta$

$= 0$

PM வழியே, வேகத்தின் கூறு

$= y\cos\theta - x\sin\theta$

$= a\dot{\theta}$



எனவே வட்டத்தின் வழியே இயங்கும் துணிக்கையொன்றின் வேகம் வட்டத்திற்கு அப்புள்ளியிலுள்ள தொடலி வழியே $a\dot{\theta}$ அல்லது $a\omega$ ஆகும்.

Ox, Oy இற்கு சமாந்தரமான ஆர்முடுகலின் கூறுகள் முறையே

$$x = -a\cos\theta\,\dot{\theta}^2 - a\sin\theta\,\ddot{\theta}, \quad y = -a\sin\theta\,\dot{\theta}^2 - a\cos\theta\,\ddot{\theta}$$

OP வழியே ஆர்முடுகலின் கூறு $= x\cos\theta + y\sin\theta$

$$= \left[-a\cos\theta\,\dot{\theta}^2 - a\sin\theta\,\ddot{\theta}\right]\cos\theta + \left[-a\sin\theta\,\dot{\theta}^2 + a\cos\theta\,\ddot{\theta}\right]\sin\theta$$

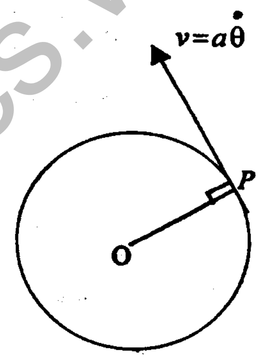
$$= -a\dot{\theta}^2$$

PM வழியே ஆர்முடுகலின் கூறு $= y\cos\theta - x\sin\theta$

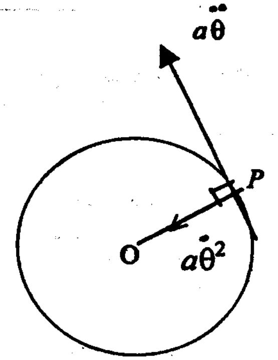
$$= \left[-a\sin\theta\,\dot{\theta}^2 + a\cos\theta\,\ddot{\theta}\right]\cos\theta - \left[-a\cos\theta\,\dot{\theta}^2 - a\sin\theta\,\ddot{\theta}\right]\sin\theta$$

$$= a\ddot{\theta}$$

வேகம்



ஆர்முடுகல்



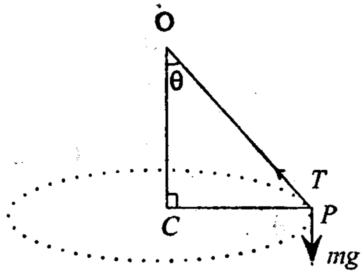
எனவே a ஆரையுடைய வட்டத்தில் இயங்கும் துணிக்கையொன்றின் வேகம் தொடலி வழியே $a\dot{\theta}$ அல்லது $a\omega$ ஆகும்.

ஆர்முடுகலானது, மையத்தை நோக்கி $a\dot{\theta}^2 (a\omega^2$ அல்லது $\frac{v^2}{a})$ உம் தொடலி வழியே $a\ddot{\theta}(a\dot{\omega}$ அல்லது $a\frac{d\omega}{dt})$ உம் ஆகும். துணிக்கை சீரான கோண வேகத்துடன் இயங்கினால் (ω - ஒருமை) $\ddot{\theta}$ பூச்சியமாகும். எனவே மையத்தை நோக்கிய திசையில் மட்டும் ஆர்முடுகல் தொழிற்படும்.

www.aswarphysics.weebly.com

கூம்பூசல் (Conical pendulum)

ஒரு நிலைத்த புள்ளி O இலே ஓர் இழை மூலம் கட்டப்பட்டுள்ள துணிக்கையொன்று, O இனூடான நிலைக்குத்தினை அச்சாகவுடைய ஒரு கூம்பினை அமைத்து அவ்விழை இயங்குமாறு ஒரு கிடை வட்டத்தில் இயங்கினால் அத்துணிக்கையும் இழையும் கூம்பூசல் எனப்படும்.



O - நிலைத்தபுள்ளி
துணிக்கையின் திணிவு m
இழையின் நீளம் ℓ, கோணம் $POC = \theta$ என்க.
துணிக்கை C ஐ மையமாகவுடைய கிடை வட்டத்தில் ஒருமைக் கோண வேகம் ω உடன் இயங்குகிறது.

$\uparrow \quad T\cos\theta - mg = 0$ ——————(1)

$\leftarrow \quad T\sin\theta = m\ell\sin\theta\,\omega^2$ —————— (2)

$T = m\ell\omega^2$

$$\frac{mg}{\cos\theta} = m\ell\omega^2 \Rightarrow \ell\cos\theta = \frac{g}{\omega^2}$$

(a) O இற்குக் கீழ் P இன் ஆழம் $OC = \frac{g}{\omega^2}$ இது ℓ இல் தங்கவில்லை.

(b) சமன்பாடு (1) இலிருந்து $\cos\theta = \frac{mg}{T}$, $\frac{mg}{T}$ பூச்சியமாகாது.

$\cos\theta \neq 0$, எனவே $\theta \neq \frac{\pi}{2}$ ஆகவே இழை கிடையாக இருக்கமுடியாது.

(c) சமன்பாடு (1) இலிருந்து $T = \frac{mg}{\cos\theta} > mg \left[0 < \cos\theta < 1, \frac{1}{\cos\theta} > 1\right]$

எனவே கூம்பூசலாக இயங்கும் போது இழுவை $T > mg$ ஆகும்.

உதாரணம் : 5மீற்றர் நீளமுடைய இலேசான நீட்டமுடியாத இழை ABC யில், m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று B இல் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. $AB = 2$மீற்றர் ஆகும். $3m$ திணிவுடைய சிறிய வளையம் ஒன்று C இற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. முனை A நிலைப்படுத்தப்பட்டு C இலுள்ள வளையம் A யினூடாகச் செல்லும் நிலைக்குத்தான ஒப்பமான கம்பி மீது வழுக்கிச் செல்லக் கூடியவாறு உள்ளது.

தொகுதி, கம்பியைப் பற்றி ω என்னும் மாறாக் கோண வேகத்துடன் சுழல்கிறது. C யானது, A யிற்குக் கீழே உள்ளது. கோணம் $BAC = 60^\circ$ எனின், $\omega^2 = g(4 + \frac{\sqrt{3}}{2})$ எனக் காட்டி, கம்பிக்கும் வளையத்திற்குமிடையேயான மறுதாக்கத்தைக் காண்க.

B யிலுள்ள துணிக்கை O வை மையமாகக் கொண்ட வட்டத்திலியங்குகின்றது.
$P = mf$ ஐப் பிரயோகிக்க.
B இற்கு

$\rightarrow \quad T_1\sin\theta + T_2\sin 60 = m\,2\sin 60\,\omega^2$ ——————(1)

$\uparrow \quad T_2\cos 60 - T_1\cos\theta - mg = 0$ ——————(2)

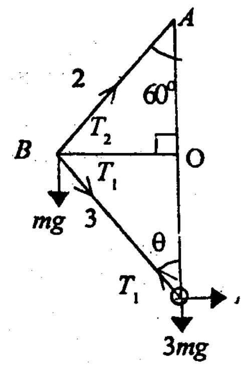
C இற்கு

$\uparrow \quad T_1\cos\theta - 3mg = 0$ ——————(3)

$\rightarrow \quad R - T_1\sin\theta = 0$ ——————(4)

முக்கோணி ABC இற்குச் சைன் விதியைப் பிரயோகிக்க.

$\frac{3}{\sin 60} = \frac{2}{\sin\theta}$ ——————(5)



$(5) \Rightarrow \sin\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$; $\cos\theta = \sqrt{\frac{2}{3}}$

$(3) \Rightarrow \quad T_1 = \frac{3mg}{\cos\theta} = \frac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}}mg$

$(4) \Rightarrow \quad R = T_1\sin\theta = \frac{3mg}{\sqrt{2}}$

$(2) \Rightarrow \quad \frac{T_2}{2} - T_1\sqrt{\frac{2}{3}} = mg \qquad T_2 = 8mg$

$(1) \Rightarrow \quad \omega^2 = g\left(4 + \sqrt{\frac{3}{2}}\right)$

www.aswarphysics.weebly.com

பயிற்சி 7 (a)

கோண வேகம், கிடை வட்டத்தில் இயக்கம்

1. ஒரு சில்லு அதன் மையத்தைக் குறித்து 300சு/நிமிடம் வீதம் சுழல்கிறது; சில்லிலுள்ள எந்த ஒரு புள்ளியினதும் மையத்தைக் குறித்த கோண வேகத்தைக் காண்க. மையத்திலிருந்து 2 cm தூரத்திலுள்ள புள்ளியொன்றின் கதியைக் காண்க.

2. ஒரு வட்டத்தில் சீரான கதியுடன் புள்ளியொன்று இயங்குகிறது. வட்டத்தின் பரிதியிலுள்ள எப்புள்ளியையும் குறித்து இயங்கும் புள்ளியின் கோண வேகம் மாறிலியெனக் காட்டுக.

3. 64 kmh^{-1} வீதம் வண்டித் தொடரொன்று செல்கிறது. எஞ்சின் சில்லுகளுள் ஒன்றின் விட்டம் 1.5m. நிலத்திலிருந்து 1.2 m உயரத்தில் இச்சில்லிலுள்ள இரு புள்ளிகளின் வேகங்களைக் காண்க.

4. 2.4 மீற்றர் விட்டமுள்ள சில்லொன்று 6 ms^{-1} வேகத்துடன் கிடை நிலத்திலே உருளுகின்றது. சில்லின் கோண வேகத்தின் பருமனையும். கிடை விட்டத்தின் முனைகளின் வேகங்களின் பருமன்களையும், திசைகளையும் காண்க.

5. ஒரு கடிகாரத்தின் மணிக்கம்பி நிமிடக்கம்பி ஆகியவற்றின் நீளங்கள் முறையே 2.3 cm ஆயின் அக் கம்பி முனைகளின் வேகங்களை ஒப்பிடுக.

6. r ஆரையுடைய வட்டம் ஒன்றில் இயங்கும் துணிக்கை ஒன்று நேரம் t இல் $ut + kt^2$ தூரத்தைக் கடக்கிறது. நேரம் t இல் மையத்தைக் குறித்து அதன் கோண வேகத்தைக் காண்க. துணிக்கையின் தொடக்க வேகம் யாது?

7. விறைப்பான உடலொன்று நிலைத்த ஒரு அச்சுபற்றி $a - bt$ இற்குச் சமமான மாறும் கோண வேகத்துடன் சுழல்கிறது. இங்கு a,b ஒருமைகளும், t நேரமுமாகும். உடலானது, ஓய்விற்கு வருமுன் எக்கோணத்தினூடு திரும்பும் எனக் காண்க.

8. பூமி 6400km ஆரையுடைய கோள வடிவமானதெனவும் 24 மணித்தியாலத்திற்கு ஒரு முறை தன்னுடைய அச்சுபற்றி சுழல்கின்றதெனவும் கொண்டு அதன் கோணக்கதியையும், புவிமத்தியகோட்டில் (equator) ஒரு புள்ளியில் அதன் கதியையும் காண்க.

9. துணிக்கை ஒன்று வட்டத்தில் இயங்குகின்றது. t செக்கனில் அதன் கதி $(2t^2+4)$ ms^{-1}. வட்டத்தின் ஆரை 9m. 1 செக்கனின் பின் துணிக்கையின் ஆர்முடுகலின் ஆரைவழியேயான, தொடலி வழியேயான கூறுகளைக் காண்க.

10. 5kg திணிவொன்று ஒப்பமான கிடைத்தளமொன்றிலுள்ள நிலைத்த ஒரு புள்ளியுடன் 4m நீளமுள்ள இலேசான நீளா இழையொன்றினால் இணைக்கப்பட்டு 8 ms^{-1} கதியுடன் தளத்தில் வட்டத்தில் இயங்குகிறது. இழையின் இழுவையைக் காண்க.

11. 3 kg திணிவொன்று 1.2 m நீளமான இழையொன்றினால் இணைக்கப்பட்டு ஒப்பமான கிடை மேசை ஒன்றின் மீது 1 நிமிடத்திற்கு 300 சுழற்சிகளை ஆக்குகிறது. இழையிலுள்ள இழுவையைக் காண்க.

12. 1kg திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று 1m நீளா இழையால் இணைக்கப்பட்டு, இழையின் மறு முனையானது, ஒப்பமான கிடை மேசை ஒன்றிற்கு மேல் 0.5 m உயரத்திலுள்ள ஒரு புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கையானது மேசை மீது சீரான கதியுடன் 2 செக்கன்களுக்கு ஒரு சுழற்சியை ஆக்குகிறது. இழையின் இழுவையையும், மேசையின் மறு தாக்கத்தையும் காண்க.

13. ℓ நீளமுடைய இலேசான நீளா இழையொன்றின் ஒரு முனை, ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசையிலுள்ள O என்னும் புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டு இழையின் மறுமுனையில் m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழை தாங்கக்கூடிய அதி உயர் இழுவை Mg எனின், துணிக்கை மேசையின் மீது 1 செக்கனில் ஆற்றக் கூடிய சுழற்சிகளின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

14. துணிக்கை ஒன்று இரு சமநீள, இலேசான இழைகளினால் இணைக்கப்பட்டு, இழையின் மறு முனைகள் ஒரே நிலைக்குத்துக் கோட்டில் a இடைத்தூரத்திலுள்ள இரு புள்ளிகளுக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளன. துணிக்கை ω எனும் சீரான கோண வேகத்துடன் ஒரு கிடை வட்டத்தில் இயங்குகிறது. இரு இழைகளும் இறுக்கமாக இருக்க ω ஆனது $\sqrt{\frac{2g}{a}}$ இலும் அதிகமாக இருக்கவேண்டுமெனக் காட்டுக.

மேலும் இழைகளின் இழுவைகள் 2 : 1 என்ற விகிதத்திலிருப்பின் $\omega = \sqrt{\frac{6g}{a}}$ எனவும் காட்டுக.

15. $18a$ நீளமுடைய இலேசான இழையொன்றின் முனைகள் ஒரே நிலைக்குத்துக் கோட்டில் $12a$ இடைத்தூரத்திலுள்ள A, B என்னும் இரு புள்ளிகளுக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளன. B, A இற்குக் கீழே உள்ளது. இவ்விழையில் m திணிவுடைய C என்னும் வளையம் ஒன்று கோர்க்கப்பட்டுள்ளது. வளையம் B ஐ மையமாகக் கொண்ட கிடை வட்ட மொன்றில் இழை இறுக்கமாக இருக்கத்தக்கதாகச் சுழல்கிறது. $BC = 5a$ எனவும், இழையிலுள்ள இழுவை $\frac{13mg}{12}$ எனவும் காட்டுக. சுழற்சிக் காலத்தைக் காண்க.

www.aswarphysics.weebly.com

16. a ஆரையுடைய ஒப்பமான கோளவடிவப் பாத்திரமொன்றினுள் துணிக்கை ஒன்று பாத்திரத்தின் மையத்திற்கு கீழ் $\frac{a}{2}$ ஆழத்தில் கிடைவட்டமொன்றில் இயங்குகிறது. துணிக்கையின் கதி $\frac{1}{2}\sqrt{6ga}$ எனக் காட்டுக.

17. அரை உச்சிக் கோணம் α ஐ உடைய வட்டக்கூம்பொன்று அதன் அச்சு நிலைக்குத்தாகவும், உச்சி மேல் நோக்கியும் இருக்குமாறு நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. ℓ நீள முடைய இலேசான நீளா இழையொன்றின் ஒரு முனை கூம்பின் உச்சிக்கு இணைக்கப்பட்டு, இழையின் மறு முனையில் m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இத்துணிக்கை கூம்பின் ஒப்பமான வெளி மேற்பரப்பில் ஓய்விலுள்ளது. துணிக்கையானது கூம்புடன் தொடுகையிலுள்ளவாறு சீரான கோண வேகம் ω உடன் கிடை வட்டமொன்றில் இயங்குகின்றது.

$\omega^2 < \frac{g \sec\alpha}{\ell}$ எனக் காட்டி இழையிலுள்ள இழுவையைக் காண்க.

18. கரடான வட்டத்தட்டொன்று அதன் மையம் O வினூடாக நிலைக்குத்து அச்சுபற்றி கிடை வட்டத்தில் 1 செக்கனுக்கு n சுழற்சிகளை ஆக்குகிறது. O விலிருந்து r தூரத்தில் P என்னும் ஒரு துணிக்கை தட்டில் வைக்கப்பட்டுள்ளது.

$\mu > \frac{4\pi^2 n^2 r}{g}$ எனின் துணிக்கை P, தட்டுத்தொடர்பாக ஓய்விலிருக்குமெனக் காட்டுக. இங்கு μ, துணிக்கைக்கும் தட்டுக்குமிடையேயான உராய்வுக் குணகம்.

19. m திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை ℓ நீளமுடைய இலேசான நீளா இழையொன்றினால் நிலைத்த ஒரு புள்ளியிலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. இத்துணிக்கை ω எனும் சீரான கோண வேகத்துடன் கிடைவட்டமொன்றினை வரைகிறது. நிலைக்குத்துடன் இழையின் சாய்வு θ எனின், $\omega^2 \cos\theta = \frac{g}{\ell}$ என நிறுவுக. இழை, மீள் தன்மையுடைய தெனவும், இழையின் இயற்கை நீளம் a எனவும் இழையில் x நீளம் நீட்சியை ஏற்படுத்தத் தேவையான விசை λx எனவும், தரப்படின் சீரான வட்ட இயக்கத்தில் ω ,θ என்பன

$\omega^2 \cos\theta = \frac{g}{a}\left(1 - \frac{m\omega^2}{\lambda}\right)$ என்னும் சமன்பாட்டால் தரப்படுமெனக் காட்டுக.

20. கரடான கிடையான தட்டு ஒன்று நிலைத்த ஒரு நிலைக்குத்து அச்சு பற்றி ω என்னும் ஒருமைக் கோண வேகத்துடன் சுழல்கிறது. m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று, அச்சிலிருந்து $\frac{5a}{4}$ தூரத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கைக்கும் தட்டுக்குமிடையேயான உராய்வுக் குணகம் $\frac{1}{3}$ ஆகும். துணிக்கை, தட்டுத் தொடர்பாக ஓய்விலிருப்பின் $\omega \le \sqrt{\frac{4g}{15a}}$ எனக் காட்டுக.

இப்பொழுது துணிக்கை a இயற்கை நீளமும் 3mg மீள்தன்மை மட்டும் உடைய கிடையான இழையொன்றினால் அச்சிற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை தட்டுத் தொடர்பாக அச்சிலிருந்து $\frac{5a}{4}$ தூரத்தில் ஓய்விலிருப்பின், தட்டின் அதி உயர் கோண வேகம் $\sqrt{\frac{13g}{15a}}$ எனக் காட்டி, மிகக் குறைந்த கோண வேகத்தைக் காண்க.

21. m திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை P, நிலையான புள்ளி O விலிருந்து ℓ இயற்கை நீளம் கொண்ட இலேசான மீள் தன்மை இழை ஒன்றினால் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. சமநிலையில் P ஆனது, O விற்கு கீழ் $\frac{3\ell}{2}$ ஆழத்தில் தொங்குகிறது. துணிக்கை P ஆனது, இழை நிலைக்குத்துடன் 60° கோணத்தை ஆக்கிக் கொண்டு சீரான கோண வேகத்துடன் கிடை வட்டம் ஒன்றில் இயங்குமாறு செய்யப்படுகிறது. இழையின் இழுவையையும், வட்டத்தின் ஆரையையும், கோண வேகத்தின் பருமனையும் காண்க.

22. $3a$ நீளமுடைய ஒரு இலேசான இழையின் ஒரு முனை A என்னும் ஒரு புள்ளிக்கும் மறு முனை A இற்கு நிலைக்குத்தாகக் கீழே A இலிருந்து $2a$ தூரத்திலுள்ள B என்னும் புள்ளிக்கும் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. m திணிவுடைய ஒரு சிறிய வளையம் R இழையில் கோர்க்கப்பட்டுள்ளது.

(a) R, இழையின் நடுப்புள்ளியில் நிலைப்படுத்தப்பட்டு $\sqrt{5ga}$ என்னும் கதியுடன் கிடை வட்டம் ஒன்றில் இயங்கினால், இழையின் AR, BR பகுதிகளிலுள்ள இழுவைகளைக் காண்க

(b) R இழையில் சுயாதீனமாக அசையக் கூடியதாகவும், இழை இறுக்கமாக இருக்க B ஐ மையமாகக் கொண்ட கிடை வட்டம் ஒன்றில் இயங்கினால் $BR = \frac{5a}{6}$ எனக் காட்டி, R இன் கதியைக் காண்க.

www.aswarphysics.weebly.com

23. இலேசான நீளா இழை ஒன்றின் முனைகள் ஒரே நிலைக்குத்துக் கோட்டிலுள்ள A, B என்னுமிரு புள்ளிகளுக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளன. A ஆனது B இற்கு மேலே உள்ளது. இழையானது m திணிவுடைய ஒரு சிறிய ஒப்பமான மோதிரத்தினூடு செல்கிறது. மோதிரம் இழையில் P என்னும் புள்ளியில் கட்டப்பட்டுள்ளது. இழை இறுக்கமாக இருக்கும் போது கோணம் APB, 90° ஆயும் கோணம் BAP, θ ஆகவும் கோடு AB யிலிருந்து P ன் தூரம் r ஆகவும், உள்ளது. மோதிரம் ஒருமைக் கோண வேகம் ω உடன் இழை இறுக்கமாக இருக்குமாறு கிடைவட்டமொன்றில் இயங்குகிறது. இழையின் பகுதிகள் AP, BP இலுள்ள இழுவைகளை m, g, r, ω, θ இன் உறுப்புக்களில் காண்க.
$AB = 5a$, $AP = 4a$ எனத் தரப்படின் $16\,a\omega^2 > 5g$ எனக் காட்டுக.
மோதிரமானது இழையில் கட்டாது சுயாதீனமாக இயங்கக் கூடியதாக இருப்பின் கோண வேகம் Ω ஆனது, $12\,a\,\Omega^2 = 35g$ என இருப்பின் மோதிரமானது, இழையில் முன்னர் இருந்த அதே தானத்தில் இருக்குமெனக் காட்டுக.
இவ்வகையில் இயக்கத்தின் காலத்தை π, a, g இல் தருக.

24. $2m$ திணிவுடைய துணிக்கை P, a நீளமுடைய இலேசான நீளா இழையால் O எனும் நிலையான புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை P இன்னொரு a நீளமுடைய இலேசான நீளா இழையால் $3m$ திணிவுடைய ஒரு சிறிய வளையம் Q இற்கு இணைக்கப்பட்டு, இவ்வளையமானது O வினூடாகச் செல்லும் ஒப்பமான நிலைக்குத்துக் கம்பியொன்றில் வழுக்குமாறு உள்ளது.

துணிக்கை P ஆனது, OP கீழ் நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் $\frac{\pi}{3}$ கோணத்தை ஆக்கிக் கொண்டு ஒரு கிடைவட்டத்தில் இயங்குகிறது.

(a) இழைகள் OP, OQ இலுள்ள இழுவைகளைக் காண்க.

(b) P யின் கதி $(6ga)^{\frac{1}{2}}$ எனக் காட்டுக.

(c) தொகுதியின் சுழற்சிக் காலத்தைக் காண்க.

25. ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசையிலுள்ள துவாரம் O இனூடாகச் செல்லும் ℓ நீள இலேசான நீளா இழையின் முனைகளுக்கு ஒவ்வொன்றும் சம திணிவுடைய P, Q என்னும் துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. துணிக்கை P மேசையின் மீது இயங்குவதற்குச் சுயாதீனமுடையது. OP மாறாக் கோண வேகம் ω உடன் இயங்கி P கிடை வட்டத்தினை மேசை மீது வரைகிறது. துணிக்கை Q உடன் இயங்கி P கிடை வட்டத்தினை மேசை மீது வரைகிறது. துணிக்கை Q மேசையின் கீழ் இழை இறுக்கமாக இருக்க, அதே கோணவேகம் ω உடன் இயங்குகிறது. $OP = \frac{\ell}{2}$ என நிறுவுக. OQ நிலைக்குத்துடன் அமைக்கும் கோணத்தைக் கண்டு $\omega^2 > \frac{2g}{\ell}$ எனக் காட்டுக.

26. O வை மையமாகவும் a ஐ ஆரையாகவும் கொண்ட ஒப்பமான அரைக் கோள வடிவக் கிண்ணம் ஒன்று, அதன் விளிம்பு மேல் நோக்கியும் கிடையாகவும் இருக்குமாறு நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. $3m$ திணிவுடைய P என்னும் துணிக்கை கிண்ணத்தின் உள் மேற்பரப்பில் ω எனும் கோண வேகத்துடன் கிடைவட்டத்தில் இயங்குகிறது. P இற்கு $2a$ நீளமுடைய இலேசான இழை ஒன்று இணைக்கப்பட்டு இழையானது, பாத்திரத்தின் அதி தாழ் புள்ளியிலுள்ள ஒப்பமான துவாரத்தினூடு சென்று மறு முனையில் m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இத் துணிக்கை ω எனும் கோண வேகத்துடன் கிடை வட்டத்தில் கூம்பூசலாக இயங்குகிறது. இரண்டாவது துணிக்கையின் இயக்கத்தைக் கருதி $\omega^2 > \frac{g}{b}$ எனின், மட்டுமே இவ்வியக்கம் சாத்தியமாகுமென நிறுவுக. இங்கு b பாத்திரத்திற்கு வெளியேயுள்ள இழையின் நீளம். நிலைக்குத்துடன் OP அமைக்கும் கோணம் 60° எனின் $\omega^2 = \frac{6g}{a}$ எனக் காட்டி, பாத்திரத்திற்கும், முதலாவது துணிக்கைக்குமிடையேயான மறு தாக்கத்தைக் காண்க.

27. துணிக்கை ஒன்று ℓ நீளமுடைய இலேசான ஓரிழையால் O என்னும் நிலையான புள்ளியிலிருந்து தொங்குகிறது. அதே திணிவுடைய இன்னொரு துணிக்கை முதலாவது துணிக்கையிலிருந்து அதே ℓ நீளமுடைய இழையில் தொங்குகின்றது. தொகுதி முழுவதும் O வினூடான நிலைக்குத்து பற்றி கோணக்கதி ω உடன் இயங்குகின்றது. மேலேயுள்ள இழையும் கீழே உள்ள இழையும் நிலைக்குத்துடன் முறையே α, β என்னும் ஒருமைக் கோணங்களை அமைக்கின்றன.

$$\tan\alpha = p\left(\sin\alpha + \tfrac{1}{2}\sin\beta\right)$$

$$\tan\beta = p\left(\sin\alpha + \sin\beta\right)$$ எனக் காட்டுக. இங்கு $p = \frac{\ell\omega^2}{g}$

28. பூமியின் மேற்பரப்பிற்கு வெளியே அதன் மையத்திலிருந்து x தூரத்திலிலுள்ள ஒரு புள்ளியின் ஈர்வையிலான ஆர்முடுகல் f, x^2 இற்கு நேர்மாறு விகித சமமானது. பூமியின் ஆரை R ஆகவும், பூமியின் மேற்பரப்பில் f இன் பெறுமானம் g ஆகவுமிருப்பின் f ஐ R, g, x என்பவற்றில் காண்க.
செய்மதி ஒன்று பூமியின் மையத்தை மையமாகக் கொண்டு பூமியைச் சுற்றி 7200 km ஆரையுடைய வட்டத்தில் வலம் வருகிறது. செய்மதியின் கதியை km/மணியிலும் அது ஒரு முறை வலம் வர எடுக்கும் நேரத்தை நிமிடங்களிலும் காண்க. பூமியின் ஆரை $R = 6336\text{km}$ எனவும், $g = 9.8\ \text{ms}^{-2}$ எனவும் கொள்க.

www.aswarphysics.weebly.com

9. சந்திரன் பூமியை நோக்கி $\dfrac{GMm}{r^2}$ பருமனுடைய விசை ஒன்றினால் கவரப்படுகிறது. இங்கு M,m என்பன முறையே பூமி சந்திரன் என்பவற்றின் திணிவுகளும், r அவற்றிற் கிடையேயான தூரமும் ஆகும். அகில ஈர்ப்பு ஒருமை $G = 6.66 \times 10^{-11}\ m^3/\mathrm{kg\,s^{-2}}$ ஆகும். சந்திரன் பூமியைச் சுற்றி சீரான கதியில் வட்டமொன்றில் இயங்குகிறதெனவும், ஒரு பூரண சுழற்சிக்கான காலம் 27 நாட்களெனவும் இரண்டிற்கு மிடையேயான தூரம் 384, 000 km எனவும், கொண்டு பூமியின் திணிவைக் காண்க. (G-universal gravitational constant)

30. m திணிவுடைய செய்மதி ஒன்று, பூமியின் மையம் O ஐ நோக்கி உள்ளதும், F பருமனும் உடையதுமான ஈர்ப்பு விசை ஒன்றினால் இயங்குகிறது. செய்மதியின் பாதை O வை மையாகவும் aஐ ஆரையாகவும் கொண்ட ஒரு வட்டமாகும். செய்மதியின் சுழற்சியொன்றிற்கான காலம் T இற்கான ஒரு கோவையை m, a, F இல் காண்க.

O விலிருந்து r தூரத்திலுள்ள m திணிவுடைய உடலொன்றின் மீது தொழிற்படும் ஈர்ப்பு விசை $\dfrac{m\mu}{r^2}$ எனின், $T^2\mu = 4\pi^2 a^3$ எனக் காட்டுக. இங்கு μ ஒருமையாகும்.

பூமியின் ஆரை 6400 km எனவும், பூமியின் மேற்பரப்பில் ஈர்வையிலான ஆர் முடுகல் $10\,\mathrm{ms^{-2}}$ எனவும் கொண்டு $\mu = (6.4)^2\, 10^{13}\ m^3 s^{-2}$ எனக் காட்டுக. இதிலிருந்தோ அல்லது வேறு வழியாகவோ செய்மதி பூமியின் மேற்பரப்பிற்கு மேலே 600km தூரத்தில் வட்ட பாதையில் இயங்குகையில் அதன் சுழற்சிக் காலத்தைக் காண்க.

31. A,B என்பன B இற்கு மேலே A அமைய, ஒரே நிலைக்குத்துக் கோட்டில் இடைத்தூரம் c யிலிருக்கும் நிலைத்த இரு புள்ளிகளாகும். இவை சுயாதீனமாக அசையத்தக்க பாரமான சிறிய ஒரு வளையம் C யினூடாகச் செல்கின்ற நீட்ட முடியாத இலேசான இழை ஒன்றினால் தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. AB மீது மையத்தைக் கொண்ட கிடை வட்டம் ஒன்றில் வளையம் C ஆனது மாறாக் கோணக் கதி ω உடன் செல்லும் போது A,B ஆகியவற்றில் இருந்து C ன் தூரங்கள் முறையே b,a ஆகும். $b > a$ எனவும் ω^2 ஆனது,

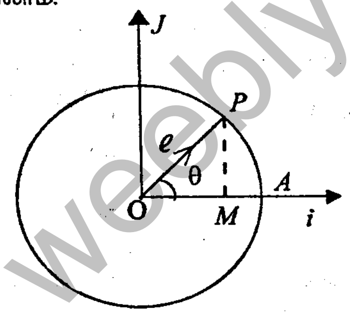
$(\cos A - \cos B)\,\omega^2 = g\left(\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)$ இனாலே தரப்படுகிறதெனவும் காட்டுக.

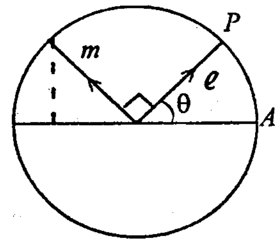
இங்கு A,B என்பன முறையே கோணங்கள் BAC, ABC என்பவற்றைக் குறிக்கின்றன. மேலும் முக்கோணி ABC இற்கான கோசைன் சூத்திரத்தைப் பயன்படுத்தி $\omega^2 = \dfrac{2gc}{b-a}\dfrac{a+b}{[(a+b)^2 - c^2]}$ எனவும் காட்டுக.

7(b)

நிலைக்குத்து வட்டத்தில் இயக்கம்.

வட்டத்தில் இயங்கும் துணிக்கை ஒன்றின் வேகம், ஆர்முடுகல் என்பவற்றைக் காணும் முறையை நாம் முன்னர் கற்றுள்ளோம். இதை வேறொரு முறையிலும் காணலாம்.





வட்டத்தின் ஆரை 1 அலகு என்க.

$$\overrightarrow{OP} = \underline{e} = \cos\theta\, i + \sin\theta\, j \qquad \left(|\underline{e}| = \sqrt{\cos^2\theta + \sin^2\theta} = 1\right)$$

$$\frac{d\underline{e}}{dt} = [-\sin\theta\, i + \cos\theta\, j]\,\dot{\theta}$$

$\underline{m} = -\sin\theta\, i + \cos\theta\, j$ என்க.

இப்பொழுது $|\underline{m}| = 1$, $\underline{e}.\underline{m} = 0$ எனவே $\underline{e} \perp \underline{m}$

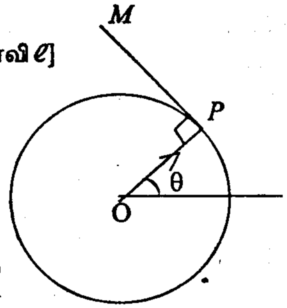
$$\frac{d\underline{e}}{dt} = \dot{\theta}\,\underline{m} \qquad \text{———— (1)}$$

$$\frac{d\underline{m}}{dt} = [-\cos\theta\, i - \sin\theta\, j]\,\dot{\theta} = -\dot{\theta}\,\underline{e} \qquad \text{———— (2)}$$

a ஆரையுடைய வட்டம் ஒன்றில் இயங்கும் துணிக்கை P, வட்டமையம் O ஆகும்.

www.aswarphysics.weebly.com

$\overrightarrow{OP} = \underline{r}$ என்க.



$\underline{r} = a\underline{e}$ [$OP = a$, OP யின் திசையில் அலகுக் காவி e]

$$\underline{v} = \frac{d\underline{r}}{dt} = a\frac{d\underline{e}}{dt} = a\dot{\theta}\,\underline{m}$$

எனவே, வேகம் தொடலி வழியே $a\dot{\theta}$ ஆகும்.

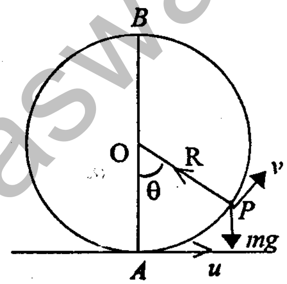
$$\underline{f} = \frac{d\underline{v}}{dt} = \frac{d}{dt}(a\dot{\theta}\underline{m}) = a\ddot{\theta}\underline{m} + a\dot{\theta}\frac{d\underline{m}}{dt} = a\ddot{\theta}\underline{m} - a\dot{\theta}^2\underline{e}$$

ஆர்முடுகலின் கூறுகள், மையத்தை நோக்கி $a\dot{\theta}^2$ உம் தொடலி வழியே $a\ddot{\theta}$ உம் ஆகும்.

ஒரு துணிக்கை ஓர் ஒப்பமான வட்ட வளையியின் வழியே வழுக்குகின்றதெனில், மொத்த பொறிமுறைச்சக்தி மாறாது என்பதைப் பிரயோகிக்கலாம். இங்கு வளையியின் மறுதாக்கம் R, இயக்கத் திசைக்கு செங்குத்தாகையால், அது வேலை செய்யாது என்பதாலாகும்.
இது போலவே நிலையான புள்ளி ஒன்றிலிருந்து நீளா இழை மூலம் தொங்க விடப்பட்டுள்ள துணிக்கை, நிலைக்குத்துத் தளத்திலே ஊசலாடும் போதும், பொறிமுறைச் சக்திக்காப்புத்தத்துவத்தைப் பாவிக்கலாம்.

1) நிலைக்குத்துத் தளமொன்றில் நிலைப்படுத்தப்பட்ட, ஒப்பமான வட்ட வளையத்தில் கோக்கப்பட்ட சிறிய மணி ஒன்றின் இயக்கம்.

வட்டத்தின் மையம் O, ஆரை a, AB நிலைக்குத்து விட்டம். மணியின் திணிவு m. மணி அதிதாழ்புள்ளி A இலிருந்து $t=0$ இல் கிடையாக u வேகத்துடன் எறியப்படுகிறதென்க. நேரம் t இல் கோணம் $AOP = \theta$ என்க, அப்பொழுது வேகம் v என்க.



சக்திக் காப்பு விதிப்படி.

$$\frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mg\,a(1-\cos\theta)$$

$$v^2 = u^2 - 2ag(1-\cos\theta) \quad \text{———— (1)}$$

$P = mf$

$$R - mg\cos\theta = m\frac{v^2}{a} \quad \text{————(2)}$$

$$R = \frac{m}{a}\left[v^2 + ag\cos\theta\right]$$

$$R = \frac{m}{a}\left[u^2 - 2ag + 3ag\cos\theta\right]$$

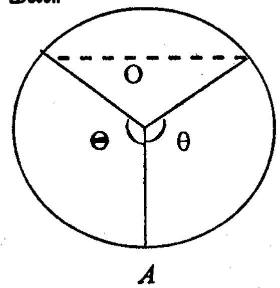
இங்கு மணி, வளையத்தில் கோக்கப் பெற்றிருப்பதால், மணி வளையத்தை விட்டு நீங்காது.
மணி பூரண வட்டத்திலியங்க $\theta = \pi$ இல், $v > 0$ ஆதல் வேண்டும்.

$\theta = \pi$ இல் $v^2 = u^2 - 4ag > 0$

$u^2 > 4ag$

$u^2 > 4ag$ எனின், மணியானது பூரண வட்டங்களில் இயங்கிக் கொண்டிருக்கும் $\left[u > 2\sqrt{ag}\right]$

$\theta = \pi$ இல் $v = 0$ எனின் $u^2 = 4ag$; $u = \sqrt{4ag}$ எனின், மணி அதி உயர் புள்ளி B ஐ மட்டுமட்டாக அடையும்.



$u^2 < 4ag$ என்க.

$$v^2 = u^2 - 2ag(1-\cos\theta)$$

$$v = 0 \text{ ஆக}, \cos\theta = \frac{2ag - u^2}{2ag}$$

$$0 < u^2 < 4ag \Longrightarrow -4ag < -u^2 < 0$$

$$-4ag + 2ag < 2ag - u^2 < 2ag$$

$$-\frac{2ag}{2ag} < \frac{2ag - u^2}{2ag} < \frac{2ag}{2g}$$

$$-1 < \frac{2ag - u^2}{2ag} < 1$$

www.aswarphysics.weebly.com

$u^2<4ag$ எனின் $0<\theta<\pi$ ஆகவுள்ள θ எனும் கோணத்தினூடு மணி திரும்பியதும் வேகம் பூச்சியமாகும்.

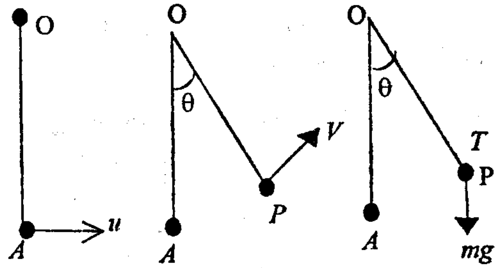
ஆகவே மணியானது O வினூடான கீழ் நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் இருபக்கமும் θ என்னும் கோணத்தினூடு ஊசலாடும்.

$u^2 \le 2ag$ எனின், $\theta \le \frac{\pi}{2}$

$2ag < u^2 < 4ag$ எனின், $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ ஆகும்.

இழை மூலம்தொங்கும் துணிக்கையின் வட்டத்தின் வழியே இயக்கம்.

m திணிவுள்ள துணிக்கை a நீள இழைமூலம் நிலையான புள்ளி O விலிருந்து தொங்குகின்றது. சமநிலைத் தானத்திலிருந்து (அதிதாழ் புள்ளி A) கிடையாக u எனும் வேகம் கொடுக்கப்படுகிறது.



சக்திச் சமன்பாடு.

$$\frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mga(1-\cos\theta)$$

$$v^2 = u^2 - 2ga(1-\cos\theta) \quad \text{———— (1)}$$

$$P = mf \nwarrow, \quad T - mg\cos\theta = m\frac{v^2}{a}$$

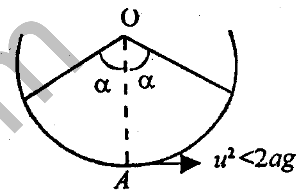
$$T = \frac{m}{a}[u^2 - 2ag + 3ag\cos\theta] \quad \text{———— (2)}$$

$\theta = \alpha$ ஆக $V=0$ என்க, $\cos\alpha = \dfrac{2ag-u^2}{2ag}$ ———— (3)

$\theta = \beta$ ஆக $T=0$ என்க, $\cos\beta = \dfrac{2ag-u^2}{3ag}$ ———— (4)

இங்கு $u^2>4ag$ எனின், α இற்கு மெய்ப் பெறுமானங்கள் இல்லை. ஆகவே $u^2>4ag$ எனின் v பூச்சியத்தை அடையாது.

இதேபோல் $u^2>5ag$ எனின், β இற்கு மெய்ப்பெறுமானங்கள் இல்லையென்பதால் $u^2>5ag$ எனின், T பூச்சியத்தை அடையாது.



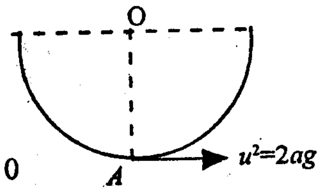
வகை (i)

$0<u^2<2ag$ எனின் $\cos\alpha > \cos\beta > 0$

ஆகவே $0<\alpha<\beta<\frac{\pi}{2}$

இவ்வகையில் T, பூச்சியமாகு முன்னர் v பூச்சியமாகும். எனவே துணிக்கை OA இன் இருபக்கமும் α எனும் கோணத்தினூடு ஊசலாடும்.

வகை (ii) $u^2=2ag$ எனின், $\alpha=\beta=\frac{\pi}{2}$ T, u இரண்டும் இழை கிடையாக வரும்போது பூச்சியமாகும். துணிக்கை அரைவட்டத்தில் இயங்கும்.



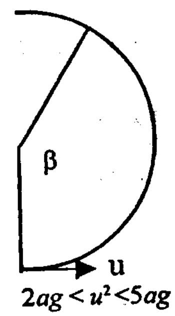
வகை (iii)

$2ag<u^2<5ag$ எனின்

(3), (4) ல் இலிருந்து $\dfrac{2ag-u^2}{2ag} < \dfrac{2ag-u^2}{3ag} < 0$

$\cos\alpha < \cos\beta < 0$

$\frac{\pi}{2} < \beta < \alpha < \pi$



இவ்வகையில் முதலில் $T=0$ ஐ அடையும். இங்கு இழை ஒரு விரிகோணத்தினூடாக இயங்கிய பின்னர், இழை தொய்யும். வேகம் பூச்சியமாகாது என்பதால் இயக்கம் புவியீர்ப்பின் கீழ் பரவளைவாகும். துணிக்கை பூரண வட்டத்தில் இயங்க $\theta=\pi$ இல் $T\ge 0$ ஆதல் வேண்டும்.

∴ $u^2 \ge 5ag$ எனின் பூரண வட்டத்தில் இயங்கும்.

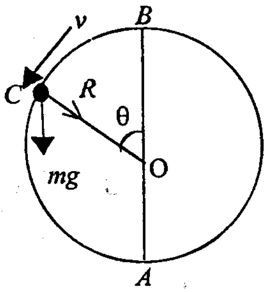
(நிலைக்குத்தாக நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஒப்பமான வட்டவளையத்தின் உட்புறத்தின் அதிதாழ் புள்ளியிலிருந்து எறியப்பட்ட துணிக்கையின் இயக்கமும், இதே போன்றதாகும்.)

www.aswarphysics.weebly.com

நிலைக்குத்தாக நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஒப்பமான வட்டவளையத்தின் உட்புறத்தின் அதிஉயர் புள்ளியிலிருந்து கிடையாக எறியப்பட்ட துணிக்கையின் இயக்கம்

B இல் வேகம் u எனவும், C இல் வேகம் V எனவும் கொள்க.

சக்திச் சமன்பாடு



$$\frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mv^2 - mga(1-\cos\theta)$$

$$v^2 = u^2 + 2ga(1-\cos\theta) \quad \text{———} (1)$$

↘ $P = mf$

$$R + mg\cos\theta = \frac{mv^2}{a}$$

$$R = \frac{m}{a}[u^2 + 2ag - 3ag\cos\theta]$$

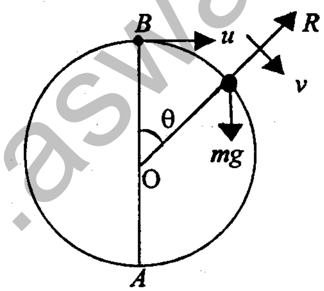
துணிக்கை எப்பொழுதும் வளையத்துடன் தொடுகையிலிருக்க, R ன் இழிவுப் பெறுமானம் >0 ஆதல் வேண்டும். R இழிவு, $\theta = 0$ இல் பெறப்படும்.

R இழிவு $= u^2 - ag$ ஆகும். $u^2 \geq ag$ எனின், துணிக்கை பூரண வட்டங்களில் இயங்கும். $u^2 < ag$ எனின், எறியற் புள்ளி B யிலேயே, துணிக்கை வளையத்தை விட்டு நீங்கும்.

வட்ட வளையத்தின் வெளிப்புறத்தில் இயக்கம்.

அதி உயர் புள்ளி B இலிருந்து கிடையாக வேகம் u உடன் எறியப்படுகிறதென்க.

சக்திச் சமன்பாடு



$$\frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mv^2 - mga(1-\cos\theta)$$

$$v^2 = u^2 + 2ga(1-\cos\theta)$$

↙ $P = mf$, $\quad mg\cos\theta - R = \frac{mv^2}{a}$

$$R = \frac{m}{a}[3ag\cos\theta - 2ag - u^2]$$

$R = O$ எனின், $\cos\theta = \frac{u^2 + 2ag}{3ag}$

$u^2 < ag$ எனின், $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{u^2 + 2ag}{3ag}\right)$ இல் துணிக்கை வளையத்தை விட்டு நீங்கும்.

$u^2 \geq ag$ எனின், எறியற் புள்ளி B யிலேயே துணிக்கை வளையத்தை விட்டு நீங்கி புவியீர்ப்பின் கீழ் இயங்கும்.

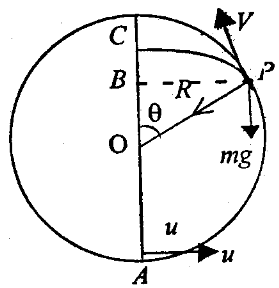
உதாரணம். 1

O வை மையமாகவும், a ஆரையாகவும் கொண்ட பொட்கோளமொன்றின் ஒப்பமான உள் மேற்பரப்பிலே, துணிக்கையொன்று, O வினூடான தளத்திலே நிலைக்குத்து வட்டத்திலே இயங்குகிறது. துணிக்கையானது, கோளத்தின் உட்பரப்பின் அதி தாழ்புள்ளியிலிருந்து u எனும் தொடக்க வேகத்துடன் எறியப்படுகிறது. துணிக்கை P எனும் புள்ளியில் கோளப்பரப்பை விட்டு நீங்குகிறது. OP யானது, O இனூடான மேல் நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் θ எனும் கோணத்தை அமைக்கின்றது.

$\cos\theta = \frac{u^2 - 2ag}{3ga}$ எனக் காட்டுக.

$\cos\theta = \frac{4}{5}$ எனின், துணிக்கை கோளத்தை விட்டு நீங்கிய பின்னர் தொடரும் இயக்கத்தில் O வினூடாக நிலைக்குத்துக் கோட்டை O விற்கு மேலே $\frac{115}{128}a$ தூரத்தில் கடந்து செல்லும் எனக் காட்டுக.

சக்திச் சமன்பாடு.



$$\frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mv^2 + mga(1+\cos\theta)$$

$$v^2 = u^2 + 2ga(1+\cos\theta) \quad \text{———} (1)$$

↙ $p = mf$

$$R + mg\cos\theta = \frac{mv^2}{a}$$

$$R = \frac{m}{a}[u^2 - 2ga - 3ag\cos\theta] \quad \text{———} (2)$$

www.aswarphysics.weebly.com

$R = O$ ஆக துணிக்கை கோளப்பரப்பை விட்டு நீங்கும்.

$$O = \frac{m}{a}[u^2 - 2ga - 3ga\cos\theta]$$

$$\cos\theta = \frac{u^2 - 2ag}{3ag}$$

$\cos\theta = \frac{4}{5}$ எனின், $\frac{4}{5} = \frac{u^2 - 2ag}{3ag}$; $u^2 = \frac{22ag}{5}$ ஆகும்.

(1) இலிருந்து $v^2 = \frac{4ga}{5}$

P இல் துணிக்கை விட்டு நீங்கிய பின்னர், இயக்கம் புவியீர்ப்பின் கீழ் நடைபெறும்.

$s = ut + \frac{1}{2}ft^2$ ஐப் பாவிக்க.

$\leftarrow PB = V\cos\theta.t$

$a\sin\theta = V\cos\theta.t$ ———— (1)

$\uparrow$ $h = BC = V\sin\theta.t - \frac{1}{2}gt^2$ ———— (2)

(1) இலிருந்து $t = \frac{a\tan\theta}{V}$

(2) ல் பிரதியிட, $h = V\sin\theta\frac{a\tan\theta}{V} - \frac{ga^2\tan^2\theta}{2V^2}$

$$h = a\tan\theta\sin\theta - \frac{ga^2\tan^2\theta}{2V^2}$$

$$h = a\,\frac{3}{4}\,\frac{3}{5} - \frac{ga^2 \times 9}{2 \times 16} \times \frac{5}{4ga}$$

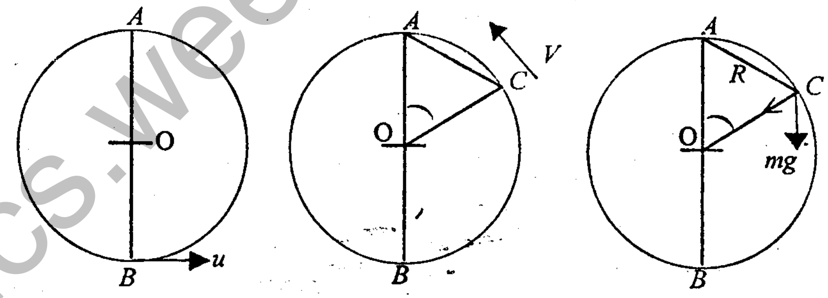
$$= \frac{63a}{640}$$

O விற்கு மேல் உயரம் $\frac{63a}{640} + \frac{4}{5}a = \frac{115a}{128}$

உதாரணம் 2

m திணிவுடைய மணி ஒன்று வட்ட வடிவில் வளைக்கப்பட்ட ஒப்பமான a ஆரையுடைய நிலைக்குத்துத் தளத்தில் நிலைப்படுத்தப்பட்ட கம்பி ஒன்றில் வழுக்கிச் செல்லக் கூடியதாக உள்ளது. இம்மணி a நீளமும், $3mg$ மீள்தன்மை மட்டும் உடைய இழை ஒன்றிற்கு இணைக்கப்பட்டு இழையின் மறுமுனை வட்டக் கம்பியின் அதிஉயர் புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. தொடக்கத்தில் மணி, வட்டக் கம்பியின் அதிதாழ் புள்ளியினூடாக u எனும் கதியில் அசைகிறது. $u^2 = ag$ எனின், மணி மட்டுமட்டாக வளையத்தின் உச்சியை அடையும் எனக் காட்டுக.

இழை முதலில் தொய்வடையும் கணத்தில் மணியின் கதி u எனக் காட்டி, அப்பொழுது கம்பிக்கும், மணிக்குமிடையேயான மறுதாக்கத்தைக் காண்க.



(i) (ii)

B ஐ பூச்சிய அழுத்த சக்தி மட்டம் என்க. C இல் இழை தொய்யும்

(i) இல்

அ. சக்தி $= O$

இ. சக்தி $= \frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mga$

மீள்தன்மை அழுத்த சக்தி $= \frac{1}{2}3mg\frac{a^2}{a} = \frac{3mga}{2}$

(ii) இல்

அ. சக்தி $= mga(1 + \cos 60) = \frac{3mga}{2}$

இ. சக்தி $= \frac{1}{2}mv^2$

மீள்தன்மை. அழுத்த சக்தி $= O$

www.aswarphysics.weebly.com

$$= O+\frac{mag}{2}+\frac{3mag}{2}=\frac{3mag}{2}+\frac{1}{2}mv^2+O$$

$v^2 = ag$; C இல் வேகம் $\sqrt{ag}$

O வை அழுத்த சக்தி மட்டமென்க.

C இல் அ.சக்தி $= mga\cos 60 = \dfrac{mga}{2}$

இ.சக்தி $= \dfrac{1}{2}mv^2 = \dfrac{mga}{2}$

A இல் அ. சக்தி $= mga$

A இல் இ. சக்தி $= \dfrac{1}{2}m\omega^2$

$$\frac{mga}{2}+\frac{mga}{2} = mga+\frac{1}{2}m\omega^2$$

$$\therefore \omega = O$$

ஆகவே மணி, A ஐ மட்டுமட்டாக அடையும்

C இல் ↙ $P = mf,\ R + mg\cos 60 = \dfrac{mv^2}{a}$

$$R = \frac{mg}{2}$$

நிலைக்குத்து வட்டத்தில் இயக்கம்.

1. ஒப்பமான வட்ட வளையம் ஒன்று, அதன் தளம் நிலைக்குத்தாக இருக்குமாறு நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. அவ்வளையத்தில் மணி ஒன்று கோர்க்கப்பட்டு, கிடைவிட்டத்தின் முனை ஒன்றிலிருந்து, அம்மணி இயங்க விடப்படுகின்றது. மணியினூடு செல்லும் ஆரை கிடையுடன் கோணம் θ அமைக்கும் பொழுது மணியிலுள்ள மறுதாக்கம் $3mg\sin\theta$ எனக் காட்டுக.

2. m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று a ஆரையுடைய நிலைக்குத்தாக நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஒப்பமான வட்டவளையம் ஒன்றினுள் 180° இனூடாக ஊசலாடுகிறது. வளையத்தின் எந்த ஒரு புள்ளியிலும் துணிக்கை இருக்கையில் துணிக்கையிலான மறுதாக்கம் $\dfrac{3mv^2}{2a}$ எனக் காட்டுக. இங்கு v தரப்பட்ட புள்ளியில் துணிக்கையின் வேகமாகும்.

3. a நீள இழையொன்றின் ஒரு முனை நிலையான புள்ளி O விற்கு இணைக்கப்பட்டு மறுமுனையில் பாரமான திணிவொன்று கட்டப்பட்டு நிலைக்குத்தாக தொங்குகிறது. இத்துணிக்கைக்கு கிடையாக v எனும் வேகம் கொடுக்கப்படுகிறது. O வின் மட்டத்திற்கு மேல் $\dfrac{a}{2}$ உயரத்தில் இழை தொய்கின்றதெனின், $v^2 = \dfrac{7}{2}ga$ என நிறுவுக.

4. நிலையான புள்ளியொன்றிலிருந்து இழையொன்றினால் தொங்கும் துணிக்கை ஒன்று நிலைக்குத்துத் தளமொன்றில் வட்டத்திலியங்குமாறு எறியப்படுகிறது. துணிக்கையானது விட்டமொன்றின் எதிர் முனைகளிலிருக்கும் போது, இழுவைகளின் கூட்டுத்தொகையானது, எந்தவொரு விட்டத்திற்குமுரிய இழுவைகளின் கூட்டுத்தொகையாகும் எனக் காட்டுக.

5. m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று நிலையான புள்ளி ஒன்றிலிருந்து r நீள இழையினால் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. இத்துணிக்கை சமநிலையில் தொங்கும் போது u எனும் கிடைவேகத்துடன் எறியப்படுகிறது. துணிக்கை நிலைக்குத்துத் தளத்தில் வட்டத்தில் இயங்குகின்றது. இழை கீழ் நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் θ கோணத்தை ஆக்கும் போது இழையின் இழுவை $\dfrac{m}{r}\left[u^2 - gr(2-3\cos\theta)\right]$ எனக் காட்டுக.
இழையின் அதி உயர் இழுவைக்கும், மிகக் குறைந்த இழுவைக்குமுள்ள விகிதம் $3:1$ எனின், அதி உயர் கதிக்கும், மிகக் குறைந்த கதிக்குமுள்ள விகிதம் $\sqrt{2}:1$ எனக் காட்டுக.

6. a ஆரையுள்ள ஒப்பமான கோளம் ஒன்று நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. இக்கோளத்தின் உட்புறத்தில் அதி தாழ் புள்ளியில் துணிக்கை ஒன்று கிடையாக $\sqrt{\dfrac{7ga}{2}}$ எனும் வேகத்துடன் எறியப்படுகிறது. அதி தாழ்புள்ளியின் மட்டத்திற்கு மேல் $\dfrac{3a}{2}$ உயரத்தில் துணிக்கை கோளத்தை விட்டு நீங்குமெனக் காட்டுக.

பின்னர் நடைபெறும் இயக்கத்தில், துணிக்கை எறியற் புள்ளிக்கு மேல் $\dfrac{27a}{16}$ உயரத்தை அடையுமெனவும் மீண்டும் கோளத்தினை எறியற் புள்ளியிலே சந்திக்குமெனவும் காட்டுக.

7. m திணிவுடைய P எனும் துணிக்கை இலேசான நீளா இழைமூலம் O எனும் நிலையான புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டு O வை மையமாகக் கொண்ட நிலைக்குத்து வட்டத்திலே இயங்குகின்றது. P யானது அதன் மிகத் தாழ்ந்த

www.aswarphysics.weebly.com

புள்ளியிலிருக்கும் போது இழையிலுள்ள இழுவை T_1 ஆகும். OP கீழ் நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் θ கோணவேகத்தை ஆக்கும் போது இழையின் இழுவை T ஆனது $T_1 - 3mg(1-\cos\theta)$ என்பதால் தரப்படுமென நிறுவுக. OP கிடையாக இருக்கும்போது, இழையின் இழுவை $T = T_2$ எனின் இழை தொய்யாது துணிக்கை பூரண சுழற்சிகளை ஆக்குவதற்கு $\frac{T_2}{T_1} \ge \frac{1}{2}$ என நிறுவுக. $\frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{4}$ எனின் இழை தொய்யும் போது θ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

8. b நீளமுடைய இலேசான கோலொன்றின் ஒரு முனை O எனும் நிலையான புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டு மறுமுனை A யில் m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. OA நிலைக்குத்தாகத் தொங்குகையில் துணிக்கைக்கு கிடையாக $5u$ எனும் வேகம் கொடுக்கப்பட்டு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் பூரண வட்டத்தில் இயங்குகிறது. அதன் வட்டப்பாதையின் அதிஉயர் புள்ளியில் துணிக்கையின் கதி $3u$ எனின், $u^2 = \frac{1}{4}gb$ எனக் காட்டுக.

OA கீழ் நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் θ கோணத்தை ஆக்கும் பொழுது

$b\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \frac{1}{4}(17 + 8\cos\theta)g$ எனக் காட்டி கோலிலுள்ள விசையைக் காண்க.

9. ஒரே கிடைமட்டத்தில் , $2\ell\cos\alpha$ எனும் தூரத்திலுள்ள A,B எனும் நிலைத்த புள்ளிகளுக்கு இணைக்கப்பட்ட ஒவ்வொன்றும் ℓ நீளமுடைய CA, CB ஆகிய இரண்டு இலேசான நீளா இழைகளினால் m திணிவுடைய C எனும் வளையம் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. வளையம் சமநிலைத் தானத்திலிருந்து ACB எனும் தளத்திற்குச் செங்குத்தான கிடைத்திசையிலே u எனும் வேகத்துடன் எறியப்படுகிறது. வளையம் $\ell\sin\alpha$ எனும் ஆரையுடைய நிலைக்குத்தான பூரண வட்டத்தில் சுற்றுகிறது. C இல் இருந்து AB க்கு வரையும் செங்குத்து கீழ்நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் θ கோணத்தை ஆக்கும் போது இழைகளிலுள்ள இழுவைகளைக் கண்டு $U^2 \ge 5g\ell\sin\alpha$ எனக் காட்டுக. வளையம் அதன் பாதையில் உள்ள மிகத் தாழ்ந்த புள்ளிக்கு அடுத்திருக்கும் போது ஓர் இழை அறுகிறது.

$u^2 = g\ell\cot\alpha\cos\alpha$ எனின், வளையம் $\ell\cos\alpha$ ஆரையுடைய கிடைவட்டத்தில் சுற்றுமெனக் காட்டுக.

10. ஒரு திறப்பிசின் (Trapeze) இன் சட்டப்படல் ஒவ்வொன்றும் $2a$ நீளமுடைய A,B,C என்பவற்றில் அழுத்தமாகப் பொருத்தப்பட்ட BC, CA, AB எனும் மூன்று இலேசான மெல்லிய சட்டங்களைக் கொண்டுள்ளது. ஒரு சர்க்கஸ் அரங்கில் A எனும் உச்சியிலிருந்து அது சுயாதீனமாகத் தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொன்றும் m திணிவுள்ள P,Q என்னுமிரண்டு சிறிய பாதுகாப்புப் பிடி வளையங்கள் ஒவ்வொன்றும் $\ell(<a)$ நீளமுடைய மெல்லிய இலேசான நீளா இழைகளினால் B,C எனும் உச்சிகளிலிருந்து தொங்க விடப்பட்டுள்ளன. P,Q என்னுமிரு வளையங்களும் இழைகள் இறுக்கமாகவும் BC இற்கு வெளியில் இருக்கத்தக்கவாறும் (நீட்டப்பட்ட) BC எனும் கிடைக்கோட்டில் பிடிக்கப்பட்டு அந்நிலையிலிருந்து விடப்பட்டன. ஒவ்வொரு இழையும் θ கோணத்துக் கூடாக ஊசலாடியபோது அதிலுள்ள இழுவிசையைக் காண்க. சட்டம் BC யிலுள்ள தகைப்பு $2\sqrt{3}mg\sin\theta\sin(60-\theta)$ எனக் காட்டி, அதன் அதிகூடிய பெறுமானத்தைக் காண்க.

11. $5a$ நீளமுடைய AB எனும் இலேசான இழையொன்று A யில் ஒரு நிலைத்த புள்ளியுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. அது B யில் பாரமான திணிவொன்றைக் கொண்டுள்ளது. இழையானது கிடைநிலையில் இறுக்கமாக வைக்கப்பட்டு பின்னர் நுனி B விடுவிக்கப்படுகின்றது. இழை நிலைக்குத்தாக வரும் போது A இற்கு நிலைக்குத்தாக கீழே $3a$ தூரத்திலமைந்துள்ள ஒரு முனை C யுடன் தொடுகையுறுகிறது. இழையிலுள்ள இழுவையானது, உடனடியாக இரு மடங்காகிறதெனவும் அடுத்துள்ள இயக்கத்திலே துணிக்கையானது C ஐ மையமாகக் கொண்ட முழு வட்டமொன்றை மட்டுமட்டாய் வரையுமெனவுங் காட்டுக.

12. பாரமான ஒரு துணிக்கையானது a ஆரையுடைய ஓர் அழுத்தமான நிலைத்த திண்மக் கோளத்தின் மிக உயர்ந்த புள்ளியிலிருந்து வேகம் u உடன் கிடையாக எறியப்படுகிறது. $u \ge \sqrt{ag}$, $u < \sqrt{ag}$ ஆகிய இரு வகைகளையும் வேறுபடுத்தி இயக்கத்தை விபரிக்க. $u = 0$ எனின், அத்துணிக்கையானது, அக்கோளத்தின் மிகத் தாழ்ந்த புள்ளியினூடாக கிடைத்தளத்தை நிலைக்குத்து விட்டத்திலிருந்து தூரம் $5\left(4\sqrt{2} + \sqrt{3}\right)\frac{a}{27}$ இலே அடிக்குமென நிறுவுக.

13. a எனும் ஆரையுடைய ஒப்பமான ஒரு நிலைத்த கோளவடிவ ஓட்டின் உட்பக்கத்தின் மீது சுயாதீனமாக இயங்கக் கூடிய துணிக்கையானது ஓட்டின் அதி தாழ்ந்த புள்ளியான P யிலிருந்து $\sqrt{\lambda ag}$ எனும் வேகத்துடன் கிடையாக எறியப்படுகிறது. $2 < \lambda < 5$ எனில், துணிக்கையானது அதிஉயர் புள்ளியைச் சென்றடைய முன்னர் ஓட்டினை விட்டு நீங்கி, அடுத்து நிகழும் இயக்கத்திலே P இற்கு மேலே $\frac{a}{54}(8-\lambda)(1+\lambda)^2$ எனும் உயரத்தை அடையுமெனக் காட்டுக.

www.aswarphysics.weebly.com

14. ஆரை a உடைய ஒப்பமான கோள ஓட்டின் உட்புறத்தில் உச்சிப் புள்ளியில் m திணிவுடைய சிறு துணிக்கை ஒன்று வைக்கப்பட்டு u என்னும் கிடை வேகத்துடன் எறியப்படுகிறது.

(i) $u^2 \geq ag$ எனின், துணிக்கை கோளப்பரப்பைவிட்டு அகலாது எனக் காட்டுக.

(ii) $u^2 < ag$ எனின், துணிக்கையின் பாதை ஓட்டினை மீண்டும் $\cos\theta = \left(\frac{2u^2}{ag} - 1\right)$ இனால் கொடுக்கப்படும் புள்ளியில் சந்திக்குமெனக் காட்டுக. இங்கு θ, துணிக்கை ஓட்டினைச் சந்திக்கும் புள்ளியினூடான ஆரைக்கும், மையத்தின் ஊடான மேல் நோக்கிய நிலைக்குத்துக்குமிடையே உள்ள கோணமாகும்.

15. $m, 2m$ திணிவுடைய இரு துணிக்கைகள் πr நீளமுடைய இலேசான நீட்ட முடியாத இழையொன்றினால் இணைக்கப்பட்டு, r ஆரையுடைய ஒப்பமான நிலைத்த நிலைக்குத்து வட்டத்தின் மேல் வைக்கப்பட்டுள்ளன. இழை இறுக்கமாகவும் துணிக்கைகள் கிடைவிட்டத்தின் எதிர் முனைகளிலிருக்குமாறும் உள்ளன. தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. தொடரும் இயக்கத்தில் பாரம் குறைந்த துணிக்கை, அதனூடான ஆரை θ கோணத்தினூடாகத் திரும்பியதும் வட்டப்பாதையை விட்டு நீங்குமெனின் $4\theta = 5\sin\theta$ எனக் காட்டுக.

16. m திணிவுடைய சிறிய மணி ஒன்று, நிலைக்குத்துத் தளமொன்றில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ள a ஆரையுடைய ஒப்பமான வட்டவளையமொன்றில் வழுக்கிச் செல்லுமாறு உள்ளது. இம்மணி a இயற்கை நீளமும் $4mg$ மீள்தன்மை மட்டும் உடைய இழை ஒன்றுக்கு இணைக்கப்பட்டு, இழையின் மறுமுனை வளையத்தின் அதியுயர் புள்ளிக்கு இணைக்கப்படுகிறது. மணியானது, இழை இறுக்கமாகவும், வளையத்தின் தாழ்புள்ளியிலிருக்குமாறும் பிடிக்கப்பட்டு மெதுவாக கிடைத்திசையில் இடம் பெயர்க்கப்படுகிறது. தொடரும் இயக்கத்தில் மணியினூடான ஆரை, கீழ் நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் θ கோணத்தை ஆக்கும் போது, சக்திக்கான சமன்பாட்டை எழுதுக. இதிலிருந்து $\cos\theta = -\frac{1}{9}$ ஆகும் போது அதியுயர் வேகம் பெறப்படுமெனக் காட்டுக.
இழை முதலில் தொய்யும் போது மணியின் வேகத்தைக் காண்க.

17. a ஆரையுடைய நிலையான ஒப்பமான கோள்மொன்றின் உட்புறத்தில் மிகத் தாழ்ந்த புள்ளியிலிருந்து பாரமான துணிக்கை யொன்று கிடையாக u எனும் கதியுடன் எறியப்படுகின்றது. துணிக்கை பூரண நிலைக்குத்து வட்டத்தில் இயங்குவதற்கு u இன் இழிவுப் பெறுமானம் $\sqrt{5ag}$ எனக் காட்டுக.

இவ்வேகத்துடன் எறியப்பட்ட துணிக்கை ஒன்று $\frac{3\pi a}{2}$ தூரம் இயங்கிய பின் கோளத்திலுள்ள றப்பர் தாங்கி ஒன்றை அடிக்கிறது. தாங்கிக்கும் துணிக்கைக்குமிடையேயான மீளமைவுக் குணகம் $\frac{1}{2}$ ஆகும். எறியற் புள்ளிக்கு மேல் எவ்வுயரத்தில் துணிக்கை கோளப்பரப்பை விட்டு நீங்கும் எனக் காண்க.

18. P எனும் துணிக்கை O எனும் நிலைத்த புள்ளியுடன் a நீளமுள்ள இலேசான இழையால் தொடுக்கப்பட்டுள்ளது. O இற்கு மேலே நிலைக்குத்தாக a உயரத்தில் P பிடிக்கப்பட்டு, u வேகத்தில் கிடையாக எறியப்படுகிறது.

(i) $u^2 \geq ag$ எனின், P முழுவட்டங்களை ஆக்கும் எனக் காட்டுக.

(ii) $u^2 < ag$ எனின், $2\left\{\frac{a}{g}\left(1 - \frac{u^2}{ag}\right)\right\}^{\frac{1}{2}}$ எனும் நேரத்திற்கு P புவியீர்ப்பின் கீழ் சுயாதீனமாய் இயங்குமெனக் காட்டுக.

19. a நீளமான இலேசான நீளா இழையொன்றின் ஒரு முனை பூரணமான கரடான கிடை மேசை மீது ஓய்விலிருக்கும் M திணிவுடைய ஒரு சுமை A யிற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழையின் மறுமுனை A யிலிருந்து a தூரத்தில பிடிக்கப்பட்டு m திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை B இற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இத்துணிக்கை மேசையிலிருந்து $u\left(3 \leq \frac{u^2}{ag} \leq 6\right)$ எனும் வேகத்துடன் நிலைக்குத்தாக மேனோக்கி எறியப்படுகிறது. சுமை A ஓய்விலுள்ளதெனக் கொண்டு AB, கிடையுடன் θ கோணத்தை ஆக்கும்போது இழையில் உள்ள இழுவையைக் காண்க. சுமை A மீதான மேசையின் செவ்வென் மறுதாக்கம்,

$$Mg\left[1 - \frac{m}{M}\sin\theta\left(\frac{u^2}{ag} - 3\sin\theta\right)\right]$$ எனக் காட்டுக.

இக்கோவையின் மிகக் குறைந்த பெறுமதியைக் கண்டு, இதிலிருந்து B ஒரு அரைவட்டத்திலியங்கும் போது $\frac{M}{m} > \frac{1}{12}\left(\frac{u^2}{ag}\right)^2$ எனின் சுமை A, மேசையுடன் தொடுகையிலிருக்கு மெனக் காட்டுக.

www.aswathphysics.weebly.com

20. m திணிவுள்ள துணிக்கை ஒன்று M திணிவுள்ள மூடிய பெட்டியின் மூடியிலிருந்து தொங்கும் இலேசான நீட்டமுடியாத a நீள இழையோடு தொடுக்கப்பட்டுள்ளது. பெட்டி கரடான கிடைமேசையின் மேல் ஓய்விலுள்ளது. துணிக்கை மூடிக்கு அருகில் பிடிக்கப்பட்டு கயிறு இறுக்கமாக இருக்க விடுவிக்கப்படுகிறது. பெட்டி அசையாது எனக் கருதி, மேசையினால், பெட்டியில் ஏற்படும் உராய்வு விசையையும், செவ்வன் மறுதாக்கத்தையும் காண்க. பெட்டி ஒருச்சரிவு அடையாது எனக் கொண்டு பெட்டி வழுக்காதிருப்பதற்குரிய நிபந்தனை.

$\mu > \dfrac{3m}{2\sqrt{[M(M+3m)]}}$ எனக் காட்டுக. இங்கு μ பெட்டிக்கும், மேசைக்கும் இடையே உள்ள உராய்வுக் குணகம் ஆகும்.

21. A என்பது நிலையான கிடையான வட்ட உருளையொன்றின் அழுத்தமான வெளிமேற்பரப்பிலுள்ள ஒரு புள்ளி ஆகும். A யிலுள்ள ஒரு துணிக்கை அச்சுக்குச் செங்குத்தான தளத்தில் உருளைக்குத் தொடலியாக அமையும் வழியில் u எனும் வேகத்துடன் மிக உயர்ந்த புள்ளிக்குத் தொலைவில் கீழ்நோக்கி எறியப்படுகிது. A ஆனது அச்சின் மட்டத்திற்கு மேல் h உயரத்தில் உள்ளது. $u^2 > gh$ எனின், துணிக்கை உடனே மேற்பரப்பை விட்டுச் செல்கிறதெனவும்,

ஆனால் $u^2 < gh$, எனின் A இன் மட்டத்திற்கு $\dfrac{1}{3g}(gh - u^2)$ என்னும் ஆழத்தில் விட்டுச்செல்கிறதென்றும் காட்டுக. மேலும், மேற்பரப்பை விட்டுச் செல்லும் போது துணிக்கையின் வேகம் $\sqrt{\dfrac{1}{3}\left(2gh + u^2\right)}$ எனக் காட்டுக.

22. நீட்ட முடியாத இழையொன்றினால் இணைக்கப்பட்ட இரு மணிகளுக்கு நிலைக்குத்துத் தளமொன்றில் நிறுத்தப்பட்ட ஒப்பமான வட்டக் கம்பி யொன்றின் மீது வழுக்கிச் செல்லச் சுயாதீனமுண்டு. அம்மணிகளின் திணிவுகள் $m, M(M>m)$ ஆகும். இழையானது இறுக்கமாய் இருக்கும் பொழுது மையத்தில் கோணம் 2α ஐ அமைக்கிறது. தொடக்கத்தில் இழையானது மையத்திற்கு மேல் கிடையாக அமையுமாறு மணிகள் ஓய்வில் பிடிக்கப்பட்டு பின்னர் விடுவிக்கப்படுகின்றன. இழையானது கிடையுடன் θ கோணம் அமைக்கும் போது

$\dot{\theta}^2 = \dfrac{2g}{a}\left[\cos\alpha - \dfrac{M\cos(\theta+\alpha) + m\cos(\theta-\alpha)}{M+m}\right]$ எனக் காட்டுக. இங்கே

a ஆனது, வட்டக் கம்பியின் ஆரை ஆகும். இதிலிருந்தோ அல்லது வேறு வழியாகவோ இழை நிலைக்குத்தாக வருமுன் அதன் இழுவை $\dfrac{2Mmg\tan\alpha\cos\theta}{M+m}$ எனக் காட்டுக.

23. M எனும் திணிவுடைய R எனும் சிறிய வளையமொன்று கிடையாய நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஓர் ஒப்பமான நேர்க்கம்பியில் ஓய்விலுள்ளது. ℓ எனும் நீளமுடைய இலேசான நீட்டமுடியாத இழையொன்றின் ஒரு முனை R இற்குப் பிணைக்கப்பட்டு, மற்றைய முனை m எனும் திணிவுடைய P எனும் துணிக்கை ஒன்றைத் தாங்குகிறது. $RP = \ell$ ஆகுமாறு P ஆனது கம்பிக்கு அண்மையில் பிடிகக்கப்பட்டு பின்னர் விடுவிக்கப்படுகிறது.

(i) வளையம் R ஆனது, கம்பியின் ஒரு புள்ளியில் நிலையாய் நிறுத்தப்பட்டால், RP நிலைக்குத்தாக அமையும் போது இழையிலுள்ள இழுவையைக் காண்க.

(ii) வளையம் R கம்பியில் செல்லச் சுயாதீனம் உண்டெனில் RP நிலைக்குத்தாக அமையும் போது இழையிலுள்ள இழுவையானது $\dfrac{m}{M}(2m+3M)g$ ஆகுமெனக் காட்டுக.

(i) இலுள்ள முடிவை (ii) இலுள்ள முடிவிலிருந்து எவ்வாறு உய்த்தறியலாம்?

24. மையம் O வையும், ஆரை a யையும் உடைய ஒப்பமான நிலைத்த திண்மக் கோளம் ஒன்றின் மேற்பரப்பிலே பாரமான ஒரு துணிக்கை P ஆனது, மேன்முக நிலைக்குத்துடன், ஒரு கூர்ங்கோணம் α வை OA ஆக்கத்தக்கதாக, ஒரு புள்ளி A யிலே வைக்கப்பட்டு விடப்படுகிறது. OP ஆனது மேன்முக நிலைக்குத்துடன் ஒரு கோணம் θ வை ஆக்கும் போது துணிக்கை கோளத்தின் மேற்ப்பரப்பு மீது இருக்குமாயின் துணிக்கையின் வேகம் $\sqrt{2ag(\cos\alpha - \cos\theta)}$ எனக் காட்டி, இவ்வேளையிலே துணிக்கை மீதுள்ள மறுதாக்கத்தைக் காண்க.

இதிலிருந்து OP ஆனது, மேன்முக நிலைக்குத்துடன் $\cos^{-1}\left(\dfrac{2\cos\alpha}{3}\right)$ கோணத்தை ஆக்கும் போது, துணிக்கை கோளத்தின் மேற்ப்பரப்பிலிருந்து வெளியேறும் எனக் காட்டுக.

25. நிலைக்குத்து வெட்டானது, வட்டம் ஒன்றின் காற்பகுதியாக இருக்கும் நிலைத்த ஒப்பமான திண்மம் ஒன்றின் உச்சியிலிருக்கும் இலேசான ஒரு கப்பி A யிற்கு மேலாகச் செல்லுகின்ற நீட்டமுடியாத இலேசான இழை ஒன்றினால் முறையே $m, M(>m)$ திணிவுள்ள P, Q எனும் துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. OP ஆனது, (OB வழியே) கிடையாக இருக்கும் போது இயக்கம் ஆரம்பிக்குமெனின், $(M+m)\,a\dot{\theta}^2 = 2g\,(M\theta - m\sin\theta)$ எனக் காட்டுக. இங்கு θ என்பது நேரம் t யிலே OP யிற்கும் OB யிற்குமிடையிலுள்ள கோணமாகும்.

(i) $\theta = \alpha$ ஆக இருக்கும்போது, துணிக்கை P யிற்கும் வளைபரப்பிற்குமிடையே

www.aswarphysics.weebly.com

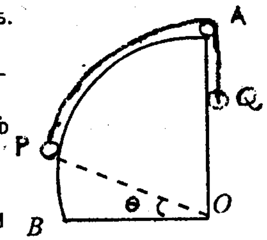
உள்ள மறுதாக்கம் உயர்வானதெனக் காட்டுக.

இங்கு $M<3m$ ஆக இருக்க, $\cos\alpha = \dfrac{2M}{M+3m}$

(ii) $\theta=0$ அல்லது $\theta=\beta$ ஆகும் போது இம்மறுதாக்கம் மறைகின்றதெனக் காட்டுக.

இங்கு $\dfrac{3m}{M}<(\pi-1)$ ஆக இருக்க, β ஆனது

$\sin\beta = \dfrac{2M\beta}{M+3m}$ எனும் சமன்பாட்டைத் திருப்தியாக்கும்.



26. ஒப்பமானதும், ஒடுக்கமானதுமான பொட்குழாயொன்று மையம் O உம் ஆரை a யும் உடைய வட்டம் ஒன்றின் வடிவிற்கு வளைக்கப்பட்டு அதன் தளம் நிலைக்குத்தாக இருக்குமாறு நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. முறையே m, km திணிவுகளையுடைய P,Q என்னுமிரு துணிக்கைகள் $\left(\dfrac{\pi a}{2}\right)$ நீளமுள்ள நீட்டமுடியாத இலேசான இழையென்றினால் இணைக்கப்பட்டு O விற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே P உம், O இன் அதேமட்டத்தில் Q உம் இருக்க குழாயினுள்ளே வைக்கப்பட்டுள்ளன. இழை குழாயினுள் கிடக்கின்றது.நேரம் $t=0$ இல் தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது.நேரம் t ல் OP யானது மேன்முக நிலைக்குத்துடன் கோணம் θ வை அமைக்குமாயின் பொறிமுறைச்சக்திக் காப்பு கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி, இழைஇறுக்கமாய்

அமைந்தால் $\dfrac{d^2\theta}{dt^2} = \dfrac{g}{a((1+k)}(\sin\theta + k\cos\theta)$ எனக் காட்டுக.

$\theta \le \theta < \dfrac{\pi}{4}$ ஆயிருக்கும் போது மட்டுமே மேலே குறிப்பிட்ட சமன்பாடு வலிதானது என்பதை உய்த்தறிக.

துணிக்கை P மீதுள்ள மறுதாக்கத்தை கண்டு $K>3-2\sqrt{2}$ ஆக இருப்பின் அதன் திசையானது இழை இறுக்கமற்றதாகு முன்னர் மாறுகின்றதெனவும் காட்டுக.

27. நீளம் a ஐ உடைய நீட்ட முடியாத இலேசான ஓர் இழை OP யுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ள திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை P ஆனது இழை இறுக்கமாக இருக்க O வை மையமாக் கொண்ட முழுமையான நிலைக்குத்து வட்டமொன்றில் சுற்றுகிறது. ஆகவும் தாழ்ந்த புள்ளியில் P யின் வேகம் V எனின், OP ஆனது கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் ஒரு கோணம் θ வை ஆக்கும் போது இழையிலுள்ள இழுவை T ஆனது,

$T = \dfrac{m}{a}\left[V^2 - 2ag + 3ag\cos\theta\right]$ இனால் தரப்படுமெனவும் $V^2 \ge 5ag$ எனவும் காட்டுக.

மேலும், ஆகவும் உயர்ந்த தானத்தில் P யின் வேகம் $\dfrac{v}{2}$ எனின், V ஐத் துணிந்து P மிகத் தாழ்ந்த தானத்தில் இருக்கும் போது இழையின் இழுவைக்கும், P மிக உயர்ந்த தானத்தில் இருக்கும் போது, இழையின் இழுவைக்கும் உள்ள விகிதம் 19:1 எனவும் காட்டுக.

28. a நீளமுள்ள இலேசான கோல் ஒன்று நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ள ஒரு முனை A பற்றிச் சுயாதீனமாகத் திரும்ப வல்லது. முறுமுனை B இலே m திணிவு கொண்ட துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. முனை B ஆனது, A இற் கூடாகச் செல்கின்ற நிலைத்த ஒப்பமான கிடைக்கம்பி மீது வழுக்கிச் செல்லக் கூடிய m திணிவுள்ள ஒரு சிறிய வளையம் C உடன் A நீளமுள்ள நீளா இழையொன்றினாலே தொடுக்கப்பட்டுள்ளது. தொடக்கத்தில் A,B,C ஆகிய ஒரே கோட்டிலுள்ளனவாயும் AC யின் நீளம் $2a$ ஆகவும் உள்ளது. தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. நேரம் t இலே கோணம் $CAB=\theta$ எனில்,

$\left(\dfrac{d\theta}{dt}\right)^2 = \dfrac{2g}{a}\dfrac{\sin\theta}{1+4\sin^2\theta}$ எனக் காட்டுக.

இழையிலுள்ள இழுவை T ஐ θ இன் ஒரு சார்பாகக் கண்டு, கோலிலுள்ள இழுவைக்கும் இழையிலுள்ள இழுவைக்கும் இடையிலுள்ள விகிதம், 3 : 2 எனக் காட்டுக.

29. O வை மையமாகவும் a ஐ ஆரையாகவும் உடையதும் நிலைக்குத்துத் தளமொன்றிலே நிலைப்படுத்தப்பட்டதுமான ஒப்பமான வட்டக் கம்பி ஒன்றின் மீது m திணிவுடைய ஒரு சிறிய வளையம் P சுயாதீனமாக வழுக்க வல்லது. அது இயற்கை நீளம் a யும் மீள்தன்மை மட்டு mg யும் உடைய இலேசான மீள்தன்மை இழை ஒன்றினால் கம்பியின் மிக உயர்ந்த புள்ளி A இற்கு தொடுக்கப்பட்டுள்ளது. கம்பியின் மிகத் தாழ்ந்த புள்ளி B யிலே வளையம் பிடிக்கப்பட்டு, கம்பிக்குத் தொடலியாக $u\left(>\sqrt{2ga}\right)$ எனும் கிடைவேகம் கொடுக்கப்படுகிறது. நேரம் t இல் கோணம் $BOP=\theta$ என எடுத்து, கம்பியின் தொடலித் திசையிலே துணிக்கைக்கான இயக்கச் சமன்பாட்டை எழுதுக.

இதிலிருந்து அல்லது வேறுமுறையில் $0 \le \theta \le \dfrac{2\pi}{3}$ ஆக இருக்கும் போது

$a^2\dot{\theta}^2 = u^2 - 4ga\left(1-\cos\dfrac{\theta}{2}\right)$ எனக் காட்டுக. மேலும் $u \le \sqrt{3ga}$ எனத்

www.aswarphysics.weebly.com

தரப்படுமிடத்து, மேல்முக நிலைக்குத்துடன் $cos^{-1}\left(\frac{u^2-ga}{2ga}\right)$ என்னும் கோணத்தை OP அமைக்க, வளையம் கணநிலை ஓய்வுக்கு வருமெனக் காட்டுக.

30. சிறுவர் பூங்கா ஒன்றிலுள்ள ஓர் ஊஞ்சலானது, ஒடுங்கிய இலேசான ஒரு பலகை AB ஐயும் ஒரே கிடைமட்டத்திலுள்ள நிலைப்படுத்தப்பட்ட A^1, B^1 எனும் இரு புள்ளிகளுடன் இணைக்கப்பட்டதுமான ஒவ்வொன்றும் ℓ நீளமுள்ள AA^1, BB^1 எனும் இரு சமனான நீண்ட இலேசான நிலைக்குத்துக் கயிறுகளையும் கொண்டுள்ளது.
m திணிவுடைய ஒரு பிள்ளை தனது திணிவுமையம் G ஆனது பலகை மீது இருக்குமாறு பலகையின் நடுப்புள்ளியில் அமர்ந்துள்ளது. தளம் ABB^1A^1 இற்குச் செங்குத்தான திசையிலே ஒரு கிடைவேகம் $u(<\sqrt{2g\ell})$ பலகைக்கு கொடுக்கப்பட்டுள்ளது.

(i) ஊஞ்சல் தொடர்பாக பிள்ளை அசைவற்று அமர்ந்திருக்கிறது கயிறுகளிலுள்ள இழுவை T ஆனது $\frac{T}{mg}=\frac{u^2}{2g\ell}+\frac{3}{2}cos\theta-1$ என்பதாற் கொடுக்கப்படுகிறதென்பதைக் காட்டுக. இங்கு θ என்பது நிலைக்குத்துடன் ABB^1A^1 இன் சாய்வு.

(ii) கணநிலை ஓய்வுத் தானமான $\theta=\alpha$ இற்கு ஊஞ்சல் வரும்போது பிள்ளை சுறுசுறுப்படைந்து, உடனடியாகப் பலகை மீது தளம் $ABBA$ இலே எழுந்து நின்று, பின்னர் $\theta=0$ எனும் நிலைக்குத்துத் தானத்திற்கு ஊஞ்சல் திரும்புகையில் உட்கார்ந்த நிலைக்குத் தன்னைப் படிப்படியாகத் தாழ்த்துகிறது. பலகை மீது பிள்ளை எழுந்து நிற்கையில் பலகையிலிருந்து G ன் தூரம் h ஆக இருக்க, $cos\beta=\left(1-\frac{h}{\ell}\right)cos\alpha$ ஆக அமையுமாறு ஊஞ்சலின் கோண வீச்சம் α இலிருந்து β இற்கு அதிகரிக்கின்றதெனக் காட்டுக. பிள்ளை செலவழித்த சக்தி யாது?

31. சிறிய குறுக்கு வெட்டுப்பரப்புடைய சீரான ஒப்பமான குழாயொன்று a ஆரையுடைய வட்டவில் வடிவில் வளைக்கப்பட்டுள்ளது. இவ்வில் வட்ட மையத்திலமைக்கும் கோணம் $2(\pi-\alpha)$ ஆகும். இங்கு α கூர்ங்கோணம். இக் குழாயானது, அதன் சமச்சீர் அச்சானது நிலைக்குத்தாகவும், குழாயின் திறந்த முனைகள் மேல் நோக்கியும் இருக்குமாறு நிலைக்குத்துத் தளமொன்றில்

நிலையாக நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை ஒன்று குழாயின் உட்புறத்தின் மிகத் தாழ்ந்த புள்ளியிலிருந்து u வேகத்துடன் எறியப்படுகிறது. துணிக்கை குழாயில் இருந்து வெளியேறி, புவியீர்ப்பின் கீழ் இயங்கி மீண்டும் குழாயினுள் செல்கின்றது. u^2 இன் பெறுமானத்தைக் கண்டு, அதன் மிகக்குறைந்த பெறுமானம் $2(1+\sqrt{2})ag$ எனக் காட்டுக. $\alpha=\frac{\pi}{4}$ ஆகும் போதே இப்பெறுமானத்தை எடுக்குமெனவும் காட்டுக. துணிக்கை அடைந்த அதியுயர் புள்ளியானது குழாயினூடு செல்லும் பூரண வட்டத்தின் அதியுயர் புள்ளிக்கு மேல் $\frac{a}{2}(sec\alpha+cos\alpha-2)$ உயரத்திலுள்ள தெனக் காட்டுக.

32. ஒவ்வொன்றும் m திணிவுடைய P,Q என்னுமிரு துணிக்கைகள் இலேசான நீட்ட முடியாத இழையொன்றினால் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. a ஆரையும் அச்சுக் கிடையாக உள்ளதுமான வட்ட உருளையொன்றின் அதி உயர் பிறப்பாக்கியிலுள்ள ஒரு புள்ளியில் துணிக்கை P வைக்கப்பட்டு ஓய்வில் பிடிக்கப்பட்டுள்ளது. P யினூடாகச் செல்லும் உருளையின் அச்சுக்குச் செங்குத்தாக உள்ள நிலைக்குத்துத் தளத்திலே துணிக்கை Q சுயாதீனமாகத் தொங்குகிறது. P இப்போழுது விடுவிக்கப்படுகிறது. P யினூடான ஆரை நிலைக்குத்துடன் α எனும் கோணத்தை ஆக்கும் போது, P உருளையின் மேற்பரப்பை விட்டு நீங்குமெனின் $2\,cos\alpha-1-\alpha=0$ எனக் காட்டுக. P உருளையின் மேற்பரப்பைவிட்டு நீங்கும் கணத்தில் இழையிலுள்ள இழுவை $\frac{1}{2}mg(1-sin\alpha)$ எனக் காட்டுக.

33. O வை மையமாகவும் a ஐ ஆரையாகவும் கொண்ட ஒப்பமான வட்டக் கம்பி ஒன்று நிலைக்குத்துத் தளமொன்றில் நிலைப்படுத்தப்பட்டு m திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை P அக் கம்பியில் வழுக்கிச் செல்லக் கூடியதாக உள்ளது. தொடக்கத்தில் துணிக்கை P, கம்பியின் மிகத் தாழ்ந்த புள்ளி A யிலிருந்து கம்பியின் வழியே கம்பியின் அதியுயர் புள்ளியை மட்டுமட்டாக அடையக் கூடிய வேகத்துடன் எறியப்படுகிறது. கோணம் POA ஐ θ எனக் கொண்டு, கம்பிக்கும், துணிக்கைக்குமிடையேயான மறுதாக்கத்தைக் காண்க.

சக்திச் சமன்பாட்டை எழுதி, அதிலிருந்து துணிக்கை $\theta=\frac{\pi}{2}$ எனும் கோணத்தினூடு திரும்ப எடுத்த நேரம் $\left(\frac{a}{g}\right)^{\frac{1}{2}}\ell og_e\left(1+\sqrt{2}\right)$ எனக் காட்டுக.

34. பாரமான துணிக்கை ஒன்று a நீளமுடைய நீட்டமுடியாத இழைக்கு இணைக்கப்பட்டு O என்னும் நிலையான புள்ளியிலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது.

www.aswarphysics.weebly.com

துணிக்கை O விற்கு நிலைக்குத்தாகக் கீழே ஓய்விலிருக்கும் போது, அதற்கு u எனும் பருமனுடைய கிடைவேகம் ஒன்று கொடுக்கப்படுகிறது. தொடரும் இயக்கத்தில் சிறிது நேரத்தின் பின் இழை தொய்வடைகின்றது. பின்னர் மீண்டும் இழை கிடையாக இருக்கும் கணத்தில், அது இறுக்கமடைகின்ற தெனின் $u^2 = ag\left(2 + \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ எனக் காட்டுக.

35. m திணிவுடைய சிறிய மோதிரம் ஒன்று நிலைக்குத்துத் தளத்திலே நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ள a ஆரையுடைய வட்ட வடிவ ஒப்பமான கம்பியொன்றில் கோர்க்கப்பட்டுள்ளது. இலேசான நீளா இழை ஒன்று மோதிரத்திற்கு இணைக்கப்பட்டு இழையானது, வட்டத்தின் மையத்திலுள்ள சிறிய வளையத்தினூடாகச் சென்று இழையின் மறுமுனையில் சுயாதீனமாகத் தொங்கும் M திணிவைத் தாங்குகின்றது. மோதிரமானது, கம்பியின் அதி தாழ் புள்ளியிலிருந்து $\sqrt{kga}$ கதியுடன் கம்பியின் வழியே எறியப்படுகிறது. மோதிரம் கம்பியின் அதி உயர் புள்ளியை மட்டாக அடையுமெனின் k இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
$K = 6$ என எடுத்து, M ஆனது m இற்கும் $7m$ இற்குமிடையில் இருக்குமெனின், இயக்கத்தின் ஒரு புள்ளியில் மோதிரத்திற்கும், கம்பிக்குமிடையேயான மறுதாக்கம் அற்றுப் போகுமெனக் காட்டுக.

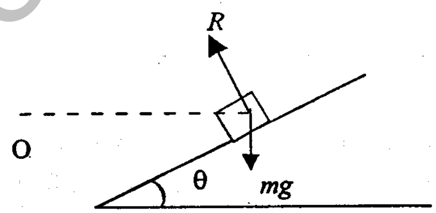
36. A,B,C ஆகிய மூன்று புள்ளிகள் நிலைக்குத்தான நேர்கோடொன்றில் இவ்வொழுங்கில் A மிகவும் கீழாகவும் $AB = 2a$, $BC = \frac{1}{2}a$ ஆகவும் அமையுமாறு உள்ளன. ஒரு மெல்லிய ஒப்பமான கம்பி $ADBEC$, இம்மூன்று புள்ளிகளினூடாகவும் சென்று தளம் ஒன்றில் கிடக்கின்றது. ADB ஆனது, AB விட்டமாகக் கொண்ட அரை வட்டமாகவும், BEC ஆனது BC ஐ விட்டமாகக் கொண்ட அரைவட்டமாகவும், அமைந்துள்ளது. D,E என்பன ABC இன் எதிர்ப்பக்கங்களில் அமைந்துள்ளன. ஒரு சிறிய மணி இக்கம்பியில் கோர்க்கப்பட்டு A யிலிருந்து $\sqrt{5ag}$ எனும் கதியுடன் எறியப்படுகிறது. இவ்வியக்கத்தின் போது மணிக்கும், கம்பிக்குமிடையேயான மறுதாக்கம் கம்பியின் மூன்று புள்ளிகளில், மணியின் நிறைக்குச் சமமாகுமெனக் காட்டி, A இற்கு மேல் அப்புள்ளிகளின் உயரங்களைக் காண்க.

7 (c)

வளைபாதையிலே வண்டி ஒன்றின் இயக்கம்.

கிடையான தரையிலே வட்டப்பாதை ஒன்றிலே வண்டியானது, செல்லும் போது வட்டப்பாதையின் மையத்தை நோக்கி ஆர்முடுகல் தொழிற்படுவதால், வண்டியின் இயக்கம் தரையின் உராய்வு விசையில் தங்கியுள்ளது. இதனால் வண்டியின் கதி குறிப்பிட்ட ஒரு பெறுமானம் வரை மட்டுமே இருக்க முடியும். இதனை ஓரளவு நீக்குவதற்கு வட்டப் பாதையை சரிவாக அமைக்கலாம்.

1. m திணிவுடைய வண்டி ஒன்று θ சாய்விலே உள்ள r ஆரையுடைய வட்டப் பாதையில் v கதியுடன் செல்கிறதென்க.



வட்டப்பாதையின் மையம் O என்க. சீரான கதி v உடன் இயங்குவதால் வட்டத்தின் மையத்தை நோக்கிய திசையில் மட்டும் ஆர்முடுகல் இருக்கும்.

$P = ma$ ஐப் பிரயோகிக்க

$$\leftarrow \quad R\sin\theta = \frac{mv^2}{r} \qquad (1)$$

$$\uparrow \quad R\cos\theta - mg = 0 \qquad (2)$$

$$\therefore \tan\theta = \frac{v^2}{gr}, \quad v^2 = gr\tan\theta$$

$$v = \sqrt{gr\tan\theta}$$

எனவே வண்டியானது $v = \sqrt{gr\tan\theta}$ என்ற கதியில் இப்பாதையில் செல்லும் போது பக்கச் சறுக்கல் நாட்டமின்றிச் செல்லமுடியும்.

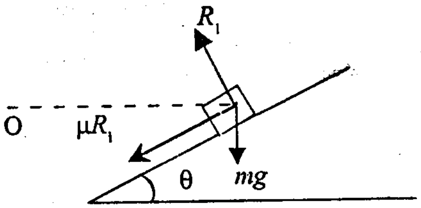
www.aswarphysics.weebly.com

(a) வண்டியானது கதி $v_1 (>v)$ உடன் செல்லுகிறது என்க. வண்டி வெளி நோக்கி வழுக்க முயலும். எனவே உள்நோக்கி உராய்வு விசை தொழிற்படும்.

$P = ma$

$\leftarrow \quad R_1 \sin\theta + \mu R_1 \cos\theta = \frac{m v_1^2}{r}$

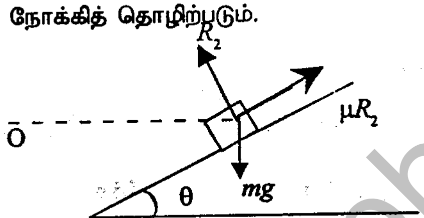
$\uparrow \quad R_1 \cos\theta - \mu R_1 \sin\theta - mg = 0$



இரு சமன்பாடுகளிலுமிருந்து $v_1^2 = rg\left(\frac{\sin\theta+\mu\cos\theta}{\cos\theta-\mu\sin\theta}\right)$

வண்டி வழுக்கலின்றி செல்லக்கூடிய உயர் கதி v_1 ஆகும்.

(b) வண்டி கதி $v_2 (<v)$ உடன் செல்லுகிறது என்க.
இப்பொழுது உராய்வு விசை மேல் நோக்கித் தொழிற்படும்.



$P = ma$

$\leftarrow \quad R_2 \sin\theta - \mu R_2 \cos\theta = \frac{m v_2^2}{r}$

$\uparrow \quad R_2 \cos\theta + \mu R_2 \sin\theta - mg = 0$

இவற்றிலிருந்து $v_2^2 = rg\left(\frac{\sin\theta - \mu\cos\theta}{\cos\theta + \mu\sin\theta}\right)$ ஆகும்.

எனவே இப்பாதையில் வண்டி செல்லக் கூடிய கதி v ஆனது.

$v_2 \le v \le v_1$ ஆக அமையும்.

உதாரணம் :

புகையிரதப் பாதையொன்று 60m ஆரையுடைய வட்டப்பாதையிலே, புகையிரதமானது 40kmh^{-1} இல் செல்லும் போது தண்டவாளங்களின் மீது பக்கவிசை எதுவும் பிரயோகிக்காது இருக்குமாறு சாய்வாக அமைக்கப்பட்டுள்ளது.

10^5 kg திணிவுடைய எஞ்சின் ஒன்று இப்பாதையிலே

(a) 30 kmh^{-1} பயணம் செய்யும் போது

(b) 50 kmh^{-1} பயணம் செய்யும் போது

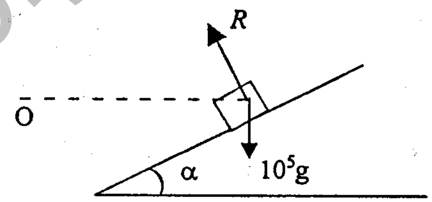
(c) ஓய்விலுள்ள போது

தண்டவாளங்களில் பிரயோகிக்கப்படும் பக்க விசையைக் காண்க. $(g = 10 \text{ms}^{-1})$

$P = ma$ ஐப் பிரயோகிப்பதால்,

$r = 60\text{m}$

$v = 40\text{kmh}^{-1} = \frac{40\times1000}{3600} = \frac{100}{9}\text{ms}^{-1}$



$\leftarrow \quad R\sin\alpha = 10^5 \times \left(\frac{100}{9}\right)^2 \times \frac{1}{60}$

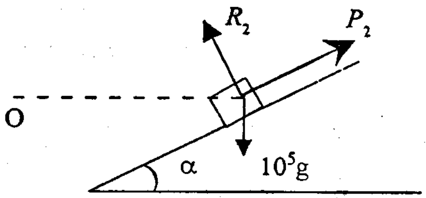
$\uparrow \quad R\cos\alpha - 10^5 g = 0$

$\tan\alpha = \frac{100^2}{81\times60\times9\cdot8} = 0\cdot2100 \quad \sin\alpha$

$\cos\alpha = 0.9785$

$(a)\ v = 30\text{ kmh}^{-1} = \frac{30\times1000}{3600}\text{ms}^{-1}$

$= \frac{25}{3}\text{ms}^{-1}$



$\leftarrow \quad R_2\sin\alpha + P_2\cos\alpha = 10^5 \times \left(\frac{25}{3}\right)^2 \times \frac{1}{60}$

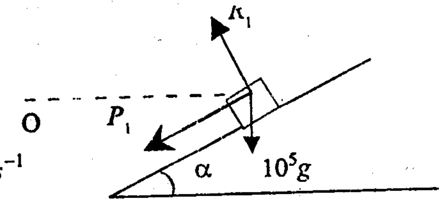
$\uparrow \quad R_2\cos\alpha - P_2\sin\alpha - 10^5 \times g = 0$

www.aswarphysics.weebly.com

$$P_2 = 10^5 \times 9.8 \times sin\alpha - 10^5 \times \left(\frac{25}{3}\right)^2 \times \frac{1}{60} \times cos\alpha$$

$$= 10^3\left[980\,sin\,\alpha - \frac{100 \times 625 \times 0.9785}{9 \times 60}\right]$$

$$= 81 \times 10^3 N$$



(b) $50\ kmh^{-1} = \frac{50 \times 1000}{3600} = \frac{125}{9} ms^{-1}$

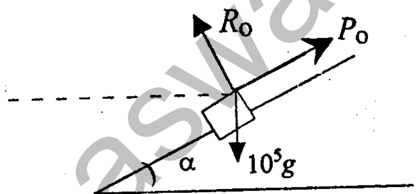
$\leftarrow$ $R_1\,sin\,\alpha + P_1\,cos\alpha = 10^5 \times \left(\frac{125}{9}\right)^2 \times \frac{1}{60}$

$\uparrow$ $R_1\,cos\,\alpha + P_1\,sin\alpha - 10^5 g = 0$

$$P_1 = 10^5 \times \left(\frac{125}{9}\right)^2 \times \frac{1}{60} cos\alpha - 10^5 \times 9.8 \times sin\alpha$$

$$= 10^3\left[10 \times \left(\frac{125}{9}\right)^2 \times \frac{1}{6} \times 0.9785 - 980 \times 0.2100\right]$$

$$= 108 \times 10^3 N$$



(c) $10^5 \times g\,sin\alpha - P_0 = 0$

$P_0 = 10^5 \times 9.8 \times 0.2100$

$= 205 \times 10^3 N$

பயிற்சி 7(c)

1. ஒரு மோட்டார்க் காரின் பாதை 120m ஆரையுடைய வளையியாக அமைந்துள்ளதுடன், வளையியின் உட்புறமாகக் கீழ் நோக்கி $tan^{-1}\left(\frac{1}{5}\right)$ இல் சாய்ந்துள்ளது. பக்கச் சறுக்கல் நாட்டமின்றி கார் ஒன்று அப்பாதையில் என்ன கதியில் செல்ல முடியும் ?

2. ஒரு மோட்டார்கார் 80m மீற்றர் ஆரையுடைய ஒரு மட்டமான வளைவிலே $20\,ms^{-1}$ கதியுடன் புரளாமல் மட்டுமட்டாகச் செல்ல முடியும். கார் இவ்வளைவிலே $30\,ms^{-1}$ கதியுடன் புரளாமல் செல்ல பாதையின் சரிவைக் காண்க. இரு சந்தர்ப்பங்களிலும் உராய்வுக் குணகம் சமமானதெனக் கொள்க. $\left(g = 10\,ms^{-2}\right)$

3. 200m ஆரையுடைய வட்டமான ஓட்டப்பாதை 45° இல் சாய்ந்துள்ளது. பக்கச் சறுக்கல் நாட்டமின்றி கார் ஒன்று என்ன கதியில் செல்லமுடியும் ?
காரின் சில்லுக்கும், பாதைக்குமிடையேயுள்ள உராய்வுக் குணகம் $\frac{1}{2}$ எனின் கார் புரளாமல் செல்லக்கூடிய உயர் கதியைக் காண்க.

4. விமானம் ஒன்று 3000m ஆரையுடைய கிடைவட்டத்திலே $100\,ms^{-1}$ வீதம் செல்லுகையில் அது கிடைக்கு என்ன கோணத்தில் சரியவேண்டுமெனக் காண்க.

5. 80,000 kg திணிவுடைய புகையிரத எஞ்சின் ஒன்று 1200m ஆரையுடைய ஒரு வளைவிலே $40\,kmh^{-1}$ இல் செல்லுகிறது. பாதை மட்டமானதாக இருப்பின், வெளித் தண்டவாளத்தின் மீதான பக்க உதைப்பைக் கணிக்க.
தண்டவாளங்களுக்கிடையேயான தூரம் 1.4m எனின் பக்க உதைப்பை இல்லாமல் செய்வதற்கு, வெளித் தண்டவாளம், உட் தண்டவாளத்திற்கு மேல் எவ்வுயரத்தில் அமைதல் வேண்டும்?

6. ஒரு பந்தயப் பாதையின் சரிவான மூலையிலே ஒரு கார், கதி v உடன் திரும்புகிறது. v இலும் குறைந்த கதி u இலே பக்கச் சறுக்கல் நாட்டத்தைப் பூச்சியமாக்கும் வகையிலே பக்கச் சரிவு α அமைக்கப்பட்டது. கதி v இலே பக்கச் சறுக்கலைத் தடுப்பதற்கு தேவையான உராய்வுக் குணகத்தின் அதி குறைந்த பெறுமதி.

$$\frac{\left(v^2 - u^2\right) sin\,\alpha\,cos\,\alpha}{v^2\,sin\,\alpha + u^2\,cos^2\,\alpha}$$ எனக் காட்டுக.

www.aswarphysics.weebly.com

7. ஒரு பாரவண்டி ஓர் இரயில் பாதை வளைவிலே கதி v_1 உடன் செல்லும் போது, உட் தண்டவாளத்தின் மீதான பக்க உதைப்பும் கதி v_2 உடன் செல்லும் போது வெளித்தண்டவாளத்தின் மீதான பக்க உதைப்பும் சமமாகுமாறு அப்பாதை அமைக்கப்பட்டுள்ளது. $(v_2 > v_1)$ பாரவண்டி கதி

$\left[\frac{1}{2}\left(v_1^2 + v_2^2\right)\right]^{\frac{1}{2}}$ உடன் இயங்கும் போது ஒரு தண்டவாளத்திலும் பக்க உதைப்பு இருக்காதெனக் காட்டுக.

8. புகைவண்டி ஒன்றின் எஞ்சின் ஒன்று b அகலமுடைய ஒரு வட்டவடிவப் புகையிரத பாதையிலே மாறாக்கதி V உடன் சுற்றி வருகிறது. எஞ்சினின் மையப்போலி G ஆனது, r என்னும் ஆரையை உடைய ஒரு கிடைவட்டத்தை வரைகிறது. தண்டவாளங்களின் மீதான பக்க உதைப்பை இல்லாமல் செய்வதற்கு வெளிப்பக்கத் தண்டவாளம், உட்பக்கத் தண்டவாளத்திற்கு மேலே $\frac{bv^2}{\sqrt{v^4 + g^2 r^2}}$ எனும் உயரத்திற்கு உயர்த்தப்பட வேண்டுமெனக் காட்டுக.

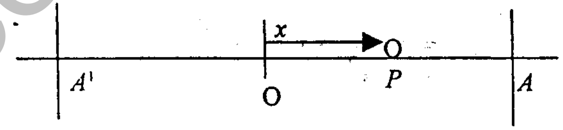
அவ் வட்டவடிவப் புகையிரதப் பாதையில் $v_1(<v)$ எனும் மாறாக்கதியுடன் எஞ்சின் சுற்றிவரும் போது தண்டவாளங்களின் மீதான பக்க உதைப்பு F_1 ஆகும். அத்துடன் மாறாக்கதி $v_2(>v)$ ஆக இருப்பின் தண்டவாளங்களின் மீதான பக்க உதைப்பு F_2 ஆகும். எஞ்சினின் திணிவு M எனின், F_1 ஐயும் F_2 ஐயும் கண்டு இந்த இரு வகைகளிலும் பக்க உதைப்புக்களின் பருமன்கள் சமமாக இருக்கையில் $v > (v_1 v_2)^{\frac{1}{2}}$ என உய்த்தறிக.

அலகு 8

எளிய இசை இயக்கம்

எளிய இசை இயக்கம் - ஒரு துணிக்கை, அதன் பாதை வழியேயான ஆர்முடுகல் அப்பாதையிலுள்ளதொரு நிலைப்பட்ட புள்ளியை நோக்கியும், இந்நிலைப்பட்ட புள்ளிக்கும், துணிக்கைக்கும் இடைப்பட்ட தூரத்திற்கு நேர்விகிதசமமாகவும் இருக்குமாறும் இயங்கினால் அத்துணிக்கை எளிய இசை இயக்கத்திலுள்ளது எனப்படும்.

நேர்கோட்டில் எளிய இசை இயக்கம்.



நிலையான புள்ளி O என்க. O ஐக் குறித்து P என்ற புள்ளி எளிய இசை இயக்கத்தில் உள்ளதென்க. $OP = x$,

வரைவிலக்கணத்திலிருந்து, $\frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x$ (ω ஒரு நேர் ஒருமை)

$$v\frac{dv}{dx} = -\omega^2 x$$

$$\int v\,dv = -\int \omega^2 x\,dx$$

$$\frac{v^2}{2} = \frac{-\omega^2 x^2}{2} + c$$

$x = a$, இல் வேகம் $v = 0$ என்க.

$$0 = \frac{-\omega^2 a^2}{2} + c; \qquad c = \frac{\omega^2 a^2}{2}$$

$$v^2 = \omega^2(a^2 - x^2)$$

$$v = \pm\omega\sqrt{a^2 - x^2}$$

$x = +a, -a$ என்பவற்றில் $v = 0$. எனவே $x = OA$, $x = OA'$ என்பவற்றில் வேகம் பூச்சியமாகும். துணிக்கையானது A' இற்கும் A இற்குமிடையில் இயங்கும். O - அலைவுமையம், $OA = a$ வீச்சம் எனப்படும். $A'A = 2a$.

www.aswarphysics.weebly.com

$x = \pm a$ என்பவற்றில் ஆர்முடுகலின் பருமன் உயர்வாகும். $(= \omega^2 a)$, $x = \pm a$ என்பவற்றில் வேகம் பூச்சியமாகும்.

$x = 0$ இல் (O வில்) ஆர்முடுகல் பூச்சியமாகும்.

$x = 0$ இல் வேகம் $v = \pm a\omega$. வேகத்தின் பருமன் $a\omega$ உயர்வாகும்.

$v = \pm\omega\sqrt{a^2 - x^2}$ என்பதில்

$v = \omega\sqrt{a^2 - x^2}$ ஐக் கருதுக.

$$\frac{dx}{dt} = \omega\sqrt{a^2 - x^2}$$

$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \int \omega\, dt$$

$\sin^{-1}\frac{x}{a} = \omega t + \alpha$ (α - ஒருமை)

$$x = a\sin(\omega t + \alpha)$$

நாம் விரும்பியவாறு α ஐத் துணியலாம்.

$x = a$ ஆக, $t = 0$ என்க. $0 = \sin\alpha$; $\alpha = \frac{\pi}{2}$; $x = a\cos\omega t$

மீண்டும் $x = a$ ஆக நேரம் T என்க.

$a = a\cos\omega T$

$\cos\omega T = 1$

$\omega T = 2n\pi$ $(n = 1, 2, 3 \ldots\ldots\ldots\ldots)$

$$T = \frac{2n\pi}{\omega}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega}, \frac{4\pi}{\omega} \ldots\ldots$$

எனவே ஒரு பூரண அலைவுக்கான காலம் $\frac{2\pi}{\omega}$ ஆகும்.

($v = -\omega\sqrt{a^2 - x^2}$ என்ற சமன்பாட்டினைத் தொகையிட்டும் நேரத்தைக் காணலாம்.)

ஆர்முடுகல் $\ddot{x} = -\omega^2 x$

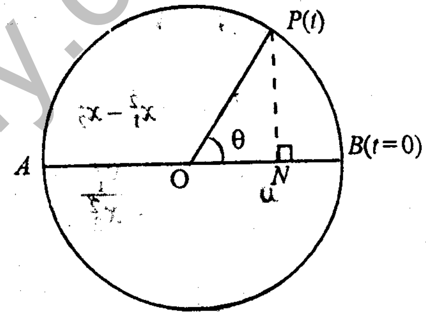
வேகம் $v^2 = \omega^2(a^2 - x^2)$

இடப்பெயர்ச்சி $x = a\sin(\omega t + \alpha) = A\cos\omega t + B\sin\omega t$

காலம். $T = \frac{2\pi}{\omega}$

உதாரணம் 1

ஒரு புள்ளி P, மையம் O ஐக் குறித்து ஒரு வட்டத்திலே சீரான கோண வேகம் ω உடன் இயங்குகின்றதென்க. வட்டத்தின் எந்தவொரு விட்டத்தின் மீது P இன் செங்குத்தெறியம் N எனின், N ஆனது அவ்விட்டத்தின் வழியே எளிய இசை இயக்கத்தை ஆற்றும்.



வட்டத்தின் ஆரை a என்க. விட்டம் AB. $t = 0$ இல் P இன் நிலை B எனவும், நேரம் t இல் துணிக்கையின் நிலை P எனவும் கொள்க. கோணம் $PON = \theta = \omega t$ ஆகும்.

$ON = x = a\cos\omega t$

$\dot{x} = -a\omega\sin\omega t$

$\ddot{x} = -a\omega^2\cos\omega t$

$\ddot{x} = -\omega^2 a\cos\omega t$

$\ddot{x} = -\omega^2 x$ ——— எளிய இசை இயக்கத்தைக் குறிக்கும்.

O அலைவு மையமாகும்.

துணிக்கை பூரண வட்டத்திலியங்க நேரம் $\frac{2\pi}{\omega}$ என்பதால், எளிமை இசை இயக்கத்தின் காலம் $\frac{2\pi}{\omega}$ ஆகும்.

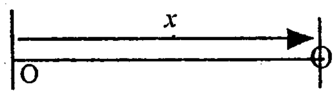
உதாரணம் 2.

ஒரு துணிக்கை, ஒரு நேர்கோட்டிலே, நிலைப்பட்ட புள்ளி O வைக் குறித்து எளிய இசை இயக்கம் ஆற்றுகிறது. O விலிருந்து அளக்கப்பட்ட அதன் இடப்பெயர்ச்சி x_1 ஆயிருக்கும் போது, அதன் வேகம் v_1 உம் x_2 ஆயிருக்கும் போது, அதன் வேகம் v_2 உம் ஆகும். அலைவு காலம்

$$2\pi\sqrt{\frac{x_1^2 - x_2^2}{v_2^2 - v_1^2}}$$ எனக் காட்டுக.

www.aswarphysics.weebly.com

$\ddot{x} = -\omega^2 x$



$v^2 = \omega^2(a^2 - x^2)$

$x = x_1$ ஆக $v = v_1$; $v_1^2 = \omega^2(a^2 - x_1^2)$ v_1 ———— (1)

$x = x_2$ ஆக $v = v_2$; $v_2^2 = \omega^2(a^2 - x_2^2)$ ———— (2)

(2) - (1); $v_2^2 - v_1^2 = \omega^2(x_1^2 - x_2^2)$

$$\omega^2 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{x_1^2 - x_2^2}$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{x_1^2 - x_2^2}{v_2^2 - v_1^2}}$$

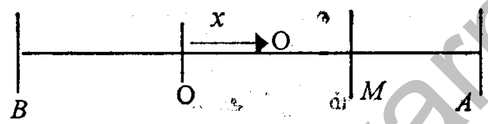
உதாரணம் 3

ஒரு துணிக்கை ஓய்விலிருந்து தொடங்கி $2T$ காலத்தையுடைய எளிய இசை இயக்கத்தை ஆற்றுகிறது. அது அடுத்ததாக ஓய்வுக்கு வரும்போது, கடந்த தூரத்தின் $\frac{1}{4}$ பங்கினை $\frac{T}{3}$ நேரத்தில் கடக்கும் எனக் காட்டுக. அதன் உயர்வு வேகத்தின் அரைப்பங்கினை $\frac{T}{6}$ நேரத்தில் எய்தும் எனவும் காட்டுக.

முறை I

O - அலைவுமையம்

வீச்சம் a என்க.



$\ddot{x} = -\omega^2 x$ (எ.இ.இ)

$v^2 = \omega^2(a^2 - x^2)$; $x = \pm a$, இல் $v = 0$; A, B என்பவற்றில் வேகம் பூச்சியமாகும்.

A இலிருந்து இயங்கத் தொடங்குகிறது என்க.

$AB = 2a$; $\frac{1}{4}AB = \frac{a}{2}$, $OM = \frac{a}{2}$, $2T = \frac{2\pi}{\omega}$, $T = \frac{\pi}{\omega}$ ———— (1)

$x = a \sin(\omega t + \alpha)$

$t = 0$ இல் $x = a$; $a = a \sin\alpha$, $\sin\alpha = 1$, $\alpha = \frac{\pi}{2}$

$x = a \cos\omega t$ ———— (2)

$t = t_0$ இல் ; $x = \frac{a}{2}$; $\frac{a}{2} = a\cos\omega t_0$; $\cos\omega t_0 = \frac{1}{2}$

$\omega t_0 = \frac{\pi}{3}$, $t_0 = \frac{\pi}{3\omega} = \frac{1}{3}T$

அதி உயர் வேகம் $x = 0$ இல் $v = a\omega$

$v = \frac{a\omega}{2}$ ஆக $x = x_0$ $v^2 = \omega^2(a^2 - x^2)$

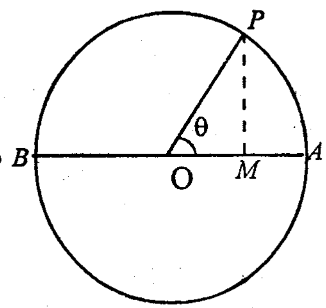
$$\frac{a^2\omega^2}{4} = \omega^2(a^2 - x_0^2)$$

$$x_0^2 = \frac{3a^2}{4}, \; x_0 = \frac{\sqrt{3}a}{2}$$

$x = a\cos\omega t$

$t = t_1$ ஆக $x = \frac{\sqrt{3}a}{2} = a\cos\omega t_1$

$\cos\omega t_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\omega t_1 = \frac{\pi}{6}$, $t_1 = \frac{\pi}{6\omega} = \frac{T}{6}$



முறை II

O வை மையமாகவும், AB ஐ விட்டமாகவும் கொண்டு வட்டம் ஒன்று வரைக. ஆரை a

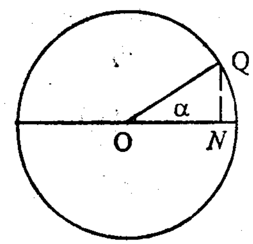
எ.இ. இயக்கம் $\ddot{x} = -\omega^2 x$, $2T = \frac{2\pi}{\omega}$

$OM = \frac{a}{2}$

ω என்னும் சீரான கோண வேகத்துடன் இவ் வட்டத்தின் வழியே இயங்கும் துணிக்கை ஒன்றைக் கருதுக.

எ.இ.இயக்கத்தில் துணிக்கை $A \to M$ எடுத்த நேரம்.

வட்ட இயக்கத்தில் துணிக்கை $A \to P$ எடுத்தநேரம்.



$$\cos\theta = \frac{OM}{OP} = \frac{1}{2}$$

$\theta = \frac{\pi}{3}$ நேரம் $\frac{\theta}{\omega} = \frac{\pi}{3\omega} = \frac{T}{3}$

இதே போல் கோணம் $QON = \alpha$ என்க. $ON = \frac{\sqrt{3}a}{2}$

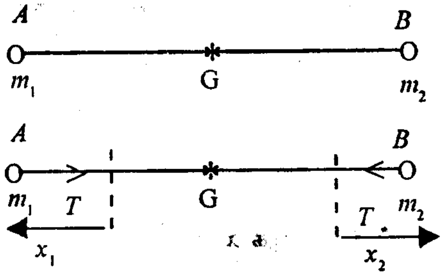
$\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\alpha = \frac{\pi}{6}$

$A \to Q$ எடுத்த நேரம் $= \frac{\alpha}{\omega} = \frac{\pi}{6\omega} = \frac{T}{6}$

www.aswarphysics.weebly.com

உதாரணம் 4

இயற்கை நீளம் ℓ உம், மீள்தன்மைமட்டு λ உம் கொண்ட சுருள் வில்லொன்றின் முனைகளுக்கு m_1, m_2 திணிவுகள் இணைக்கப்பட்டு ஒப்பமான கிடைமேசை ஒன்றில் சுருள் வில்லானது நீட்சி பெறுமாறு இழுக்கப்பட்டு விடுவிக்கப்படுகின்றது. இயக்கத்தை விளக்குக.



தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. தொகுதியின் திணிவுமையம் G, அதன் வேகம் V எனின்,

$$(m_1+m_2)V = m_1\times 0 + m_2\times 0$$
$$V = 0$$

திணிவு மையத்தின் ஆரம்ப வேகம் O ஆகும். தொகுதியில் தாக்கும் விளையுள் விசை பூச்சியமாதலால், திணிவு மையத்தின் வேகம் தொடர்ந்தும் பூச்சியமாக இருக்கும். எனவே திணிவு மையம் ஓய்விலிருக்கும். நேரம் t யில், இழையின் பகுதிகள் GA, GB என்பவற்றின் நீட்சிகள் முறையே x_1, x_2 எனவும், அவற்றின் இயற்கை நீளங்கள் a_1, a_2 எனவும் கொள்க.

$$\ell = a_1 + a_2$$
$$m_1 a_1 = m_2 a_2 \quad \text{———} (1)$$
$$m_1(a_1+x_1) = m_2(a_2+x_2) \quad \text{———} (2)$$

இழையின் இழுவிசை $T = \dfrac{\lambda(x_1+x_2)}{(a_1+a_2)}$ ———(3)

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{m_2}{m_1}, \quad \frac{a_1+x_1}{a_2+x_2} = \frac{m_2}{m_1}$$

எனவே $\dfrac{a_1}{a_2} = \dfrac{x_1}{x_2} = \dfrac{m_2}{m_1}$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{m_2}{m_1} \Rightarrow \frac{x_1+x_2}{x_2} = \frac{m_2+m_1}{m_1}$$

இதே போல் $\dfrac{x_1+x_2}{x_1} = \dfrac{m_1+m_2}{m_2}$

சமன்பாடு (3) இல்

$$T = \frac{\lambda(x_1+x_2)}{\ell} = \frac{\lambda}{\ell}\cdot\frac{m_1+m_2}{m_2}x_1$$

$$T = \frac{\lambda(x_1+x_2)}{\ell} = \frac{\lambda}{\ell}\cdot\frac{m_1+m_2}{m_1}x_2$$

$P = ma$ ஐப் பிரயோகிப்பதால் $-T = m_1\ddot{x}_1$

$$\ddot{x}_1 = -\frac{\lambda(m_1+m_2)}{\ell(m_1 m_2)}x_1$$

இதேபோல் $\ddot{x}_2 = -\dfrac{\lambda(m_1+m_2)}{\ell(m_1 m_2)}x_2$

இரு துணிக்கைகளினதும் அலைவுகாலம். $2\pi\sqrt{\dfrac{m_1 m_2 \ell}{\lambda(m_1+m_2)}}$ ஆகும்.

பயிற்சி 8(a)

எளிய இசை இயக்கம்

1. துணிக்கை ஒன்று நேர்கோடோன்றில் எளிய இசை இயக்கத்தை ஆற்றுகின்றது. அலைவு மையத்தில், அதன் கதி $10\sqrt{3}$ ms^{-1} ஆகும். அலைவுமையத்திற்கும், கணநிலை ஓய்விற்கு வரும் புள்ளிக்குமிடையில் நடுப்புள்ளியில் துணிக்கையின் கதியைக் காண்க.

2. O வை அலைவு மையமாகக் கொண்டு நேர் கோடு ஒன்றில் எளிய இசை இயக்கத்தை ஆற்றுகின்ற துணிக்கை ஒன்றின் வீச்சம் a உம், அலைவு காலம் $5T$ உம் ஆகும். இத்துணிக்கை $OA = a$ ஆகுமாறு அந்நேர்கோட்டிலுள்ள

www.aswarphysics.weebly.com

A என்னும் புள்ளியில் ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. T நேரத்தின் பின் இதே போன்ற ஒத்த எளிய இசை இயக்கத்தை ஆற்றுகின்ற இன்னொரு துணிக்கை A இல் ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. இரண்டாவது துணிக்கை விடுவிக்கப்பட்டு $2T$ நேரத்தின் பின் இரு துணிக்கைகளும் சந்திக்கும் எனக்காட்டுக.

3. P என்னும் துணிக்கை ஒன்று O வை அலைவுமையமாகக் கொண்டு நேர் கோடொன்றில் எளிய இசை இயக்கத்தை ஆற்றுகின்றது. அலைவு காலம் 4 செக்கன்களாகும். துணிக்கை P, இயக்கம் தொடங்கி $\frac{1}{2}$ செக்கன்களின் பின்னர் O வை அடைகின்றது. O வை கடந்து $1\frac{1}{2}$ செக்கன்களின் பின்னர், அதன் கதி $2\ ms^{-1}$ ஆகும். இயக்கத்தின் வீச்சம் $\frac{4\sqrt{2}}{\pi}\ m$ எனக் காட்டுக.

4. m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று நேர்கோடொன்றில் V வேகத்துடன் இயங்கத் தொடங்குகின்றது. துணிக்கையின் மீது தொழிற்படும் அமர்முடுகும் விசையின் பருமன் K x (துணிக்கை இயங்கிய தூரம்) ஆகும். துணிக்கை $V=\sqrt{\frac{m}{K}}$ தூரம் இயங்கிய பின்னர், முதலில் கணநிலை ஓய்விற்கு வருமெனக் காட்டுக.

5. ஒப்பமான கிடை மேசை மீதுள்ள துணிக்கை ஒன்று O வை அலைவுமையமாகவும் வீச்சம், அலைவுகாலம் முறையே a, T ஆகவும் கொண்டு O வை நோக்கித் தொழிற்படும் ஒருவிசையினால் எளிய இசை இயக்கத்தை ஆற்றுகின்றது. இத்துணிக்கை O வில் ஓய்விலிருக்கின்றதும் O வை நோக்கி ஒத்தவிசையின் தாக்கத்தின் கீழ் உள்ளதுமான சமதுணிக்கை ஒன்றுடன் மோதி இணைந்து விடுகின்றது. சேர்த்தித்துணிக்கை எளிய இசை இயக்கத்தை ஆற்றுகின்றது எனக்காட்டி, அதன் வீச்சம், அலைவு காலம் என்பவற்றைக் காண்க.

6. இலேசான மீள் தன்மை இழையொன்றின் மூலம் தொங்கும் பாரமான துணிக்கை ஒன்று நிலைக்குத்தாக எளிய இசை இயக்கத்தை ஆற்றுகின்றது. வீச்சம் a உம் இயக்கத்தின் அதி உயர்கதி $\sqrt{nga}$ உம் ஆகும். $(n>1)$ இயக்கத்தின் அலைவுமையம் O ஆகும். துணிக்கை O இற்கு மேல் x உயரத்தில், இழை இறுக்கமாகவும், துணிக்கை மேல் நோக்கியும் இயங்குகையில் இழை அறுகிறது. O விற்கு மேல் துணிக்கை அடைந்த உயரத்தைக் கண்டு, x இன் வெவ்வேறு பெறுமானங்களுக்கு இவ்வுயரத்தின் சாத்தியமான அதியுயர் பெறுமானம் $\frac{1}{2}a(n+\frac{1}{n})$ எனக் காட்டுக.

7. ℓ நீளமும் λ மீள்தன்மை மட்டுமுடைய இலேசான சுருள்வில்லொன்று ஒப்பமான கிடைமேசை ஒன்றின் மீதுள்ளது. சுருள்வில்லின் ஒரு முனை நிலைப்படுத்தப்பட்டு

மறுமுனைக்கு M திணிவு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. சுருள்வில், அதன் நீளம் $\frac{\ell}{2}$ ஆகும் வரை அமுக்கப்பட்டு விடுவிக்கப்படுகிறது. திணிவு மேசையின் மீது ஆற்றும் இயக்கம் எளிய இசை இயக்கமெனக் காட்டி

(i) அதன் அலைவு காலம் $2\pi\sqrt{\frac{M\ell}{\lambda}}$ எனவும்,

(ii) சுருள்வில்லின் நீளம் $\frac{5\ell}{4}$ ஆக இருக்கும் போது திணிவின் கதி $\sqrt{\frac{3\lambda\ell}{16M}}$ எனவும் காட்டுக.

8. a இயற்கை நீளமும் λ மீள் தன்மை மட்டும் கொண்ட இலேசான மீள்தன்மை இழையொன்றின் ஒரு நுனி, ஒப்பமான கிடை மேசையிலுள்ள O என்னும் ஒரு புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டு, மறு முனையில் m திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை இணைக்கப்பட்டுள்ளது. $OA=a$ ஆகுமாறு மேசை மீதுள்ள புள்ளி A யிலிருந்து, இத்துணிக்கை, OA யின் திசையில் V வேகத்துடன் எறியப்படுகிறது. துணிக்கை $\pi\sqrt{\frac{ma}{\lambda}}$ நேரத்தின் பின்னர் மீண்டும் A இற்குத் திரும்புமெனக் காட்டுக. இயக்கத்தின் போது இழையின் அதியுயர் விரிவு $V\sqrt{\frac{ma}{\lambda}}$ எனக் காட்டுக.

9. a இயற்கை நீளமும் λ மீள்தன்மை மட்டும் உடைய இழையின் ஒரு நுனி O என்னும் நிலையான புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டு, மறு முனை A இற்கு m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இத் தொகுதி A ஆனது, O விற்கு நிலைக்குத்தாக கீழே $OA=a$ ஆகுமாறுள்ள புள்ளியில் இருக்குமாறு ஓய்வில் பிடிக்கப்பட்டு விடுவிக்கப்படுகிறது. சக்திச் சமன்பாட்டைப் பிரயோகித்தோ அல்லது வேறு வழியாகவோ, துணிக்கை O விற்கு கீழே $a\left(1+\frac{2mg}{\lambda}\right)$ ஆழத்தில் கணநிலை ஓய்விற்கு வருமெனக் காட்டுக. துணிக்கை O விற்குக் கீழே $a\left(1+\frac{mg}{\lambda}\right)$ ஆழத்திலுள்ள புள்ளி குறித்து எளிய இசை இயக்கத்தை ஆற்றுகின்றதெனவும் காட்டுக.

10. 2ℓ இயற்கை நீளமும், mg மீள்தன்மை மட்டும் கொண்ட மீள்தன்மை இழையொன்றின் நடுப்புள்ளி O விற்கு m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழையின் நுனிகள் ஒப்பமான கிடைமேசை ஒன்றின் மீது $2d$ இடைத் தூரத்திலுள்ள இரு நிலைத்த புள்ளிகள் A, B இற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளன. துணிக்கையானது O விலிருந்து $C\,(<d-\ell)$ தூரம் B ஐ நோக்கி இழுக்கப்பட்டு விடுவிக்கப்படுகின்றது. இழையின் நீளத்தின் ஒவ்வொரு மீற்றரிலும் 1Kg இற்குச் சமனான விசை 0.1 மீற்றர் நீட்சியை ஏற்படுத்துமெனத்

www.aswarphysics.weebly.com

தரப்படின், தொடரும் இயக்கத்தில் துணிக்கை எளிய இசை இயக்கத்தை ஆற்றுமெனக் காட்டி, அலைவுகாலம் $\pi\sqrt{\frac{m\ell}{5g}}$ எனக் காட்டுக.

11. m திணிவுடைய P என்னுமொரு துணிக்கை, 2ℓ இயற்கை நீளமும் mg மீள்தன்மைமட்டும் கொண்ட இழையொன்றின் நடுப்புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழையின் முனைகள் A,B என்பன ஓர் ஒப்பமான கிடைமேசையில் 4ℓ இடைத்தூரத்திலுள்ள இரு புள்ளிகளுக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளன. தொடக்கத்தில் துணிக்கை P ஆனது, கோடு AB ல் $AP = 3\ell$ ஆகுமாறு உள்ள புள்ளியில் ஓய்வில் பிடிக்கப்பட்டு விடப்படுகிறது. துணிக்கையானது $AP = 2\ell + x$ ஆகுமாறுள்ள புள்ளியில் இருக்கையில் இழையில் மீள்தன்மை அழுத்த சக்தி நட்டம் $\frac{mg(\ell^2 - x^2)}{\ell}$ எனக் காட்டுக. P யின் வேகம், ஆர்முடுகல் என்பவற்றிக்கான கோவைகளை ℓ, g, x இல் காண்க. AB யின் நடுப்புள்ளியை, P அடைய எடுத்த நேரத்தையும் காண்க.

12. இலேசான மீள்தன்மை இழையொன்றின் ஒரு முனை A என்னும் நிலையான புள்ளிக்கு நிலைப்படுத்தப்பட்டு, மறு முனையில் m திணிவுடைய துணிக்கை இணைக்கப்பட்டு இழை நிலைக்குத்தாகத் தொங்குகிறது. சமநிலைத் தானத்தில் இழையின் நீட்சி a ஆகும். இப்பொழுது இழையின் நடுப்புள்ளிக்குத் திணிவு இணைக்கப்பட்டு இழையின் இருமுனைகளும் A இற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது.

இப்பொழுது இழையின் மொத்த நீட்சி $\frac{a}{2}$ எனக் காட்டுக.

சமநிலைத்தானத்திற்கு கீழே $\frac{a}{4}$ தூரம் துணிக்கை இழுக்கப்பட்டு ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. $\frac{1}{8}a$ தூரம் துணிக்கை இயங்க எடுத்த நேரம் $\frac{\pi}{6}\sqrt{\frac{a}{g}}$ எனக் காட்டுக.

13. ஒப்பமான கிடை மேசை ஒன்றிலுள்ள m திணிவுடைய P என்னுமொரு துணிக்கை, முறையே $3a, 2a$ இயற்கை நீளங்களையும் $\lambda, 2\lambda$ மீள்தன்மை மட்டும் உடைய இரு இலேசான மீள்தன்மை இழைகளுக்கு இணைக்கப்பட்டு, இழையின் மறுமுனைகள் மேசையிலுள்ள S,T என்னும் இரு நிலையான புள்ளிகளுக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளன. $ST = 7a$ எனின், துணிக்கை சமநிலையிருக்கும் போது $SP = \frac{9a}{2}$ எனக் காட்டுக.

கோடு ST இல், $SP = 5a$ ஆகுமாறு துணிக்கை பிடிக்கப்பட்டு, ஓய்விலிருந்து விடப்படுகிறது. தொடரும் இயக்கத்தில் துணிக்கையானது, $\pi\sqrt{\frac{3ma}{\lambda}}$ அலைவு காலத்தையுடைய எளிய இசை இயக்கத்தை ஆற்றுகின்றதெனக் காட்டுக. இயக்கத்தின் போது துணிக்கையின் அதியுயர் கதியைக் காண்க.

8(b)

1. ℓ இயற்கை நீளமும், $4mg$ மீள்தன்மை கொண்ட இழையொன்றின் ஒரு முனைக்கு m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டு, மறுமுனை O என்னும் நிலையான புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை O வில் ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. தொடரும் இயக்கத்தில் இழையின் உயர்நீளம் 2ℓ எனக்காட்டி, இழை இறுக்கமாக இருக்கும் காலம் $(\pi - \alpha)\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ என நிறுவுக. இங்கு கூர்ங்கோணம் α, $\tan\alpha = 2\sqrt{2}$ என்பதால் தரப்படுகிறது.

2. ஒப்பமான கிடை மேசையிலுள்ள O எனும் புள்ளிக்கு, a இயற்கை நீளமும் mg மீள்தன்மைமட்டும் உடைய இழையின் ஒருமுனை இணைக்கப்பட்டு, மறுமுனைக்கு m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. தொடக்கத்தில் துணிக்கையானது மேசைமீது O விலிருந்து $(a + b)$ தூரத்தில் ஓய்வில் பிடிக்கப்பட்டு விடுவிக்கப்படுகின்றது. துணிக்கை $\left(\frac{\pi}{2} + \frac{a}{b}\right)\sqrt{\frac{a}{g}}$ நேரத்தின் பின்னர் O வை அடையும் எனக் காட்டுக.

3. $\frac{a}{2}$ இயற்கை நீளமும், mg மீள்தன்மை மட்டும் உடைய மீள்தன்மை இழை ஒன்றின் ஒரு முனை, நிலையான புள்ளி A யிற்கு இணைக்கப்பட்டு இழையின் மறுமுனைக்கு m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இதே போன்ற இரண்டாம் இழை ஒன்றின் ஒரு முனை இத்துணிக்கைக்கு இணைக்கப்பட்டு, இழையின் மறுமுனை A யிற்கு நிலைக்குத்தாக கீழே $2a$ தூரத்தில் உள்ள B எனும் புள்ளியுடன் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. சமநிலைத்தானத்தில், A இற்குக் கீழே துணிக்கையின் ஆழம் $\frac{5a}{4}$ எனக்காட்டுக. சமநிலைத்தானம் O விலிருந்து துணிக்கையானது நிலைக்குத்தாகக் கீழ்நோக்கி $\sqrt{\frac{ga}{3}}$ கதியுடன் எறியப்படுகிறது. எறியப்பட்டு $\frac{\pi}{6}\sqrt{\frac{g}{a}}$ நேரத்தின் பின்னர் கீழே உள்ள இழை தொய்யும் எனக் காட்டுக.

4. m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று a இயற்கை நீளமும், mg மீள்தன்மை மட்டும் கொண்ட இழையொன்றின் முனைக்கு இணைக்கப்பட்டு, மறுமுனை O என்னும் நிலையான புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கையானது O விற்கு நிலைக்குத்தாக கீழே $(2+\sqrt{5})a$ தூரத்தில் ஓய்வில் பிடிக்கப்பட்டு விடுவிக்கப்படுகிறது. துணிக்கை O விற்கு மேலே a உயரம் வரை எழும்புமெனக்காட்டி, அது முதற்தடவையாக தன் ஆரம்ப புள்ளிக்குத் திரும்பி

www.aswarphysics.weebly.com

வர எடுக்கும் நேரம் $(2\pi - 2\beta + 4)\sqrt{\frac{a}{g}}$ எனக் காட்டுக. இங்கு $\cos\beta = \frac{1}{\sqrt{5}}$ ஆகும்.

5. ℓ இயற்கை நீளமும், $mn^2\ell$ மீள் தன்மை மட்டும் உடைய இலேசான சுருள் வில் AB யின் முனை B யிற்கு m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இச் சுருள்வில் ஓர் ஒப்பமான கிடைமேசை மீது வைக்கப்பட்டு முனை A நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை மேசை வழியே AB யின் திசையில் u என்னும் வேகத்துடன் எறியப்படுகிறது. இங்கு $u < n\ell$ ஆகும். துணிக்கை b தூரம் அசைந்ததும் $3m$ திணிவுடைய C என்னும் இன்னொரு துணிக்கையுடன் மோதுகின்றது. இரு துணிக்கைகளும் மோதுகையினால் ஒன்று சேர்கின்றன. ஆரம்ப இயக்கத்தின் வீச்சம் a ஆகவும், புதிய வீச்சம் a_1 ஆகவுமிருப்பின், $4a_1^2 = a^2 + 3b^2$ என காட்டுக.

6. $2a$ இயற்கை நீளமும் λ மீள்தன்மைமட்டும் உடைய இலேசான மீள்தன்மை இழை ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசை மீது $4a$ இடைத்தூரத்திலுள்ள இருபுள்ளிகளுக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழையின் நடுப்புள்ளிக்கு m திணிவுடைய துணிக்கை இணைக்கப்பட்டு, சமநிலைத்தானத்திலிருந்து இழையின் வழியே $\frac{3a}{2}$ தூரம் இழுக்கப்பட்டு விடுவிக்கப்படுகிறது. இயக்கத்தை விபரித்து ஒரு பூரண அலைவுக்கான காலம் $4\sqrt{\frac{ma}{\lambda}}\left\{\frac{1}{\sqrt{2}}\tan^{-1}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)\right\}$ எனக் காட்டுக.

7. மீள்தன்மை இழை ஒன்றின் ஒரு முனைக்கு m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டு, இழையானது நிலையான புள்ளியிலிருந்து புவியீர்ப்பின் கீழ் தொங்குகின்றது. இழையின் இயற்கை நீளம் a எனவும், மீள்தன்மை மட்டு λ எனவும்கொண்டு சிறிய நிலைக்குத்து அலைவுகளுக்கான காலம் $2\pi\sqrt{\frac{am}{\lambda}}$ எனக் காட்டுக. இப்பொழுது துணிக்கை இழையின் நடுப்புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டு இழையின் இரு நுனிகளும் நிலைக்குத்துக் கோடொன்றிலுள்ள இரு புள்ளிகளுக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளன. சமநிலைத்தானத்தில் இழையின் இரு பாகங்களும் இறுக்கமாக உள்ளன. துணிக்கை நிலைக்குத்தாக சிறிது இடம் பெயர்க்கப்பட்டால் துணிக்கை $\pi\sqrt{\frac{am}{\lambda}}$ காலத்தையுடைய எளிய இசை இயக்கத்தை ஆற்றும் எனக் காட்டுக.

8. m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று a நீளமும் λ மீள்தன்மை மட்டும் உடைய மீள்தன்மை இழை ஒன்றின் ஒரு முனைக்கு இணைக்கப்பட்டு, இழையின் மறுமுனை கரடான கிடை மேசையிலுள்ள O என்னும் புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கைக்கும், மேசைக்குமிடையேயான உராய்வு விசை $k\lambda$ இற்குச் சமமாகும். இங்கு $\frac{1}{2} < k < 1$ ஆகும். துணிக்கை, மேசையின் மீது O விலிருந்து $2a$ தூரம் இழுக்கப்பட்டு ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. துணிக்கையானது $\pi\left(\frac{am}{\lambda}\right)^{\frac{1}{2}}$ நேரத்தின் பின்னர், O விலிருந்து $2ka$ தூரத்தில் ஓய்வுக்கு வருமெனக் காட்டுக.

9. m திணிவுடைய துணிக்கை P ஆனது, கரடான கிடை மேசை மீதுள்ள A என்னும் புள்ளியில் ஓய்விலுள்ளது. இத் துணிக்கை mg மீள்தன்மை மட்டும் a இயற்கை நீளமுடைய மீள்தன்மை ஒன்றிற்கு இணைக்கப்பட்டு, இழையின் மறுமுனை மேசை மீதுள்ள C என்னும் புள்ளிக்கு நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. $CA = a$ ஆகும். P யிற்கும் மேசைக்குமிடையேயான உராய்வுக்குணகம் $\frac{1}{2}$ ஆகும். துணிக்கை P யானது , CA வழியே கதி u வுடன் எறியப்படுகிறது தொடரும் இயக்கத்தில் முதலில் CA யின் நடுப்புள்ளியை மையமாகக் கொண எளிய இசை இயக்கத்தை ஆற்றுமெனக் காட்டுக. A யிலிருந்து C தூரத்தில் P ஓய்வுக்கு வருமெனக் காட்டுக. இங்கு $c = \left(\frac{a^2}{4} + \frac{au^2}{g}\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{a}{2}$ ஆகும்.

மேலும் நடைபெறும் இயக்கத்தை விபரிக்க. $\frac{1}{2}a < c < a$ எனின், துணிக்கையின் அடுத்த இயக்கம் இன்னோர் எளிய இசை இயக்கத்தின் ஒரு பகுதியாகுமெனக் காட்டி A யிலிருந்து (a-c) தூரத்தில் துணிக்கை நிரந்தரமாக ஓய்வுக்கு வருமென நிறுவுக.

10. A, B என்னுமிரு புள்ளிகள் ஒப்பமான கிடை மேசை ஒன்றின் மேல் 8ℓ இடைத்தூரத்திலுள்ளன. A யிற்கும் B யிற்குமிடையிலுள்ள m என்னும் துணிக்கை ஒன்று 2ℓ இயற்கை நீளமும் λ மீள்தன்மை மட்டும் உடைய இலேசான இழையினால் A யிற்கும், 3ℓ இயற்கை நீளமும் 4λ மீள்தன்மை மட்டும் உடைய இலேசான இன்னோர் மீள்தன்மை இழையினால் B இற்கும் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. AB யின் நடுப்புள்ளி M ஆகவும், B யிற்கும் M இற்குமிடையிலுள்ள புள்ளி O வில் துணிக்கை சமநிலையிலுமிருப்பின் $MO = \frac{2\ell}{11}$ என நிறுவுக. துணிக்கை M இல் பிடிக்கப்பட்டுப் பின்னர் விடுவிக்கப்பட்டால், அது எளிய இசை இயக்கத்தில் இயங்குமெனக் காட்டி, அலைவு காலத்தைக்

www.aswarphysics.weebly.com

காண்க. துணிக்கை M இலிருந்து $\frac{3\ell}{11}$ தூரத்திலுள்ள C என்னும் புள்ளியிலிருக்கையில், அது B ஐ நோக்கி இயங்குகையில், கதியைக் காண்க.

11. இயற்கை நீளம் a உம் மீள்தன்மைமட்டு λ உம் உடைய ஒரு மீள்தன்மை இழையின் ஒரு நுனி ஒரு நிலைத்தபுள்ளி A உடன் இணைக்கப்பட்டு, மற்றைய நுனியில் ஒரு பாரமான m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று கட்டப்பட்டுள்ளது. இத்துணிக்கை A ல் பிடிக்கப்பட்டு ஓய்விலிருந்து புவியீர்ப்பின் கீழ் விழவிடப்படுகிறது.

இழை நீட்சியடைந்திருக்கும் காலம். $\dfrac{2\left[\pi - \tan^{-1}\left(\frac{2\lambda}{mg}\right)^{\frac{1}{2}}\right]}{\left(\frac{\lambda}{ma}\right)^{\frac{1}{2}}}$ எனக் காட்டுக.

12. ஒரு துணிக்கை ஒரு நிலைத்த புள்ளியிலிருந்து ஓர் இலேசான மீள்தன்மையிழை மூலம் தொங்குகிறது. நிலைக்குத்தலைவுகளின் காலம் $(\ell - \ell_o)$ நீளமுள்ளதொரு எளிய ஊசலினதற்கு சமமெனக் காட்டுக. இங்கு ℓ சமநிலையில் நீளமும், ℓ_o இயற்கை நீளமும் ஆகும். அலைவுகளின் வீச்சம் $\ell - \ell_o$ ஆயின், துணிக்கை அதன் பாதையின் அதி தாழ் புள்ளியிலிருக்கும் போது, அதற்கு வேகம் u தரும் கீழ்முக அடி ஒன்று தரப்படின், புதிய பாதையின் அதி தாழ் புள்ளியிலிருந்து அதியுயர் புள்ளிக்குச் செல்வதற்கான நேரம்

$$\frac{u}{g} + \sqrt{\frac{\ell-\ell_o}{g}}\left[\pi - \tan^{-1}\left(\frac{u}{\sqrt{g(\ell-\ell_o)}}\right)\right]$$ எனக் காட்டுக.

13. m_1, m_2, kg கொண்ட இரு திணிவுகள் ஒரு ஒப்பமான கப்பி மீது செல்லும் இலேசான மீள்தன்மை இழையினால் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. P நியூட்டன் இழுவைக்கு இழையில் $1m$ நீட்சி ஏற்படும். இழையின் இரு பக்கங்களும் நிலைக்குத்தாகவும், மட்டுமட்டாகத் தொய்வாகவும் இருக்குமாறு திணிவுகள் தாங்கப்பட்டுள்ளன. திணிவு m_1 பின்னர் விடுவிக்கப்படுகிறது. திணிவு m_2 ஆனது,

m_1 விடுவிக்கப்பட்டு $\sqrt{\frac{m_1}{P}}\cos^{-1}\left(1-\frac{m_2}{m_1}\right)$ நேரத்தின் பின்னர் இயங்கத் தொடங்குமென நிறுவுக.

14. மீள்தன்மை இழையொன்றின் ஒரு முனை நிலையான புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டு மறுமுனையில் பாரமான ஒரு துணிக்கை இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை சமநிலையில் தொங்கும் போது இழையில் ஏற்பட்ட நீட்சி ஆகும். சமநிலையில்

துணிக்கை இருக்கும் போது, அதற்கு நிலைக்குத்தாக மேல் நோக்கி $2\sqrt{gd}$ எனும் வேகம் கொடுக்கப்பட்டது. $\frac{\pi}{6\omega}$ நேரத்தின் பின் இழை தொய்யுமெனவும் $\frac{2\sqrt{3}}{\omega}$ நேரத்திற்கு இழை தொய்வாக இருக்குமெனவும் காட்டி, துணிக்கை மிகத் தாழ்ந்த புள்ளியை முதலில் $\left(2\sqrt{3}+\frac{5\pi}{6}\right)\frac{1}{\omega}$ என்னும் மொத்த நேரத்தின் பின்னர் அடையும் எனக் காட்டுக. இங்கு $\omega^2 = \frac{g}{d}$

15. $m, 4m$ திணிவுடைய இரு துணிக்கைகள் a இயற்கை நீளமும், λ மீள்தன்மை மட்டும் கொண்ட இழையொன்றினால் இணைக்கப்பட்டு ஒப்பமான கிடை மேசையொன்றின் மேல் a இடைத் தூரத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ளன. இழையின் வழியே ஒவ்வொரு துணிக்கைக்கும், எதிர் திசைகளில் I எனும் கணத்தாக்கு, ஒரே நேரத்தில், இழைநீட்சியடையுமாறு கொடுக்கப்படுகிறது. தொடரும் இயக்கத்தில் $\pi\sqrt{\frac{ma}{5\lambda}}$ நேரத்தில் இழை அதி உயர் நீட்சியை அடையுமெனக் காட்டி, இழையின் அதியுயர் நீளத்தைக் காண்க.

16. ஒவ்வொன்றும் m திணிவுடைய இரு துணிக்கைகள், a இயற்கை நீளமும் mg மீள்தன்மை மட்டும் உடைய இலேசான மீள்தன்மை இழையொன்றினால் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. இழையின் நீளம் $3a$ ஆகுமாறு துணிக்கைகள் இழுக்கப்பட்டுத் துணிக்கைகள் ஒப்பமான கிடைமேசை ஒன்றின் மீது ஓய்விலிருந்து ஒரே நேரத்தில் விடப்படுகின்றன. துணிக்கைகள் எவ்வளவு நேரத்தின் பின்னர் ஒன்றோடொன்று மோதும் எனக் காண்க.

17. ஒவ்வொன்றும் m திணிவுடைய இரு துணிக்கைகள் A, B என்பன a இயற்கை நீளமும் $\frac{ma\omega^2}{2}$ மீள்தன்மை மட்டும் உடைய இலேசான மீள்தன்மை இழையொன்றினால் இணைக்கப்பட்டு, ஒப்பமான கிடைமேசையொன்றின் மேல் a இடைத்தூரத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ளன. A ஓய்வில் பிடிக்கப்பட்டு B ஆனது, AB யின் திசையில் $\sqrt{\frac{3}{2}}a\omega$ என்னும் கதியுடன் எறியப்படுகிறது. இழையின் நீளம் $2a$ ஆகும் போது B இன் கதி $a\omega$ எனக் காட்டுக.
இக்கணத்தில் A விடுவிக்கப்படுகிறது. தொடக்கத்தில் A, B யின் சமநிலைத் தானங்களிலிருந்து அவற்றின் இடப் பெயர்ச்சிகள் முறையே x, y எனின், தொடரும் இயக்கத்தில் துணிக்கைகளின் இயக்கச் சமன்பாடுகளை எழுதுக.

www.aswarphysics.weebly.com

A விடுவிக்கப்பட்டு t நேரத்தின் பின் இழையின் நீளம் $a(1+\cos\omega t+\sin\omega t)$ என உய்த்தறிக.

இழை முதலாவதாக, $t=\frac{3\pi}{4\omega}$ ஆகும் போது, இழை தொய்யும் எனவும்;

$t=\frac{3\pi}{4\omega}+\frac{1}{\omega\sqrt{2}}$ ஆகும் போது, துணிக்கைகள் மோதும் எனவும் காட்டுக.

18. ஒவ்வொன்றும் m திணிவுடைய இரு துணிக்கைகள் A, B என்பன a இயற்கை நீளமுள்ள மீள்தன்மை இழையொன்றினால் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. A ஓய்வில் பிடிக்கப்பட்டு A யினூடான நிலைக்குத்துக் கோட்டிலே, புவியீர்ப்பின் கீழ் B எளிய இசை இயக்கத்தை ஆற்றுகிறது. இதற்கான அலைவு காலம் T ஆகும். இப்பொழுது துணிக்கைகள் ஒரு ஒப்பமான கிடை மேசை மீது $(a+b)$ இடைத்தூரத்தில் பிடிக்கப்பட்டு ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றன. துணிக்கைகள் $\left(\frac{1}{4}+\frac{a}{2\pi b}\right)\frac{T}{\sqrt{2}}$ நேரத்தின் பின் மோதுமெனக் காட்டுக.

19. ஒவ்வொன்றும் m திணிவுடைய இரு பூரண மீள்தன்மையுடைய சிறிய கோளவடிவ துணிக்கைகள் இரண்டு $\mu m\times$ (அவற்றிக்கிடையேயான தூரம்) பருமனுள்ள விசையினால் ஒன்றை ஒன்று கவர்கின்றன. இக்கவர்ச்சி விசையின் கீழ் அவை இயங்குகின்றன. ஆரம்பத்தில் அத்துணிக்கைகள் a இடைத்தூரத்தில் ஓய்விலிருந்து இயங்க ஆரம்பிக்கின்றன. அடுத்தடுத்த மோதல்களுக்கிடையேயான நேர இடைவெளியையும், துணிக்கைகள் அடைந்த உயர் வேகங்களையும் காண்க.

20. m_1, m_2 திணிவுகளையுடைய இருதுணிக்கைகள் A,B என்பன a இயற்கை நீளமும் மீள்தன்மை மட்டும் λ உம் உடைய ஒரு இலேசான மீள்தன்மை இழையினால் இணைக்கப்பட்டு ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசையின் மீது a இடைத்தூரத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ளன. துணிக்கை B இற்கு AB யின் திசையில் m_2V என்னும் கணத்தாக்கு கொடுக்கப்பட்டது. கணத்தாக்கு கொடுக்கப்பட்டு t நேரத்தின் பின் இழையின் நீளம் $\frac{na+V\sin nt}{n}$ ஆகுமெனக் காட்டுக.

இங்கு $t<\frac{\pi}{n}$ உம் $n^2=\frac{\lambda(m_1+m_2)}{a\,m_1 m_2}$ உம் ஆகும். இழை மீண்டும் தொய்யும் கணத்தில் A,B என்பவற்றின் வேகங்களையும், A ஆரம்பத் தானத்திலிருந்து இயங்கிய தூரத்தையும் காண்க.

21. ஒவ்வொன்றும் M திணிவுடைய இரு துணிக்கைகள் ஒப்பமான நிலைத்த கப்பியொன்றின் மேலாகச் செல்லும் இலேசான நீளா இழையொன்றின் அழுனைகளுக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளன. இத் துணிக்கைகளில் ஒன்றிற்கு இணைக்கப்பட்ட இலேசான மீள்தன்மை இழையொன்றிலிருந்து m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று தொங்குகின்றது. இத்தொகுதி சமநிலையில் பிடிக்கப்பட்டு விடுவிக்கப்படுகிறது. m திணிவின் இயக்கமானது, அது இணைக்கப்பட்டிருக்கும் துணிக்கை M தொடர்பாக $\frac{mx_0}{2M+m}$ வீச்சத்தைக் கொண்ட எளிய இசை இயக்கத்தை ஆற்றுமென நிறுவுக. இங்கு x_0 தொகுதி சமநிலையில் பிடிக்கப்பட்ட போது மீள்தன்மை இழையில் ஏற்பட்ட நீட்சியும், $2M\geq m$ உம் ஆகும். $2M<m$ எனின், இயக்கத்தை சுருக்கமாக விபரிக்குக.

22. இயற்கை நீளம் a யும் மீள்தன்மை மட்டு $2mg$ உம் உடைய மீள்தன்மை இழையொன்றின் ஒரு முனை ஒப்பமான கிடைமேசையிலுள்ள O என்னும் ஒரு நிலையான புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டு, மறுமுனையில் m திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை P இணைக்கப்பட்டுள்ளது. மேசையின் ஓரத்திலிருந்து புள்ளி O இன் தூரம் $2a$ இலும் பெரிதானதாகும். நீளா இழை PQ ஆனது, துணிக்கை P இற்கு இணைக்கப்பட்டு, இழை மேசை ஓரத்திற்கு மேலாகச் சென்று மறுமுனை Q வில் m திணிவுடைய துணிக்கை இணைக்கப்பட்டுள்ளது. . தொடக்கத்தில் OP உம் மேசைமீதுள்ள PQ இன் பகுதியும் ஒரே நேர்கோட்டில் மேசையின் ஓரத்திற்குச் செங்குத்தாயுள்ளது. $OP=a$ ஆக உள்ளபோது, தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. தொடரும் இயக்கத்தில் நேரம் t இல் O விலிருந்து P யின் தூரம் $a\left[1+\sin^2\frac{t}{2}\sqrt{\frac{g}{a}}\right]$ எனக் காட்டுக.

23. M திணிவுடைய ஒரு கரடான துணிக்கை A உம், m திணிவுடைய ஒப்பமான துணிக்கை B உம் இயற்கை நீளம் a உம் மீள்தன்மை மட்டு λ உம் உடைய மீள்தன்மை இழையொன்றினால் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. துணிக்கைகள் கிடைமேசையொன்றில் ஓய்விலுள்ளன. A இற்கும், மேசைக்குமிடையேயான உராய்வுக் குணகம் μ. ஒரு இலேசான நீளா இழை B இற்கு இணைக்கப்பட்டு மேசையின் ஓரத்திலுள்ள ஒப்பமான கப்பியின் மேலாகச் சென்று மறுமுனையில் m திணிவைத் தாங்குகிறது. B ஆனது, A இற்கும் கப்பிக்குமிடையில் நேர்கோட்டில் இருக்குமாறும் மீள்தன்மை இழை மட்டாக இறுக்கமாக இருக்குமாறும் B பிடிக்கப்பட்டுத் தொகுதி ஓய்விலுள்ளது. B விடுவிக்கப்பட்ட பின்னர், அது மேசையைவிட்டு நீங்காதெனக் கொண்டு, $\mu>\frac{2m}{M}$ எனின், A இயங்காதெனக் காட்டுக. இவ்வகையில் B இன் அலைவுகளுக்கான வீச்சத்தையும் காலத்தையும் காண்க.

$\mu<\frac{2m}{M}$ எனின், $\sqrt{\frac{2am}{\lambda}}\cos^{-1}\left(\frac{m-\mu M}{m}\right)$ நேரத்தின் பின் A இயங்கத் தொடங்கும் எனக் காட்டுக.

www.aswaphysics.weebly.com

24. ஒரே கிடைமட்டத்தில் $2a$ இடைத்தூரத்திலுள்ள இரு ஒப்பமான சிறிய கப்பிகளின் மேலாகச் செல்லும் இழையொன்றின் இரு நுனிகளிலும் ஒவ்வொன்றும் m திணிவுடைய துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. அதே m திணிவுடைய சிறிய வளையத்தினூடு இவ்விழை செல்கிறது. வளையம் கப்பிகளுக்கிடையிலுள்ள இழையின் பகுதியிலுள்ளது. சமச்சீரான சமநிலைத்தானம் ஒன்று உண்டெனவும்,

இந்நிலையில் கப்பிகளுக்கிடையிலுள்ள இழையின் பகுதிகள் கிடையுடன் $\frac{\pi}{6}$

கோணத்தில் சாய்ந்திருக்குமெனவும் நிறுவுக.
இச்சமநிலைத் தானம் பற்றி வளையத்தின் நிலைக்குத்து அலைவுகளுக்குரிய

அலைவுகாலம் $\frac{2\pi}{n}$ எனக் காட்டுக. இங்கு $n^4 = \frac{3g^2}{4a^2}$ ஆகும்.

25. ABC எனும் மூன்று புள்ளிகள் நிலைக்குத்துத்தளம் ஒன்றிலே $2a$ பக்கமுடைய சமபக்க முக்கோணி ஒன்றின் உச்சிகளில் அமைந்துள்ளன. A மேலாகவும் BC

கிடையாகவும் உள்ளது. $\frac{a}{\sqrt{3}}$ இயற்கை நீளமுடைய மூன்று இலேசான

மீள்தன்மை இழைகளினால் துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டு இழையின் மறுமுனைகள் A, B, C ஆகிய புள்ளிகளுக்கு தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. துணிக்கை, முக்கோணியின் மையத்தில் சமநிலையில் உள்ளது. A யிற்கு தொடுக்கப்பட்டுள்ள இழையின் மீள்தன்மை மட்டு துணிக்கையின் நிறையின் இருமடங்கெனின் மற்றய இழைகளின் மீள்தன்மை மட்டுக்களைக் காண்க.

துணிக்கையின் சிறிய நிலைக்குத்து அலைவுகளுக்கான காலம் $\frac{4a}{13\sqrt{3}}$

நீளத்தையுடைய எளிய ஊசலொன்றினதற்கு சமமாகுமெனக் காட்டுக.

26. இயற்கை நீளம் 2ℓ ஐ உடைய இலேசான மீள்தன்மை இழை ஒன்றின் நுனிகள் ஒரே கிடைமட்டத்தில் $2b$ இடைத்தூரத்திலுள்ள இரு புள்ளிகள் A, B என்பவற்றிக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளன. இழையின் நடுப்புள்ளிக்கு துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. சமநிலையில் AB யின் கீழ் துணிக்கையின் ஆழம் a ஆகும். சமநிலைத்தானத்திலிருந்து துணிக்கை நிலைக்குத்தாக கீழ்நோக்கி சிறிது தூரம் இழுக்கப்பட்டு விடுவிக்கப்பட்டால் விளையும் இயக்கத்தின்

காலம் $\frac{2\pi}{n}$ ஆகுமெனக் காட்டுக. இங்கு, $n^2\left(1-\frac{1}{c}\right) = \frac{g}{a}\left(1-\frac{b^2}{c^2}\frac{\ell}{c}\right)$ உம்

$c = \sqrt{a^2 + b^2}$ உம் ஆகும்.

7. மூலைவிட்டம் ஒன்றின் நீளம் d ஆக உடைய கிடையான சதுரம் ஒன்றின் மையத்திலுள்ள m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று, சதுரத்தின் நான்கு உச்சிகளுடனும் ஒவ்வொன்றும் ℓ இயற்கை நீளமும், மீள்தன்மை மட்டு λ

உம் கொண்ட இழைகளினால் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. $d > 2\ell$ ஆக இருக்க துணிக்கையானது. சதுரத்தின் உச்சிகளில் ஒன்றின் திசையில் சிறிது இடம் பெயர்க்கப்பட்டு விடுவிக்கப்பட்டால் சதுரத்தின் மையம் பற்றி சிறிய

அலைவுகளுக்கான காலம் $\pi\left\{\frac{md\ell}{\lambda(d-\ell)}\right\}^{\frac{1}{2}}$ எனக் காட்டுக.

28. πa நீளமுடைய ஒப்பமான குழாய் AB ஆனது, a ஆரையும் மையம் C யும் கொண்ட அரைவட்டவடிவில் வளைக்கப்பட்டுள்ளது. வட்டத்தின் விட்டம் AB கிடையாகவும் குழாயின் நடுப்புள்ளி O மேலாகவும் இருக்குமாறு குழாயானது நிலைக்குத்துத் தளமொன்றில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. m திணிவுடைய துணிக்கை P குழாயினுள் வைக்கப்பட்டு இரு இலேசான மீள்தன்மை இழைகளினால் முறையே A இற்கும் B இற்கும் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழைகள் குழாயினுள்ளே கிடக்கின்றன. ஒவ்வொன்றினதும் மீள்தன்மை மட்டு λ உம் இயற்கை நீளம் b ம் ஆகும். தொடக்கத்தில் துணிக்கை O வில் சமநிலையில் உள்ளபோது அதற்கு கிடையாக கணத்தாக்கு ஒன்று கொடுக்கப்படுகிறது. தொடரும் இயக்கத்தில் இழைகள் இறுக்கமாகவும் கோணம் PCO இன் உயர்வுப் பெறுமானம் β ஆகவும் உள்ளது. கோணம் PCO ஐ θ எனக் கொண்டு, துணிக்கையின் இயக்கச் சமன்பாடுகளை எழுதி, சக்திச்சமன்பாட்டை உய்த்தறிக. குழாய்க்கும் துணிக்கைக்கும் இடையேயான மறுதாக்கம்

$mg(3\cos\theta - 2\cos\beta) - \frac{2a\lambda}{b}(\beta^2 - \theta^2)$ எனக் காட்டுக.

ஆரம்பக் கணத்தாக்கு சிறிதாகவும் $2a\lambda > mg\ell$ எனவும் இருப்பின் இயக்கம் அண்ணளவாக எளிமை இசை இயக்கமெனக் காட்டி காலத்தைக் காண்க.

29. மீள்தன்மை மட்டு λ உம் இயற்கை நீளம் $2a$ உம் கொண்ட மீள்தன்மை இழையொன்றின் முனைகள, ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசையின் மீது $2b$ இடைத்தூரத்திலுள்ள A, B என்னுமிரு புள்ளிகளுக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளன. இங்கு $b > a$ m திணிவுடைய P என்னுமிரு துணிக்கை இழையின் நடுப்புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டு கிடையாக AB இற்கு செங்குத்தாக இழுக்கப்பட்டு விடுவிக்கப்படுகிறது. AB யிலிருந்து P இன் இடப்பெயர்ச்சி y ஆக இருக்கையில்

இழையிலுள்ள சக்தி $\frac{\lambda}{a}\left\{y^2 - 2a\sqrt{(b^2 + y^2)}\right\} +$ ஒருமை; எனக் காட்டுக. இச்

சக்திச் சமன்பாட்டை வகையிடுவதாலே அல்லது வேறுவழியாலோ துணிக்கையின்

ஆர்முடுகலை y இன் ஒரு சார்பாகக் காண்க. $\frac{y}{b}$ இன் வர்க்கமும், அதற்கு

மேற்பட்ட வலுக்களும் புறக்கணிக்கப்படின் இயக்கம் எளிய இசை இயக்கமெனக்

காட்டி அதன் காலம் $2\pi\sqrt{\frac{mab}{2\lambda(b-a)}}$ எனக் காட்டுக.

www.aswarphysics.weebly.com

8(c)

1. ஒரு நேர் கோட்டிலே துணிக்கையொன்று தன் ஆர்முடுகலானது, அக்கோட்டிலுள்ள O என்னும் நிலைத்த புள்ளியை நோக்கிய திசை கொண்டதாயும், ω என்பது ஒருமையாயிருக்க O விலிருந்து தன் தூரத்தின் ω^2 மடங்குக்குச் சமனானதாயும் இருக்குமாறு இயங்குகிறது. இயக்கம் அலைவானதெனவும், முற்றானவொரு அலைவின் காலம் $\frac{2\pi}{\omega}$ ஆகும் எனவும் காட்டுக.

அம் மாதிரியானவொரு துணிக்கை O விலிருந்து தன் தூரம் 14cm ஆயிருக்கையில் தன் கதி செக்கனுக்கு 96cm ஆகவும், O விலிருந்து தன் தூரம் 30cm ஆயிருக்கையில், தன் கதி செக்கனுக்கு 80cm ஆகவும் இருக்குமாறு இயங்குகிறது.

(i) முற்றானவொரு அலைவின் காலத்தையும், (ii) O விலிருந்து 40cm தூரத்தில் துணிக்கை இருக்கையில் அதன் கதியையும் காண்க.

(2) a என்னும் இயற்கை நீளத்தையுடைய இலேசான சுருள்வில்லொன்று அதன் கீழ்முனை நிலைப்படுத்தப்பட்டு நிலைக்குத்தாக நிற்கின்றது. m திணிவுடைய துணிக்கையொன்று வில்லின் மேல் முனையுடன் பொருத்தப்படும் போது, வில்லானது $\frac{a}{8}$ இனால் நெருக்கப்படுகிறது. இத்துணிக்கையானது சமநிலையிலிருக்கும் போது m திணிவுடைய இரண்டாவது துணிக்கை, முதலாவது துணிக்கைக்கு மேலே $\frac{3a}{8}$ உயரத்தில் ஓய்விலிருந்து விழவிடப்படுகிறது. மொத்தலின் போது இத்துணிக்கைகள் ஒன்று சேருமாயின் விளையும் இயக்கத்தின் அலைவு காலம், வீச்சம் என்பவற்றைக் காண்க.

3. O, A, B, C ஆகிய நான்கு நிலைத்த புள்ளிகள் ஒரு நேர்கோட்டிலிருக்கின்றன. $OA = AB = BC = a$ ஆகும்.

துண்டம் OA யில் P இருக்கும் போது $\ddot{x} = -\omega^2 x$

துண்டம் AB யில் P இருக்கும் போது $\ddot{x} = 0$

துண்டம் BC யில் P இருக்கும் போது $\ddot{x} = -\omega^2 a$ என ஆர்முடுகல் அமையும்வண்ணம் P என்னும் துணிக்கை நேர்கோட்டில் நகர்கிறது. இங்கு $x = OP$ உம் ω ஒருமையும் ஆகும். இத்துணிக்கை $\sqrt{3}\,a\omega$ வேகத்தோடு, $OABC$ இன் திசையாக O விலிருந்து எறியப்படுகிறது. C இல் உள்ள வேகம் பூச்சியம் எனக் காட்டுக.

துணிக்கை O ஐத் திரும்பி அடைய எடுத்த முழு நேரத்தையும் காண்க.

4. ஒப்பமான கிடைமேசையொன்றிலே ஒன்றுக்கொன்று $9a$ தூரத்திலுள்ள A, B என்னுமிரு புள்ளிகளுக்கிடையே $6a$ என்னும் இயற்கை நீளம் கொண்ட மீள்தன்மை இழையொன்று ஈர்க்கப்பட்டுள்ளது. இழையை முக்கூறிடுவதாய் A யிற்குக் கிட்டவுள்ள புள்ளியில் m திணிவுடைய துணிக்கையொன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. கோடு AB யிலே A யிலிருந்து a தூரத்திலுள்ள P என்னும் புள்ளிக்குத் துணிக்கை இடம் பெயர்க்கப்பட்டு, ஓய்விலிருந்து விடப்படுகிறது. கோடு AB யிலே A யிலிருந்து $\left(\frac{9+\sqrt{30}}{3}\right)a$ தூரத்திலுள்ள புள்ளியை அடையும் போது துணிக்கையானது கணநிலை ஓய்விற்கு வருமெனக் காட்டுக.

5. இயற்கை நீளம் ℓ உம் மீள்தன்மை மட்டு λ உம் உடைய ஒரு சுருள் வில்லின் முனைகளான A, B என்பவற்றில் முறையே m_1, m_2 எனும் திணிவுகள் கொண்ட இரு துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. A ஆனது ஓரிடத்தில் நிலையாக வைத்திருக்கப்பட்டபோது B ஆனது T_2 என்னும் அலைவுகாலத்துடன் அலைகிறது. B ஆனது ஓரிடத்தில் நிலையாக வைத்திருக்கப்பட்டால் $T_1 = T_2\sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$ இனால் தரப்படும். T_1 எனும் அலைவு காலத்துடன் A ஆனது அலையுமெனவுங் காட்டுக. துணிக்கைகள் இரண்டும் சுயாதீனமாக இயங்கத் தக்கனவாக இருக்கும் போது வில்லின் அலைவு காலத்தை காண்க.

6. M திணிவுடைய P என்னும் உடல் நேர்கோட்டிலசைகின்றது. அந்நேர்கோட்டிலுள்ள O என்னும் நிலைத்த புள்ளியிலிருந்து அதன் தூரமாகிய x என்பது $x = a\sin\omega t$ என்பதால் தரப்படுகிறது. இங்கு a, ω என்பன ஒருமைகள். P இன் மேலுள்ளவிசையைக் கண்டு விசை மையத்திலுள்ள வேகம் u ஆயின் வீச்சம் $a = \frac{u}{\omega}$ எனக் காட்டுக.

ஒரு புகையிரத நிலையத்தில் ஒரு நேரான கிடையான புகைவண்டிப் பாதை நிலையான நிலைக்குத்துச் சுவருக்கெதிராக முடிவடைகிறது. சுவர் பாதைக்கு செங்குத்தாக உள்ளது. நேர்வட்ட உருளைவடிவிலுள்ள இரண்டு வில் தாங்கிகள் பாதைக்குச் சற்று மேலே அவைகளின் அச்சு சுவருக்குச் செங்குத்தாக இருக்கும் படி சுவரிலே நிலையாகப் பொருத்தப்பட்டுள்ளன, தாங்கியின் சுயாதீன முனை சுவரிலிருந்து ℓ என்னும் தூரத்திலுள்ள இம்முனையை x என்னும் தூரத்திற்குத் தள்ளுவதற்கு தேவையான விசை λx ஆகும். இங்கு λ ஓர் ஒருமை. பாதை வழியே சுவரின் திசையில் V என்னும் ஒருமைக் கதியுடன் சுவரின் திசையில் செல்லும் M திணிவுடைய வண்டியொன்று தாங்கிகளை அடிக்கின்றது. $V < \ell\sqrt{\frac{\lambda}{2M}}$ எனின், வண்டி சுவருடன் மோதாதென்றும் அது தாங்கியுடன் $\pi\sqrt{\frac{M}{2\lambda}}$ என்னும் நேரத்திற்குத் தொடுகையில் இருக்குமெனவும் காட்டுக.

www.aswarphysics.weebly.com

7. ஒவ்வொன்றும் M திணிவும் $2h$ நீளமும் உள்ள இரு சமச்சீரான நேர் வட்ட உருளைகள், அவற்றினுடைய அச்சுகள் ஒரே நேர்கோட்டிலிருக்கத்தக்கதாக ஓர் அழுத்தமான கிடை மேசையின் மேல் வைக்கப்பட்டுள்ளன. உருளைகளினுடைய அச்சுக்கள் வழியே அழுத்தமான ஒடுங்கிய துவாரங்கள் துளைக்கப்பட்டுள்ளன. அச்சுக்களின் நடுப்புள்ளிகள் இயற்கை நீளம் $\ell(>2h)$ உடைய இலேசான விற்சுருளினால், ஒரு தாங்கி அமையத் தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. ஒவ்வொரு உருளையின் துவாரத்தினுள்ளும் சுருளின் h நீளம் இருக்கிறது. விற்சுருளை x தூரத்திற்கு சுருக்க அல்லது விரிக்க தேவையான விசை $\frac{Mgx}{\ell}$ ஆகும். தாங்கியினுடைய இரு உருளைகளும் அவற்றினுடைய சமநிலைகளிலிருந்து ஒன்றையொன்று நோக்கி u என்னும் ஒரே கதியுடன் தள்ளப்படுகின்றன.

(i) $u<(\ell-2h)\sqrt{\frac{g}{2\ell}}$ ஆயின், உருளைகள் ஒன்றோடொன்று மோதாது எனக் காட்டுக.

(ii) $u\geq(\ell-2h)\sqrt{\frac{g}{2\ell}}$ ஆயின்.உருளைகள் நிறைமீள் சக்தியுடையன வாயுமிருப்பின் தாங்கியின் அதிர்வு காலம்

$$\sqrt{\frac{2\ell}{g}}\left[\pi-\cos^{-1}\left\{\frac{(\ell-2h)}{u}\sqrt{\frac{g}{2\ell}}\right\}\right]$$ எனக் காட்டுக.

8. ஒரு நேர்த் தெருவில் சீரான வேகம் u உடன் ஒரு டாக்சி செல்கிறது. இந்த டாக்சி தெருவில் T என்னும் புள்ளியில் செல்லும் கணத்தில் அதற்கு முன்பாக d தூரத்திலுள்ள P என்னும் புள்ளியில் நிற்குமொரு பிரயாணி அதனை அழைக்கின்றான். PT இன் நீட்சியில் $OT:OP=m:n$ (m,n நேர் எண்கள், $m<n$) ஆகுமாறுள்ள புள்ளி O ஆகும். டாக்சியின் அமர்முடுகல் ω^2x ஆகுமாறு சாரதி தடுப்புக்களைப் பிரயோகிக்கின்றான். x, O விலிருந்து டாக்சியின் தூரமும் ω, ஒருமையும் ஆகும். டாக்சி P இல் ஓய்வுக்கு வருகிறது. ω இன் பெறுமானத்துக்கு ஒரு கோவையைப் பெற்று டாக்சி T இலிருந்து P இற்குச் செல்ல எடுத்த நேரம் $\frac{d}{u}\sqrt{\frac{n+m}{n-m}}\cos^{-1}\left(\frac{m}{n}\right)$ என நிறுவுக.

சாரதியின் திணிவு M ஆயின், அவனிற்தாக்கும் முழுக்கிடை விசையின் உச்சப் பெறுமானம் $\frac{u^2Mn}{(m+n)d}$ என நிறுவுக.

9. ஒவ்வொன்றும் m திணிவுடைய இரு சமதுணிக்கைகள், ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசையொன்னறின் மீது ஒன்றுக்கொன்று a தூரத்தில் கிடக்கின்றன.

அத் துணிக்கைகள் இலேசான இயற்கை நீளம் a உம் மீள்தன்மை மட்டு λ உம் உடைய இழையினால் தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அத் துணிக்கைகளில் ஒன்று ஓர் அடியினாலே அவ்விழையினது திசை வழியே மற்றைய துணிக்கைக்கு நேராய் அப்பால் வேகம் u உடன் இயக்கப்படுகிறது. பின்னர் வரும் இயக்கத்தில் திணிவு மையம் சீரான வேகம் $\frac{u}{2}$ உடன் ஒரு நேர்கோட்டை வரையுமெனக் காட்டுக. அத் திணிவுமையம் தொடர்பான இயக்கத்தை ஆராய்வதாலே அல்லது வேறு வழியாலோ அத்துணிக்கைகள் நேரம் $\pi\sqrt{\frac{ma}{2\lambda}}+\frac{a}{u}$ இற்குப் பின்னர் மோதுமெனக் காட்டுக.

10. m திணிவுள்ள ஒரு துணிக்கை A ஆனது, நீளம் a உம் மீள்தன்மைமட்டு mg உம் உடைய OA என்னும் ஒரு மீள்தன்மை இழையின் ஒரு முனையிலே தொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அவ்விழையின் மற்றைய முனை O ஆனது, ஒரு நிலைத்த புள்ளியிலே இணைக்கப்பட்டுள்ளது. அத்துணிக்கையானது அவ்விழை தளர்ந்திருக்குமாறு O விலே பிடிக்கப்பட்டு வேகம் V உடன் நிலைக்குத்தாக மேல் நோக்கி எறியப்படுகிறது. $V<\sqrt{2ga}$, $V>\sqrt{2ga}$ என்னும் வகைகளை வேறுபடுத்திப் பின்னர் வரும் இயக்கத்தைக் கவனமாக விளக்கிக் கூறுக.
$V=\sqrt{2ga}$ எனின், இயக்கக்காலத்தைத் துணிக.

11. m திணிவுடைய துணிக்கையொன்று ஒரு நேர்வரையில் அசைகிறது. அது t நேரத்தில் அந் நேர்கோட்டிலுள்ள O என்ற நிலைத்த புள்ளியிலிருந்து z என்ற தூரத்திலிருந்து $z=a\cos\omega t$ ஆகும். இங்கு a,ω என்பன ஒருமைகள் துணிக்கைமீது தாக்கும் விசை $m\omega^2z$ எனவும் அது O வை நோக்கியுள்ளன தெனவும் காட்டுக.
சேர்க்கஸ் அரங்கு ஒன்றில் ஒரு வித்தைக்காரன், AB என்னும் கயிற்றின் நடுப்புள்ளி P யில் நேராக நிற்கின்றன. P யிற்கு அருகில் உள்ள பகுதி கிடையாகவும் சமநிலைத்தானத்திலிருந்து வீச்சு a உம், அலைவுக்காலம் $\frac{2\pi}{\omega}$ ஆகவும் இருக்கும் எளிமை இசை இயக்கத்திலிருக்கும்படி கயிறு அசைக்கப்பட்டது. P சமநிலைத் தானத்திற்குமேலே Z உயரத்திலிருக்கும் போது வித்தைக்காரனுக்கும் கயிற்றுக்குமிடையேயுள்ள மறுதாக்கம் R ஐக் காண்க. $\omega>\sqrt{\frac{g}{a}}$ எனின். வித்தைக்காரன், கயிற்றினின்று தூக்கி வீசப்படுவான் எனக் காட்டுக.

www.aswarphysics.weebly.com

2. $f(t) = A\cos\omega t + B\sin\omega t$ என்பதால் தரப்பட்ட $f(t)$ என்னும் சார்பானது $\frac{d^2f}{dt^2} + \omega^2 f = 0$ என்னும் வகையீட்டுச் சமன்பாட்டைத் திருப்தியாக்கும் எனக் காட்டுக. இங்கு A, B, ω என்பவை ஒருமைகளாகும். திணிவு m உடைய P என்னும் துணிக்கை ஒன்று $m\omega^2 \overrightarrow{PO}$ என்னும் விசையொன்றின் கீழ், தளமொன்றில் இயங்குகிறது. விசையானது, இத்தளத்திலுள்ள O என்னும் புள்ளியொன்றை நோக்கியுள்ளது. புள்ளி O வில் செங்கோண அச்சுக்கள் Ox, Oy என்பவற்றைத் தளத்தின் மீது எடுத்து இயக்கச் சமன்பாடுகளை $\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$, $\frac{d^2y}{dt^2} + \omega^2 y = 0$ என்ற வகையிற் பெறுக. $P \equiv (x, y)$ துணிக்கையானது $A = (a, O)$ இலிருந்து u என்னும் வேகத்துடன் OA இற்குச் செங்குத்தாக எறியப்பட்டால், அதன் பாதை ஒரு நீள்வளையமாகுமென நிறுவி $u > a\omega$ எனின் OA ஆனது, அரைச்சிற்றச்சு ஆகுமெனக் காட்டுக.

13. ℓ என்னும் இயற்கை நீளத்தையும், மீள்தன்மைமட்டு λ ஐயும் கொண்ட இலேசான மீள்தன்மை இழையொன்றின் ஒரு முனையிலே m திணிவுடைய துணிக்கையொன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழையின் மற்ற முனையானது ஓர் உட்கூரையிலுள்ள O என்னும் நிலைத்த புள்ளியொன்றிற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கையானது O விலிருந்து விழவிடப்படுகிறது. $2\left[\sqrt{\frac{2\ell}{g}} + \sqrt{\frac{m\ell}{\lambda}}\left(\pi - \tan^{-1}\sqrt{\frac{2\lambda}{mg}}\right)\right]$ என்னும் நேரத்தின் பின்னர் அது O விற்குச் திரும்பி வருமெனக் காட்டுக. $\lambda \to \infty$ ஆகும் போது இந்நேரத்தின் எல்லை என்ன?

14. இயற்கை நீளம் a உம் மீள்தன்மை மட்டு mg உம் உடைய ஒரு இலேசான மீள்தன்மை இழையின் முனைகள் கரடான கிடைமேசை மீதிருக்கும் M திணிவுடைய ஒரு சுமை A இற்கும் m திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை B இற்கும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. மேசைக்கும் சுமை A இற்குமிடையேயுள்ள உராய்வுக் குணகம் μ ஆகும். மேசைக்கும் துணிக்கைக்குமிடையே உராய்வுக் குணகமும் μ ஆகும். ஆரம்பத்தில் துணிக்கை B யானது, A யிலிருந்து a தூரத்தில் மேசைமீதுள்ள ஒரு புள்ளி L இல் பிடிக்கப்பட்டுள்ளது. இது பின்னர் AL வழியே $\sqrt{8\mu^2 ag}$ வேகத்துடன் எறியப்படுகிறது. சுமை A மேசை மீது ஓய்விலுள்ளதெனக் கொண்டு இழையின் அதி உயர் விரிவைக் காண்க
$M \geq 2m$ எனக் காட்டுக.

$\left[\pi + \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)\right]\sqrt{\frac{a}{g}}$ என்னும் நேரத்தின் பின்னர் துணிக்கை B இறுதியாக அதனை ஆரம்பப்புள்ளி L இல் நிரந்தர ஓய்வுக்கு வருமெனவும் காட்டுக.

15. m திணிவுடைய மாபிள் ஒன்று ℓ இயற்கை நீளமுள்ள இலேசான மீள்தன்மை இழையொன்றினால் A என்னும் நிலையான புள்ளியில் தொடுக்கப்பட்டுள்ளது. இது A இல் ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. கணநிலை ஓய்விற்கு வரும்முன் துணிக்கை 2ℓ தூரம் விழுகிறது. இழையின் மீள்தன்மை மட்டு $4mg$ எனவும் மாபிள் $\sqrt{\frac{\ell}{g}}[2\sqrt{2} + \pi - \cos^{-1}(\frac{1}{3})]$ என்னும் நேரத்தின் பின் A ஐ திரும்பி அடையும் என்றும் காட்டுக.

16. ஒப்பமான கிடையான மேசையின் விளிம்பின் மேலாகச் செல்லும் இலேசான நீட்ட முடியாத இழையின் நுனிகளில் ஒவ்வொன்றும் m திணிவுள்ள A, B என்னும் இரு துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. ℓ இயற்கை நீளமும், மீள்தன்மை மட்டு mg உம் கொண்ட மீள்தன்மை இழையினால் A என்னும் துணிக்கை மேசை மேல் உள்ள O என்னும் நிலையான புள்ளியில் தொடுக்கப்பட்டுள்ளது. மீள் தன்மையில்லாத இழை இறுக்கமாகவும் மேசையின் விளிம்புக்குச் செங்குத்தாகவும் இருக்க, துணிக்கை A ஆனது O என்னும் புள்ளியில் பிடிக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை B நிலைக்குத்தாக தொங்குகிறது. பின்னர் துணிக்கை A ஆனது, ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. அடுத்த இயக்கத்தில் துணிக்கை A யானது மேசையின் விளிம்பை அடையாவிட்டால்,

(i) O விலிருந்து மேசையின் விளிம்பின் தூரம் $\ell(2 + \sqrt{3})$ இலும் பெரியது எனக் காட்டுக.

(ii) $2\sqrt{\frac{2\ell}{g}}\left[\pi + \sqrt{2} - \tan^{-1}\sqrt{2}\right]$ எனும் நேரத்தின் பின் துணிக்கை O விற்கு மீளும் எனக் காட்டுக.

17. வீச்சம் $1m$ உம் காலம் $8s$ உம் கொண்ட எளியஇசை இயக்கத்தில் துணிக்கை ஒன்று ஒரு நேர்கோட்டிலியங்குகிறது. துணிக்கையின் அதியுயர்வான கதியை ms^{-1} இலும் அதன் அதியுயர்வான ஆர்முடுகலை ms^{-2} இலும் காண்க. துணிக்கையானது, மைய நிலையிலிருந்து $\frac{1}{2}m$ தூரத்திலிருக்கும்போது அதன் கதியை ms^{-1} இல் காண்க.
இரு கணங்களின் துணிக்கையின் கதியானது, அதன் அதியுயர்வான கதியின் அரைவாசியாக உள்ளது. அவ்வாறான இரு கணங்களுக்கிடையிலான அதி குறைவான நேரம் $\frac{4}{3}$ செக்கன்கள் ஆகுமெனக் காட்டுக.

www.aswarphysics.weebly.com

18. m என்னும் திணிவுடைய P என்னும் துணிக்கையொன்று ℓ என்னும் இயற்கை நீளமுடைய இலேசான மீள்தன்மை இழையொன்றினால் O என்னும் நிலைத்த புள்ளி ஒன்றிலிருந்து தொங்கவிடப்படுகிறது. ஆரம்பத்தில் துணிக்கை P ஆனது, O வில் ஓய்விலிருந்து விழுகின்றது. தொடர்ந்து நடைபெறும் இயக்கத்திலே O விலிருந்து கீழே துணிக்கை P இன் மிகக் கூடிய ஆழம் 3ℓ ஆயின் இழையின் மீள்தன்மை மட்டமானது $\frac{3}{2}mg$ ஆகுமெனக் காட்டுக.

துணிக்கை P ஆனது மிகக் கூடிய ஆழத்திலுள்ள புள்ளியை $\sqrt{\frac{2\ell}{g}}\left[1+\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}\right]$ நேரத்தில் அடையுமெனக் காட்டுக.

19. இயற்கை நீளம் a உம் மீள்தன்மை மட்டு mg உம் உடைய இலேசான மீள்தன்மை இழையின் ஒரு நுனி m திணிவுள்ள துணிக்கை ஒன்றுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் மற்றைய நுனி நிலைத்த ஒரு புள்ளி O வுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. O விற்குக் கீழே தூரம் $\frac{a}{2}$ இலுள்ள ஒரு புள்ளி P யிலே இத்துணிக்கை ஓய்விலிருந்து விடப்படுகின்றது. நேரம் $\sqrt{\frac{a}{g}}\left(2+\frac{3\pi}{2}\right)$ இற்குப் பின்னர் இத் துணிக்கை P இற்குத் திரும்பிவரும் என நிறுவுக. துணிக்கை அடையும் அதியுயர் கதியையும் காண்க.

W நிறையுள்ள ஒரு துணிக்கை P ஆனது ஈர்க்கப்படாத நீளம் ℓ உம் மீள்தன்மை மட்டு W உம் உள்ள இலேசான மீள்தன்மை இழையொன்றினால் நிலைத்த ஒரு புள்ளி O விலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. P ஆனது, $2a$ வீச்சமுள்ள நிலைக்குத்து அலைவுகளை ஆக்குமெனின் நேரம் t இல் O விலிருந்து அதன் தூரம் $2\left(\ell + a\sin\omega\sqrt{\frac{\ell}{g}}\right)$ எனக் காட்டுக. இங்கு P அதன் நாப்ப(சமநிலை)த் தானத்திலிருந்த சமயத்திலிருந்து நேரம் அளக்கப்படுகிறது.
அதோடு துணிக்கை அதன் நாப்பத் தானத்தினூடு மேலே செல்லும்போது ஓய்விலுள்ள சமநிறையுடைய வேறொரு துணிக்கையைப் பொறுக்குமெனின் அலைவின் வீச்சம் $\sqrt{\ell^2+2a^2}$ ஆகுமெனக் காட்டுக.

21. இயற்கை நீளம் $(a+b)$ ஐயும் மட்டு λ ஐயும் உடைய இலேசான ஒரு மீள்தன்மை இழை AB இன் நுனிகள் ஒப்பமான கிடைமேசையொன்றின் மீது இடைத்தூரம் $(a+b)$ இல் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளன. திணிவு m ஐ உடைய துணிக்கையொன்று இழையுடன் ஒரு புள்ளி P யில் துணிக்கை நாப்பத்திலிருக்கும் போது $AP=a,\ PB=b$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக இணைக்கப்பட்டுள்ளது.

துணிக்கை புள்ளி Q விலே $AQ=a+c$ ஆக இருக்கத்தக்கதாக ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. இங்கு $0<c<b$ ஆகும். மொத்த நேரம் $\pi\sqrt{\frac{m}{\lambda}}\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)$ இற்குப் பின்னர் அது $2c\left(\sqrt{a}+\sqrt{b}\right)$ என்னும் மொத்தத் தூரம் சென்றதும் புள்ளி Q விற்குத் திரும்பிச் செல்லுமெனக் காட்டுக.

22. இயற்கை நீளம் ℓ ஐயும், மீள்தன்மை மட்டு λ உடைய மீள்தன்மை இழை ஒன்றை ஈர்க்கும் போது சேமிக்கப்படும் அழுத்தச் சக்தி $\frac{1}{2}\frac{\lambda}{\ell}e^2$ எனக் காட்டுக. இங்கு e என்பது நீட்சி.
இயற்கை நீளம் ℓ ஐ உடைய மீள்தன்மை இழை ஒன்றின் நுனிகளில் ஒன்று பாவுபலகையில் உள்ள ஒரு நிலைத்த புள்ளி O வுடனும், மற்றைய நுனி திணிவு m ஐ உடைய துணிக்கை ஒன்றுடனும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. துணிக்கையானது O விலே ஓய்வில் வைத்திருக்கப்பட்டு, பின்னர் விடுவிக்கப்படுகிறது. இழையின் உயர் நீட்ச்சி 2ℓ ஆகுமென காணப்பட்டது. இழையின் மீள்தன்மை மட்டு $\frac{3}{2}mg$ எனக் காட்டுக. மேலும் துணிக்கையானது, O விற்கு திரும்பிவர எடுக்கும் நேரம் $2\sqrt{\frac{2\ell}{g}}\left\{1+\frac{2\pi\sqrt{3}}{9}\right\}$ எனவும் காட்டுக.

23.

a) P என்னும் ஒரு புள்ளியானது t என்னும் நேரத்தில் அதன் தானக்காவி $OP=(a\cos\omega t)i+(a\sin\omega t)j$ ஆக இருக்குமாறு xOy என்ற தளத்தில் இயங்குகிறது. இங்கு a,ω ஆகியவை மாறிலிகளும் i,j ஆகியவை முறையே அச்சுக்கள் Ox, Oy வழியே உள்ள அலகுக் காவிகளும் ஆகும். P இன் பாதை ஒரு வட்டமாகுமெனக் காட்டுக. P இன் வேகம் ஆர்முடுகல் ஆகியவற்றை பருமனிலும் திசையிலும் காண்க. மேலும் P யிலிருந்து Ox அச்சுக்கு வரையப்பட்ட செங்குத்தின் அடி N ஆக இருப்பின், N ஆனது எளிய இசை இயக்கத்தை ஆற்றுமெனவும் அதன் தொடக்கத்தானம் $(t=0)$ இலிருந்து கோணம் $PON=\alpha$ ஆரையின் ஆகும் வரை எடுத்த நேரம் $\frac{\alpha}{\omega}$ ஆகுமெனவுங் காட்டுக.

b) புவியின் பரப்பினுள்ளே இருக்கும் பொருளொன்று அதிலிருந்து புவியின் மையம் வரையான தூரத்திற்கு நேர்விகித சமமாய் உள்ள விசையொன்றினால் புவியின் மையத்தை நோக்கி கவரப்படுகிறது எனக் கொண்டு புவியின் பரப்பிலிருந்து 32 km ஆழமுள்ள நிலைக்குத்து குழியொன்றின் அடிக்கு விழுவதற்கு எடுக்கும் நேரத்திற்கான எண்கோவையொன்றைப் பெறுக. (புவியின் ஆரை 6400 km எனவும், ஈர்வையிலான ஆர்முடுகல் $g=10ms^{-2}$) எனவும் கொள்க.

www.aswarphysics.weebly.com

24. இயற்கை நீளம் ℓ ஐ உடைய AB என்னும் மீள்தன்மை இழை ஒன்று அதன் மேல் நுனி A யானது, பாவு பலகை ஒன்றுடன் இணைக்கப்பட்டிருக்க நிலைக்குத்தாகப் பிடிக்கப்பட்டுள்ளது. அதன் கீழ் நுனி B யுடன் இணைக்கப்பட்ட பாரமான துணிக்கை ஒன்று ஓய்விலே தொங்கிக் கொண்டிருக்கையில் இழையில் ஒரு நீட்சி e ஐ உண்டாக்குகின்றது. துணிக்கை நாப்பத்தானத்துக்கு கீழே மேலதிக தூரம் $d(>e)$ இற்கு இழுக்கப்பட்டு ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்பட்டால் அதன் இயக்கத்தின் ஒரு பகுதி $\sqrt{\frac{g}{e}}$ என்னும் கோண மீடிறனை உடைய எளிய இசை இயக்கம் எனக் காட்டுக.

துணிக்கை பாவு பலகையை அடிக்கவில்லையெனின் $\ell > \left(\frac{d^2-e^2}{2e}\right)$ எனவும் $2\sqrt{\frac{e}{g}}\left\{\pi+\frac{\sqrt{d^2-e^2}}{e}-\tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{d^2-e^2}}{e}\right)\right\}$ என்னும் மொத்த நேரத்தின் பின்னர் துணிக்கை அதன் தொடக்கப்புள்ளிக்கு திரும்பிவரும் எனவும் நிறுவுக.

25. இயற்கை நீளம் ℓ ம் மீள்தன்மை மட்டு mg ம் உடைய இலேசான மீள்தன்மை இழையொன்றின் ஒரு நுனியானது, நிலைத்த ஒரு புள்ளி O வுடனும் அதன் மறு நுனி m திணிவுள்ள ஒரு துணிக்கையுடனும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. n ஒரு நேர்மாறிலியாக இருக்க $t=0$ என்னும் நேரத்தில் O விலிருந்து $\sqrt{(n^2+2)g\ell}$ என்னும் வேகத்துடன் துணிக்கை நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி எறியப்படுகிறது. பின்வரும் சந்தர்ப்பங்களுக்கு கிடையேயுள்ள வேறுபாட்டை விளக்கி துணிக்கையின் இயக்கச் சமன்பாட்டை O விற்கு மேலே உள்ள உயரம் $y(t)$ இற்கான ஒரு வகையீட்டுச் சமன்பாடாக எழுதுக.

i). $0 \le y \le \ell$, ii) $\ell < y \le k\ell$

இங்கு k என்பது, 1 இலும் பெரிதான ஒரு மாறிலியாக இருக்க $k\ell$ என்பது துணிக்கை அடைந்த அதியுயர் உயரமாகும். வகை (ii) இலே $\omega=\sqrt{\frac{g}{\ell}}$, $t\ge t_0$ ஆயிருக்க $y(t)=A\cos\omega(t-t_0)+B\sin\omega(t-t_0)$ ஆனது, மேற்போந்த வகையீட்டுச் சமன்பாட்டை திருப்தியாக்கும் என வாய்ப்புப் பார்த்து AB ஆகிய மாறிலிகளைக் காண்க. $\left[\sqrt{n^2+2}-n+\tan^{-1}n\right]\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ எனும் நேரத்தின் பின்னர் துணிக்கை இறங்க ஆரம்பிக்கும் எனக் காட்டி k ன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

26. இயற்கை நீளம் ℓ ஐயும், மீள்தன்மை மட்டு λ வையும் உடைய இலேசான இழை ஒன்றின் ஒரு நுனியானது m திணிவுடைய P என்னும் ஒரு துணிக்கையுடன் இணைக்கப்பட்டிருக்க, அதன் மறு நுனியானது O என்னும் ஒரு புள்ளியில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. ℓ நீளமுள்ள இலேசான நீளா இழையொன்றின் ஒரு நுனியானது m திணிவையே கொண்ட Q என்னும் ஒரு துணிக்கையுடன் இணைக்கப்பட்டிருக்க, அதன் மறு நுனியானது P உடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. P ஆனது, OQ இன் நடுப்புள்ளியாக அமையுமாறு OPQ என்பது நிலைக்குத்தான நேர்கோட்டிலும் OP, இயற்கை நீளம் ℓ ஆகவும் இருக்க தொடக்கத்திலே ஓய்விலே பிடிக்கப்பட்டிருக்கும் தொகுதியானது, ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. நேரம் t யிலே நீளம் OP யானது $\ell+x$ ஆகும். P,Q ஆகிய துணிக்கைகளுக்கான இயக்கச் சமன்பாடுகளை எழுதி இதிலிருந்து $\ddot{x}+\omega^2\left(x-\frac{g}{\omega^2}\right)=0$ எனக் காட்டுக. இங்கு $\omega^2=\frac{\lambda}{2m\ell}$, $x=\frac{g}{\omega^2}+A\cos\omega t+B\sin\omega t$ என்பது நேரம் t இலே துணிக்கை P ன் அமைவைக் கொடுக்கின்றவாறு A,B ஆகிய மாறிலிகளின் பெறுமானத்தைத் துணிக. இதிலிருந்து

(i) அடுத்து நிகழும் இயக்கத்தில் இழை OP யின் நீளம் ℓ இலும் பார்க்க குறைவாக இருக்காதெனவும்.

(ii) இழை PQ இல் உள்ள இழுவை $2mg\sin^2\frac{\omega t}{2}$ எனவும் காட்டுக. மீள்தன்மை இழையின் உயர் நீட்சி 2ℓ எனின் λ வின் பெறுமானத்தைக் கண்டு மேலும் உயர் நீட்சி முதன்முறையாக எய்தப்படுவது $\pi\sqrt{\frac{\ell}{g}}$ என்னும் நேரத்தில் எனவும் காட்டுக.

27. m திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை P ஓர் ஒப்பமான கிடைமேசைமேல் வைக்கப்பட்டு ℓ_1, ℓ_2, ℓ_3 இயற்கை நீளங்களையும், மீள்தன்மைமட்டு $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ ஐயும் கொண்ட இழைகளினால் மேசை மீதுள்ள முறையே A,B,C என்னும் புள்ளிகளுக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளன. முக்கோணி ABC a பக்கமுடைய சமபக்க முக்கோணியாகவும், துணிக்கை முக்கோணியின் மையப்போலி G இல் சமநிலையிலும் இருக்கமுடியுமெனில்,

$$a\left(\frac{\lambda_1}{\ell_1}-\frac{\lambda_2}{\ell_2}\right)=(\lambda_1-\lambda_2)\sqrt{3}$$

$$a\left(\frac{\lambda_2}{\ell_2}-\frac{\lambda_3}{\ell_3}\right)=(\lambda_2-\lambda_3)\sqrt{3}$$

எனக் காட்டுக. $\lambda_2=\lambda_3$ ஆகவும்,

www.aswarphysics.weebly.com

BC ஐ நோக்கி AG வழியே a யுடன் ஒப்பிடுகையில் சிறிய தூரம் x துணிக்கை இடம் பெயர்க்கப்பட்டு ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்பட்டால்

$$\frac{\lambda_1}{\ell_1}\left(\frac{a}{\sqrt{3}}x + -\ell_1\right) + \frac{2\lambda_2}{\ell}(BP - \ell_2)\cos APB + m\frac{d^2x}{dt^2} = 0$$ எனக் காட்டுக.

$\frac{x}{a}$ இன் வலுக்களில், ஒன்றிலும் கூடியவற்றைப் புறக்கணிப்பதால்

$BP_2 \Rightarrow \frac{a}{\sqrt{3}} - \frac{x}{2}$ எனவும்,

$\cos APB = \frac{3\sqrt{3}x}{4a} - \frac{1}{2}$ எனவும் காட்டுக.

இதிலிருந்து $\frac{\lambda_1}{\lambda_2} + 2\frac{\ell_1}{\ell_2} > \frac{3\sqrt{3}\ell_1}{2a}$ எனத் தரப்படின் x இன் சிறிய பெறுமானங்களுக்கு P எளிய இசை இயக்கத்தை ஆற்றுமெனக் காட்டுக.

28. m திணிவுடைய பாரமான துணிக்கை ஒன்று, இயற்கை நீளம் ℓ ஐ உடைய மீள்தன்மை இழையொன்றின் ஒரு நுனியுடன் இணைக்கப்பட்டிருக்க, இழையின் மறு நுனியானது Aயில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. துணிக்கையானது A யிலிருந்து விடுவிக்கப்பட ஈர்வையின் கீழ் வீழ்கின்றது. இழையின் மீள்தன்மைமட்டு λmg எனில், இயக்கத்தின் ஒரு பகுதி $\frac{1}{\lambda}(1+2\lambda)^{\frac{1}{2}}$ என்னும் வீச்சத்தையுடைய எளிய இசை இயக்கமெனக் காட்டுக. துணிக்கை $\sqrt{\frac{8\ell}{g}}\left[1+\frac{1}{\sqrt{2\ell}}\left(\pi - \tan^{-1}\sqrt{2\lambda}\right)\right]$ என்னும் நேரத்தில் புள்ளி A யிற்குத் திரும்பிச் செல்லுமென நிறுவுக.

29. ஒவ்வொன்றும் ℓ என்னும் இயற்கை நீளத்தையும், மீள்தன்மைமட்டு mg யையும் உடைய இரு இலேசான மீள்தன்மை இழைகளினால் m திணிவுடைய துணிக்கை P ஆனது, ஒப்பமான கிடைமேசை ஒன்றின் மீதுள்ள நிலைப்படுத்தப்பட்ட இரு புள்ளிகள் A, B யிற்குத் தொடுக்கப்பட்டுள்ளன.
$AB = 4\ell$. தொடக்கத்திலே துணிக்கையானது மேசை மீதுள்ள அதன் சமநிலைத்தானம் O இலிருந்து வேகம் u உடன் $\overrightarrow{AB}$ என்னும் திசையிலே எறியப்படுகிறது. நேரம் t இலே $OP = x$ எனில்,

(i) $O \le X \le \ell$ (ii) $\ell \le X \le 2\ell$ ஆகும் போது
இயக்கச் சமன்பாட்டை எழுதுக.

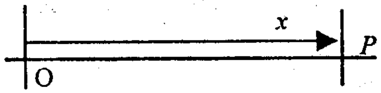
வகை (i) இலே $u \le \sqrt{2\ell g}$ என இருப்பின், $\pi\sqrt{\frac{\ell}{2g}}$ என்னும் நேரத்தின் பின்னர் துணிக்கை O இற்கு மீளும் எனக் காட்டுக.

$u = \sqrt{7gl}$ என இருந்தால், துணிக்கை P ஆனது B ஐ அடைந்து பின்னர் $2\sqrt{\frac{\ell}{g}}\left[\cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) + \frac{1}{\sqrt{2}}\cos^{-1}\left(\sqrt{\frac{5}{7}}\right)\right]$ என்னும் நேரத்தின் பின்னர், அதன் எறியல் புள்ளிக்கு மீளும் எனக் காட்டுக.

www.aswarphysics.weebly.com

அலகு 9

மாறும் ஆர்முடுகல், தடை ஊடகங்களில் இயக்கம்.



நேர்கோடொன்றில் இயங்கும் துணிக்கை P யானது அந் நேர்கோட்டிலுள்ள நிலையான ஒரு புள்ளி O விலிருந்து நேரம் t இல் x தூரத்தில் உள்ளது என்க. அப்பொழுது அதன் வேகம் v, ஆர்முடுகல் a எனின்,

$$v = \frac{dx}{dt}, \quad a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

மேலும் $\frac{dv}{dt} = \frac{dv}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$ என்பதால்

$$a = v\frac{dv}{dx}$$

உதாரணம் 1.

துணிக்கை ஒன்று நேர்கோடொன்றில் இயங்குகின்றது. அந்நேர்கோட்டிலுள்ள நிலையான புள்ளி O லிருந்து, நேரம் t இல் துணிக்கையின் தூரம் x ஆகும் அதனுடைய வேகம், $50\frac{dx}{dt} = (40-x)(x-20)$ என்பதால் தரப்படுகிறது. $t=0$ ஆக, $x=25$ ஆகும். x ஐ t இல் பெறுக.

$20<x<40$ என்ற ஆயிடையில் அதியுயர் வேகத்தைக் காண்க. அதியுயர் வேகத்தில் நேரத்தையும் காண்க.

$$50\frac{dx}{dt} = (40-x)(x-20)$$

$$\int dt = \int \frac{50dx}{(40-x)(x-20)}$$

$$t = \frac{50}{20}\int\left\{\frac{1}{40-x} + \frac{1}{x-20}\right\}dx + c$$

$$t = \frac{5}{2}\left[-\ell n|40-x| + \ell n|x-20|\right] + c$$

$$t = \frac{5}{2}\left[\ell og\left|\frac{x-20}{40-x}\right|\right] + c$$

$t=0$ ஆக, $x=25$, $\therefore\ c = -\frac{5}{2}\ell n\frac{1}{3}$

$$t = \frac{5}{2}\ell n\left|\frac{3(x-20)}{40-x}\right|$$

$$\frac{3(x-20)}{40-x} = e^{\frac{2t}{5}}$$

$$x = \frac{20\left(3+2e^{\frac{2t}{5}}\right)}{\left(3+e^{\frac{2t}{5}}\right)}$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{50}(40-x)(x-20)$$

$$= \frac{1}{50}\left[-x^2+60x-800\right]$$

$$= -\frac{1}{50}\left[x^2-60x+800\right]$$

$$= -\frac{1}{50}\left[(x-30)^2-100\right]$$

$$= 2-\frac{1}{50}(x-30)^2$$

எனவே $x=30$ இல் அதியுயர் வேகம் 2 ஆகும்.

www.aswarphysics.weebly.com

$t = t_0$ ஆக, $x = 30$ என்க

$$30 = \frac{20\left(3+2e^{\frac{2t_0}{5}}\right)}{\left(3+e^{\frac{2t_0}{5}}\right)}$$

$$9+3e^{\frac{2t_0}{5}} = 6+4e^{\frac{2t_0}{5}} \quad \Rightarrow \quad e^{\frac{2t_0}{5}} = 3$$

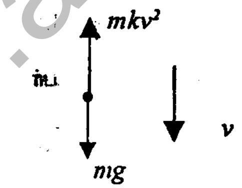
$$\frac{2t_0}{5} = \ell n 3$$

$$t_0 = \frac{5}{2}\ell n 3$$

உதாரணம் 2.

துணிக்கை ஒன்றின் வளித்தடை அதன் வேகத்தின் வர்க்கத்திற்கு விகிதசமமானது. நிலைக்குத்தாக விழும்போது அத்துணிக்கையின் எல்லை வேகம் U ஆகும். துணிக்கை நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி V வேகத்துடன் எறியப்பட்டால், அது எறியற்புள்ளியை $\frac{UV}{\sqrt{U^2+V^2}}$ வேகத்துடன் திரும்ப அடையுமெனக் காட்டுக. அதியுயர்புள்ளியை அடைய எடுத்த நேரம் $\frac{U}{g}tan^{-1}\left(\frac{V}{U}\right)$ எனவும் காட்டுக.

$P = ma$ ஐப் பிரயோகிக்க



$$mg - mkv^2 = mv\frac{dv}{dx}$$

$$g - kv^2 = v\frac{dv}{dx}$$

$$\int_0^x dx = \int_0^v \frac{v\,dv}{g-kv^2}$$

$$x = -\frac{1}{2k}\left[\ell n\left|g-kv^2\right|\right]_0^v$$

$$x = -\frac{1}{2k}\ell n\left|\frac{g-kv^2}{g}\right|$$

$$\frac{g-kv^2}{g} = e^{-2kx}$$

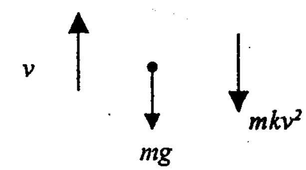
$$v^2 = \frac{g}{k}\left(1-e^{-2kx}\right)$$

$$v = \sqrt{\frac{g}{k}\left(1-e^{-2kx}\right)}$$

$x \to \infty$ ஆக, $v \to \sqrt{\frac{g}{k}}$, எனவே $U = \sqrt{\frac{g}{k}}$; $U^2 = \frac{g}{k}$

மேல் நோக்கிய இயக்கம்.

$P = ma$ ஐப் பிரயோகிக்க



$$-\left(mg + mkv^2\right) = m\frac{dv}{dt}$$

$$\frac{dv}{dt} = -\left(g + kv^2\right)$$

$$\int_o^T dt = -\int_V^o \frac{dv}{g+kv^2}$$

$$T = -\frac{1}{k}\int_V^o \frac{dv}{U^2+v^2}$$

www.aswarphysics.weebly.com

$$T = -\frac{1}{k}\,\frac{1}{U}\left[\tan^{-1}\frac{v}{u}\right]_V^0 = \frac{1}{kU}\tan^{-1}\frac{V}{U} = \frac{U}{g}\tan^{-1}\left(\frac{V}{U}\right)$$

↑ $P = ma$ ஐப் பிரயோகிக்க

$$-\left(mg + mkv^2\right) = mv\frac{dv}{dx}$$

$$-\left(g + kv^2\right) = v\frac{dv}{dx}$$

$$\int_0^H dx = -\int \frac{v\,dv}{g + kv^2}$$

$$H = -\frac{1}{2}\left[\ell n\left|g + kv^2\right|\right]_V^0$$

$$H = \frac{1}{2k}\ell n\left|\frac{g + kV^2}{g}\right| \qquad (1)$$

↓ $P = ma$ ஐப் பிரயோகிக்க

$$mg - mkv^2 = mv\frac{dv}{dx} \qquad \Rightarrow g - kv^2 = v\frac{dv}{dx}$$

$$\int_0^H dx = \int_0^v \frac{v\,dv}{g - kv^2}$$

$$H = -\frac{1}{2k}\left[\ell n\left|g - kv^2\right|\right]_0^v$$

$$= \frac{1}{2k}\,\ell n\left|\frac{g}{g - kv^2}\right| \qquad (2)$$

(1), (2) இலிருந்து $\ell n\left|\frac{g + kV^2}{g}\right| = \ell n\left|\frac{g}{g - kv^2}\right|$

$$\frac{g + kV^2}{g} = \frac{g}{g - kv^2}$$

$$-k^2V^2v^2 - gkv^2 + gkV^2 = 0$$

$$v^2 = \frac{gkV^2}{gk + k^2 + V^2} = \frac{V^2}{1 + \frac{k}{g}V^2} = \frac{V^2}{1 + \frac{V^2}{U^2}} = \frac{V^2U^2}{U^2 + V^2}$$

$$v = \frac{UV}{\sqrt{U^2 + V^2}}$$

உதாரணம் 3.

m திணிவுடைய கார் ஒன்று, கரடான கிடைத்தளத்திலே நேர்கோடொன்றில் இயங்குகின்றது. நேரம் t இல், கார் V கதியுடன் இயங்குகின்றது. இயக்கத்துக்கான தடை kv ஆகும். இங்கு k ஒரு மாறிலி. கார் h என்னும் ஒருமை வீதத்தில் வேலை செய்கிறது.

$$mv\frac{dv}{dt} + kv^2 = h$$ எனக் காட்டுக.

கார் ஓய்விலிருந்து புறப்பட்டால், எப்போதும் v ஆனது $\left(\frac{h}{k}\right)^{\frac{1}{2}}$ இலும் குறைவானதெனக்காட்டி, கார் $\frac{1}{2}\left(\frac{h}{k}\right)^{\frac{1}{2}}$ எனும் கதியை அடைய எடுத்த நேரத்தையும் காண்க.

வேகம் v ஆக இருக்கையில் கார் பிரயோகிக்கும் விசை P என்க.

www.aswarphysics.weebly.com

$\rightarrow$ $P = ma$ ஐப் பிரயோகிக்க.

$$P - kv = m\frac{dv}{dt} \quad \text{———— (1)}$$

மேலும் $Pv = h$ ———— (2)

(1), (2) இலிருந்து $\dfrac{h}{v} - kv = m\dfrac{dv}{dt}$

$$mv\frac{dv}{dt} + kv^2 = h \text{ ஆகும்.}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{h - kv^2}{mv}$$

$$\int_0^t dt = m\int_0^v \frac{v\,dv}{h - kv^2}$$

$$t = -\frac{m}{2k}\left[\ell n\left|h - kv^2\right|\right]_0^v$$

$$t = -\frac{m}{2k}\left[\ell n\left|\frac{h - kv^2}{h}\right|\right]$$

$$\frac{h - kv^2}{h} = e^{\frac{-2k}{m}t}$$

$$v^2 = \frac{h}{k}\left(1 - e^{\frac{-2k}{m}t}\right)$$

$t \geq 0$ ஆக, $0 < e^{\frac{-2kt}{m}} \leq 1$

ஆகவே $0 \leq 1 - e^{\frac{-2kt}{m}} < 1.$

$$v = \left(\frac{h}{k}\right)^{\frac{1}{2}}\sqrt{1 - e^{\frac{-2kt}{m}}} < \left(\frac{h}{k}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$\int_0^T dt = m.\int_0^{\frac{1}{2}\left(\frac{h}{k}\right)^{\frac{1}{2}}} \frac{v\,dv}{h - kv^2}$$

$$T = -\frac{m}{2k}\left[\ell n\left|h - kv^2\right|\right]_0^{\frac{1}{2}\left(\frac{h}{k}\right)^{\frac{1}{2}}}$$

$$T = -\frac{m}{2k}\left[\ell n\frac{3h}{4} - \ell n h\right]$$

$$T = \frac{m}{2k}\ell n\frac{4}{3}.$$

உதாரணம் 4.

ஓர் இலேசான இழைமூலம் தொங்கும் m திணிவு ஒன்று, kmg எனும் ஒருமை வீதத்தில் வேலை செய்யும் எஞ்சின் ஒன்றினால், நிலைக்குத்தாக உயர்த்தப்படுகின்றது. இயக்கச்சமன்பாட்டினை

$$v^2\frac{dv}{dx} = (k - v)g \text{ என்னும் வடிவில் பெறுக.}$$

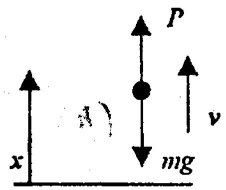
இங்கு v, திணிவின் மேல்நோக்கிய வேகமும், x மேல்நோக்கிய திசையில் அளக்கப்பட்ட இடப்பெயர்ச்சியும் ஆகும்.
தொடக்கத்தில், திணிவு ஓய்விலுள்ளது. h உயரம் உயர்த்தப்பட்டதும் அதனுடைய கதி u ஆகும்.

$$gh = k^2\ell n\left(\frac{k}{k - u}\right) - ku - \frac{1}{2}u^2 \text{ எனக்காட்டுக.}$$

இவ்வியக்கம் காரணமாக திணிவில் ஏற்பட்ட மொத்தச்சக்தி அதிகரிப்பை m, k, u இல் காண்க. எஞ்சினால் செய்யப்பட்ட வேலையைக் கருத்திற்கொண்டு எடுத்த

www.aswarphysics.weebly.com

நேரம், $\dfrac{1}{g}\left\{k\ell n\left(\dfrac{k}{k-u}\right)-u\right\}$ என உய்த்தறிக.



↑ $P = ma$ ஐப் பிரயோகிக்க.

(1) $P - mg = mv\dfrac{dv}{dx}$. (P - எஞ்சின் பிரயோகிக்கும் விசை)

(2) $Pv = kmg$ (எஞ்சின் 1 அலகு நேரத்தில் செய்யும் வேலை)

(1) இலிருந்து $P = mg + mv\dfrac{dv}{dx}$

(2) இல் பிரதியிட, $\left(mg + mv\dfrac{dv}{dx}\right) v = kmg$

$$v^2\frac{dv}{dx} = (k-v)g$$

$$g\int_0^h dx = \int_0^u \frac{v^2 dv}{k-v}$$

$$gh = \int_0^u \left\{(-v-k) + \frac{k^2}{k-v}\right\} dv$$

$$gh = \left[-\frac{v^2}{2} - kv - k^2\ell n\left|k-v\right|\right]_0^u$$

$$gh = \left[-\frac{u^2}{2} - ku + k^2\ell n\left(\frac{k}{k-u}\right)\right]$$

மொத்த சக்தி மாற்றம் $= \left(\dfrac{1}{2}mu^2 + mgh\right) - 0$

$$= m\left[k^2\ell n\left(\frac{k}{k-u}\right) - ku\right]$$

எஞ்சின் 1 அலகு நேரத்தில் செய்யும் வேலை kmg

ஆகவே, எடுத்தநேரம் $= \dfrac{m\left[k^2\ell n\left(\dfrac{k}{k-u}\right) - ku\right]}{kmg}$

$$= \frac{1}{g}\left\{k\ell n\left(\frac{k}{k-u}\right) - u\right\}$$ ஆகும்.

உதாரணம் 5.

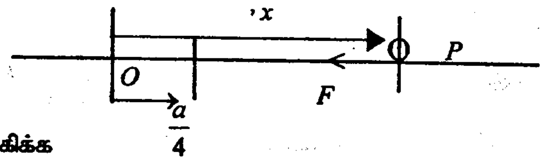
நேர்கோடொன்றில் இயங்கும் ஓரலகு திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்றின் மீது, அந் நேர்கோட்டிலுள்ள O என்னும் நிலையான புள்ளியை நோக்கி, $\dfrac{k^2}{2x^2}$ எனும் விசை தொழிற்படுகின்றது. இங்கு x, O விலிருந்து துணிக்கையின் தூரமும், k ஒரு நேர் ஒருமையும் ஆகும். $x = \dfrac{1}{4}a$ (> O) என்னும் புள்ளியிலிருந்து O விற்கு அப்பால் துணிக்கை $\left(\dfrac{3k^2}{a}\right)^{\frac{1}{2}}$ என்ற கதியுடன் எறியப்படுகின்றது. இயக்கத்தின் போது $\left(\dfrac{dx}{dt}\right)^2 = k^2\left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{a}\right)$ என நிறுவுக. $x = a$ இல் துணிக்கை ஓய்வுக்கு வருமெனவும் காட்டுக.

www.aswarphysics.weebly.com

$x = a$ என்ற புள்ளியைத் துணிக்கை அடைய எடுத்த நேரம் T ஐ வரையறுத்த தொகையீட்டினால் தருக.

$x = a\sin^2\theta$ என்ற பிரதியீட்டின் மூலமோ அல்லது வேறுவழியாலோ,

$$T = \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)\frac{a^{\frac{3}{2}}}{k}$$ எனக் காட்டுக.



$\longrightarrow$ $P = ma$ ஐப் பிரயோகிக்க

$$-F = mv\frac{dv}{dx}$$

$$-\frac{k^2}{2x^2} = v\frac{dv}{dx}$$

$$\int v\,dv = -\int \frac{k^2}{2x^2}dx + C$$

$$\frac{v^2}{2} = \frac{k^2}{2x} + C \quad \text{———} (1)$$

$x = \frac{a}{4}$ ஆக, $v^2 = \frac{3k^2}{a}$; எனவே $C = -\frac{-k^2}{2a}$

ஆகவே சமன்பாடு (1), $v^2 = k^2\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{a}\right)$ $\left(v = \frac{dx}{dt}\right)$

$v = \pm k\sqrt{\frac{1}{x} - \frac{1}{a}}$; மேலும் $x = a$ இல், $v = 0$

$v > 0$; $v = k\sqrt{\frac{1}{x} - \frac{1}{a}}$

$$\frac{dx}{dt} = k\sqrt{\frac{a-x}{ax}}$$

$$\int_0^T dt = \frac{1}{k}\int_{\frac{a}{4}}^{a} \sqrt{\frac{ax}{a-x}}\,dx$$

$x = a\sin^2\theta$ எனப்பிரதியிட,

$x : a/4 \longrightarrow a$

$a\sin^2\theta : a/4 \longrightarrow a$

$\sin^2\theta : 1/4 \longrightarrow 1$

$\sin\theta : 1/2 \longrightarrow 1$

$\theta : \pi/6 \longrightarrow \pi/2$

$$\frac{dx}{d\theta} = 2a\sin\theta\cos\theta$$

$$\sqrt{\frac{ax}{a-x}} = a^{\frac{1}{2}}\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$T = \frac{a^{\frac{3}{2}}}{k}\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin\theta}{\cos\theta}\cdot 2\sin\theta\cos\theta\,d\theta$$

$$= \frac{a^{\frac{3}{2}}}{k}\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} 2\sin^2\theta\,d\theta$$

$$= \frac{a^{\frac{3}{2}}}{k}\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos 2\theta)\,d\theta$$

$$= \frac{a^{\frac{3}{2}}}{k}\left[\theta - \frac{\sin 2\theta}{2}\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \left(\frac{\pi}{3} + \frac{\sqrt{3}}{4}\right)\frac{a^{\frac{3}{2}}}{k}$$

www.aswarphysics.weebly.com

உதாரணம் 6.

m திணிவுடைய ஒரு சிறியவளையம் P நிலையான, ஒப்பமான கிடைச்சட்டம் OX இல் கோர்க்கப்பட்டுள்ளது. சமமான இன்னொரு வளையம் Q, நிலையான ஒப்பமான நிலைக்குத்துச்சட்டம் Oy இல் கோர்க்கப்பட்டுள்ளது. y ஆனது, இரு சட்டங்களும் சந்திக்கும் புள்ளி O விற்குக் கீழே உள்ளது. இரு வளையங்களும் a நீளமான நீட்டமுடியாத இழையொன்றினால் தொடுக்கப்பட்டு, தொடக்கத்தில் Q ஆனது, O விலும், P ஆனது O விலிருந்து a தூரத்திலும் ஓய்வில் பிடிக்கப்படுகின்றது. இந்நிலையிலிருந்து விடுவிக்கப்பட்ட பின் Q, OY வழியேயும் P, OX வழியேயும் வழுக்குகின்றன. தொடரும் இயக்கத்தில் கிடைக்கு PQ வின் சாய்வு θ எனின், $\left(0 \le \theta \le \frac{\pi}{2}\right)$, $\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2$ இற்கான ஒரு கோவையை θ இன் உறுப்புகளில் காண்க.

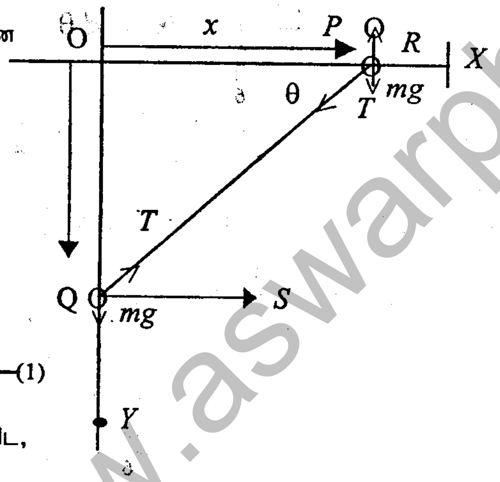
இதிலிருந்து இழையிலுள்ள இழுவையை உய்த்தறிக.

$PQ = a.$

$x = a\cos\theta\,,\qquad y = a\sin\theta$

$\dot{x} = \frac{dx}{dt} = -a\sin\theta\dot{\theta}\qquad \dot{y} = a\cos\theta\dot{\theta}$

$\left(\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}\right)$



தொகுதிக்கு, சக்திச் சமன்பாட்டினை பிரயோகிக்க.

$\frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}m\dot{y}^2 - mga\sin\theta = 0$

$\dot{x}^2 + \dot{y}^2 = 2ag\sin\theta.$

$a^2\dot{\theta}^2 = 2ag\sin\theta.$

$\dot{\theta}^2 = \frac{2g}{a}\sin\theta \quad\text{———}(1)$

(1) இனை t ற்கு சார்பாக வகையிட,

$2\dot{\theta}\ddot{\theta} = \frac{2g}{a}\cos\theta\,\dot{\theta}$

$a\ddot{\theta} = g\cos\theta$

$\dot{x} = -a\sin\theta\,\dot{\theta}$

$\ddot{x} = -a\sin\theta\,\ddot{\theta} - a\cos\theta\,\dot{\theta}^2$

P ற்கு

$\leftarrow P = ma$ ஐப் பாவிக்க.

$T\cos\theta = m(-\ddot{x})$

$T\cos\theta = m[a\sin\theta\,\ddot{\theta} + a\cos\theta\,\dot{\theta}^2]$

$T\cos\theta = m[g\sin\theta\cos\theta + 2g\sin\theta\cos\theta]$

$T = 3mg\sin\theta$

9(a)

1. ஒரு துணிக்கையானது, நேர்கோடொன்றில், அதன்கதி $(t+1)$ இற்கு நேர்மாறு விகிதசமமாக இருக்குமாறு இயங்குகிறது. இங்கு t துணிக்கை இயங்கும் நேரம் (செக்கன்களில்) ஆகும். 2 செக்கன்களின் பின் துணிக்கையின் அமர்முடுகல் $\frac{10}{9}\,ms^{-2}$. இயக்கத்தின் முதலாம் செக்கனில் துணிக்கை அசைந்த தூரம் யாது?

2. ஒரு துணிக்கை P, Ox அச்சுவழியே மாறும்வேகம் vms^{-1} உடன் இயங்குகிறது. $OP = x$ மீற்றர் ஆக இருக்கையில் P யின் ஆர்முடுகல் x அதிகரிக்கும் திசையில் $-vms^{-2}$ ஆகும். $x = 0$ ஆக, $v = 10$ எனின், v ஐ x ன் உறுப்புகளில் காண்க.

3. துணிக்கை ஒன்று நேர்கோடொன்றின் வழியே $\cos\pi t$ இற்கு விகிதசமமான ஆர்முடுகலுடன் இயங்குகிறது. இங்கு t நேரம் ஆகும். $t = 0$ இல் துணிக்கையின் வேகம் $u.t = \frac{1}{2}$ ஆக, வேகம் $2u$ ஆகும். $t = 2$ ஆக துணிக்கை இயங்கிய தூரத்தை காண்க. $0 \le t \le 2$ இல் வேக-நேர வளையியை வரைக.

4. ஒரு துணிக்கை P, x அச்சில் நேர்த்திசையை நோக்கி அதன் கதி v இன் வர்க்கத்திற்கு நேர் விகிதசமமான ஆர்முடுகலுடன் இயங்குகின்றது. நேரம் $t = 0$ இல், துணிக்கை உற்பத்தியினூடாக கதி gT உடனும், ஆர்முடுகல் g உடனும் பிரயாணம் செய்கின்றது.

$\frac{dv}{dx} = \frac{v}{gT^2}$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து v ஐ, x, g, T இன் உறுப்புக்களில் காண்க. நேரம் t இல் $x = gT^2\,\ell n\left(\frac{T}{T-t}\right)$ என நிறுவுக.

$0 \le t < T$ இல் $x - t$ வரைபினை வரைக.

www.aswarphysics.weebly.com

5. நேர்கோடொன்றில் இயங்கும்ஒரு துணிக்கையானது, அந் நேர்கோட்டிலுள்ள ஒரு நிலையான புள்ளியிலிருந்து நேரம் t இல் அதனுடைய தூரம் s ஆனது $s^2 = a^2 + V^2 t^2$ என்னும் சமன்பாட்டினால் தரப்படுகின்றது; இங்கு a, V என்பன ஒருமைகள். நேரம் t இல் வேகம், ஆர்முடுகல் என்பவற்றை s இன் உறுப்புக்களில் காண்க.

6. துணிக்கையொன்று நேர்கோடு OX இன் வழியே இயங்குகின்றது. நேரம் t இல், O இலிருந்து அதன் தூரம் x ஆகும். அதனுடைய வேகம், $8t^2 \frac{dx}{dt} = \left(1 - t^2\right) x^2$ என்பதால் தரப்படுகிறது.

$t = 1$ ஆகும்போது $x = 4$ எனின், $x = \frac{8t}{1+t^2}$ என நிறுவுக.

(i) $t = 0$ ஆகும்போது வேகம்.
(ii) O லிருந்து அதியுயர் தூரம்.
(iii) t இன் நேர்ப்பெறுமானங்கட்கு O ஐ நோக்கிய உயர்கதி என்பவற்றைக் காண்க.

7. துணிக்கை ஒன்று நேர்கோடொன்றில் இயங்குகிறது. நேரம் t இல் அக்கோட்டிலுள்ள நிலையான புள்ளி O இலிருந்து அதன் தூரம் x ஆகவும், வேகம் v ஆகவும் உள்ளது. துணிக்கையின் ஆர்முடுகல் O ஐ நோக்கியதாகவும், வேகத்தின் கனத்துடன் மாறுவதாகவும் உள்ளது. தொடக்கத்தில் துணிக்கை O இலிருந்து வேகம் u உடன் எறியப்படுகிறது. a தூரம் இயங்கியதும் துணிக்கையின் வேகம் $\frac{u}{2}$ ஆகும். இதற்கு எடுத்த நேரம் $\frac{3a}{2u}$ எனக் காட்டுக.

8. நேர்கோடொன்றின் வழியே இயங்கும் துணிக்கையொன்றின் மீது தாக்கும் விசை, அந்நேர்கோட்டின் வழியே தாக்கும் தடைவிசை $mk(c^2 + v^2)$ மட்டுமேயாகும். m துணிக்கையின் திணிவு, v அதனுடைய வேகம். k, c என்பன நேர் ஒருமைகள். துணிக்கை U என்னும் வேகத்துடன் இயங்கத்தொடங்கி, S தூரத்தில் ஓய்விற்கு வருகிறது. துணிக்கை $\frac{1}{2}S$ தூரத்திலிருக்கும் போது இதன் கதி $\frac{1}{3}U$ ஆகும். $63c^2 = U^2$ எனக் காட்டுக. இயங்கிய தூரம் x ஆகும் போது, $\frac{63v^2}{U^2} = 64e^{-2kx} - 1$ எனவும் காட்டுக.

9. Mkg திணிவுடைய லொறி ஒன்று ஒரு நேரான மட்டமான பாதையிலே செல்கையில் எஞ்சின் நிறுத்தப்படுகின்றது. லொறி $v$ms^{-1} கதியில் செல்கையில் இயக்கத்திற்கான தடை $\frac{a\left(v^2 + V^2\right)}{V^2}$ நியூட்டன் ஆகும். இங்கு a, V என்பன நேர் ஒருமைகள் ஆகும். லொறியின் அமர்முடுகலை காண்க. Vms^{-1} கதியிலிருந்து ஓய்வுக்கு வரச் செல்லும் தூரம் $\frac{MV^2 \ln 2}{2a}$ மீற்றர் ஆகுமெனவும், இதற்கான நேரம் $\frac{\pi MV}{4a}$ செக்கன்கள் எனவும் காட்டுக.

10. நேர்கோடொன்றில் இயங்கும் m திணிவுடைய துணிக்கையொன்றின் மீது தாக்கும் ஒரேயொரு விசை $kv(V^2 + 3v^2)$ எனும் தடைவிசையாகும். இங்கு v துணிக்கையின் வேகமும், k, V என்பன ஒருமைகளுமாகும். துணிக்கைக்கு V என்னும் தொடக்க வேகம் கொடுக்கப்படுகின்றது. T நேரத்தின் பின் வேகம் $\frac{V}{3}$ ஆகக் குறைகிறது. இந்நேரத்தில், துணிக்கை அசைந்த தூரம் L எனின், $2kV^2T = m\ln 3$ எனவும், $6\sqrt{3}\,kVL = \pi m$ எனவும் காட்டுக.

11. இரு துணிக்கைகள் P, Q என்பன AB என்ற கோட்டின் வழியே இயங்குகின்றன. இரு துணிக்கைகளும் ஒரே நேரத்தில் கதி u உடன் A இலிருந்து இயங்கத்தொடங்கி, B இல் கணநிலை ஓய்விற்கு வருகின்றன. P சீரான அமர்முடுகலுடனும், Q ஆனது தூரம் AQ இற்குவிகிதசமமான அமர்முடுகலுடனும் இயங்குகிறது. P உம், Q உம் B ஐ எடுத்த நேரங்களின் விகிதம் $4 : \pi$ எனக் காட்டுக.

12. m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று நேர்கோடொன்றில் இயங்குகிறது. துணிக்கையின் மீது தொழிற்படும் விசை, உராய்வுத்தடைவிசை mkv^2 மட்டும் ஆகும். இங்கு v அதனுடைய கதியும் k ஓர் ஒருமையும் ஆகும். நேரம் $t = 0$ இல் துணிக்கை O என்னும் புள்ளியில் உள்ளது; அதன் கதி v_0 ஆகும். t நேரத்தின் பின் துணிக்கை O விலிருந்து x தூரத்திலுள்ளது. அதன் கதி v ஆகும்.

$kt = \frac{1}{v} - \frac{1}{v_0}, \quad kx = \ln\left(\frac{v_0}{v}\right)$ எனக் காட்டுக.

துணிக்கை அந்நேர்கோட்டிலுள்ள A எனும் புள்ளியை அடையும்போது அதன் கதி $\frac{1}{2} v_0$ ஆகும். O விற்கும், A யிற்கும் இடைப்பட்ட சராசரிக்கதி $v_0 \ln 2$

www.aswarphysics.weebly.com

எனக் காட்டுக. B என்னும் புள்ளி அந்நேர்கோட்டிலே $OA = AB$ என அமைந்திருப்பின், B இல் அதன் கதி $\frac{v_0}{4}$ எனக் காட்டுக.

13. m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று நேர்கோடொன்றில் மாறா உந்து விசை ஒன்றின் கீழும், தடைவிசை mkv உடனும் இயங்குகிறது. v - அதனுடைய வேகமும், k ஓர் ஒருமையும் ஆகும். துணிக்கை $t = 0$ இல் ஓய்விலிருந்து புறப்பட்டு, t அதிகரிக்க வேகமானது எல்லைப்பெறுமானம் Vஐ அணுகுகிறது. (i) வேகம் v, நேரம் t (ii) வேகம் v, தூரம் x என்பவற்றைத் தொடர்புபடுத்தும் வகையீட்டு சமன்பாடுகளை எழுதி அவற்றை தீர்க்க.

துணிக்கை இயங்கத்தொடங்கியதிலிருந்து $v=\frac{1}{2}V$ ஆகும் வரையிலான நேரஇடையிலான சராசரிக் கதி $V\left(1-\frac{1}{2\ln 2}\right)$ எனக் காட்டுக.

14. கப்பல் ஒன்றின் கதி u ஆக இருக்கும் போது, அதன் எஞ்சின்கள் நிறுத்தப்படுகின்றன. அதன் கதி u இலிருந்து v இற்கு குறையும் போது தடையானது கதியின் கனத்திற்கு விகிதசமமாகும். இந்த ஆயிடையில் கப்பலானது T நேரத்தில் S தூரம் பயணம் செய்கிறது.

$$\frac{2T}{S}=\frac{1}{u}+\frac{1}{v}$$ எனக் காட்டுக.

ஏஞ்சின்கள் நிறுத்தப்பட்ட கணத்தில் இருந்து $1/2\,S$ தூரம் பயணம் செய்ய எடுத்த நேரம் $\frac{(u+3v)T}{4(u+v)}$ எனக் காட்டுக.

15. ஓரலகு திணிவிற்கு $v^{\frac{3}{2}}$ தடைக்கெதிராக, துணிக்கை ஒன்று v வேகத்துடன் கிடைநேர்கோட்டில் இயங்குகிறது. அதனுடைய தொடக்கவேகம் V ஆகவும், t நேரத்தின்பின் வேகம் kV இற்கு குறைக்கப்படுகின்றது; அப்பொழுது தொடக்கத்தானத்திலிருந்து துணிக்கையின் தூரம் S ஆகும். $S = k^{\frac{1}{2}}Vt$ என நிறுவுக. துணிக்கை ஒருபோதும் ஓய்விற்குவரமாட்டாதெனவும் தொடக்கத் தானத்திலிருந்து துணிக்கையின் தூரம் எப்போதும் $2V^{\frac{1}{2}}$ இலும் குறைவானதாகுமெனவும் காட்டுக.

9(b)

16. துணிக்கை ஒன்றின் இயக்கத்துக்கான தடை, அதன் வேகம் v இன் வர்க்கத்திற்கு விகிதசமமாகும். $v = V$ ஆகும்போது தடை, துணிக்கையின் நிறைக்குச் சமமாகும். துணிக்கையானது கதி u உடன் நிலைக்குத்தாக மேனோக்கி எறியப்படுகிறது. அது எறியல் புள்ளிக்கு கதி ω உடன் திரும்புகிறது.

$$\frac{1}{\omega^2}=\frac{1}{u^2}+\frac{1}{V^2}$$ எனக் காட்டுக.

17. துணிக்கை ஒன்று புவியீர்ப்பின் கீழ் நிலைக்குத்தாக கீழ்நோக்கி u கதியுடன் எறியப்படுகிறது. வளியாலான இயக்கத்தடை ஓரலகு திணிவிற்கு kv^2 ஆகும். இங்கு v, துணிக்கையின் கதியும், k ஓர் ஒருமையும் ஆகும். $c^2=\frac{g}{k}$ எனின், துணிக்கை x தூரம் இயங்கியதும்,

$v^2 = c^2 - (c^2 - u^2)\, e^{-2kx}$ எனக் காட்டுக.

$u=\frac{1}{2}c$ எனின், கதி $\frac{3}{4}c$ ஐ அடைய எடுத்த நேரம்

$$\frac{1}{2kc}\ln\frac{7}{3}$$ எனக் காட்டுக.

18. துணிக்கை ஒன்று ஓரலகு திணிவிற்கு k மடங்கு வேகத்திற்கு சமமான தடையையுடைய ஊடகமொன்றில் புவியீர்ப்பின்கீழ் இயங்குகிறது. இங்கு k ஓர் ஒருமையாகும். துணிக்கை நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி வேகம் $\frac{g}{k}$ உடன் எறியப்படுகிறது. நேரம் t இல் துணிக்கையின் கதி v உம், அடைந்த உயரம் x உம் $kv = g\,(2e^{-kt} - 1)$, $k^2x = g\,(2 - 2e^{-kt} - kt)$ என்பவற்றால் தரப்படுமெனக் காட்டுக. துணிக்கை அடைந்த அதியுயர் உயரம் H ஆனது, $k^2 H = g\,(1 - \ln 2)$ என்பதால் தரப்படுமெனக் காட்டுக.

19. கதியின் வர்க்கத்திற்கு விகிதசமமாக மாறுகின்ற தடையையுடைய ஊடகமொன்றில் m திணிவுடைய துணிக்கையொன்று இயங்குகிறது. அதன் முடிவுவேகத்தின் பருமன் V ஆகும். துணிக்கையானது மேல் நோக்கி $V\tan\alpha$ என்னும் கதியுடன் எறியப்படுகிறது. அது எறியல் புள்ளிக்குத் திரும்பும் கதி $V\sin\alpha$ எனக் காட்டுக. அது மேல்நோக்கி இயங்குகையில் இழக்கப்பட்ட மொத்தசக்தி $\frac{1}{2}mV^2\left(\tan^2\alpha-2\ln\sec\alpha\right)$ எனக் காட்டுக.

www.aswarphysics.weebly.com

20. m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று, கிடைநிலத்திலிருந்து நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி புவியீர்ப்பின்கீழ் V கதியுடன் எறியப்படுகிறது. இயக்கத்திற்கான தடை kmv^2 ஆகும். v அதன் கதியும் k ஓர் ஒருமையும் ஆகும். துணிக்கை அடைந்த அதிஉயர் உயரம் $\frac{1}{2k}\ell n\left(1+\frac{kV^2}{g}\right)$ எனக் காட்டுக.

மேல்நோக்கிய இயக்கத்தின்போது தடைக்கெதிராகச் செய்யப்பட்ட வேலைக்கான ஒரு கோவையைப் பெறுக.

21. m திணிவுடைய துணிக்கையொன்று $\frac{mgv^4}{c^4}$ தடையை உடைய ஊடகமொன்றில் ஓய்விலிருந்து நிலைக்குத்தாக விழுகின்றது. இங்கு v- கதியும் c ஒருமையும் ஆகும். அது $\frac{c}{2}$ எனும் கதியைப் பெறும்போது $\frac{\left\{c^2\ell n\left(\frac{5}{3}\right)\right\}}{4g}$ எனும் தூரத்தினூடு விழுகிறது எனவும், இதற்கான நேரம் $\frac{c}{4g}\left\{2\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)+\ell n3\right\}$ எனவும் காட்டுக.

22. m திணிவுடைய துணிக்கையொன்று புவியீர்ப்பின் கீழ் $\frac{mgv}{V}$ தடையை உடைய ஊடகமொன்றில், கீழ்நோக்கி எறியப்படுகிறது. இங்கு v- அதன் வேகமும், V ஒருமையும் ஆகும். துணிக்கையின் வேகம் Vஐ அணுகுமெனக் காட்டுக. இதே ஊடகத்தில் துணிக்கையானது மேல்நோக்கி U கதியுடன் எறியப்படுகிறது. எறியற்புள்ளிக்குமேல் துணிக்கை அடைந்த அதிஉயர் உயரம் $\frac{uV}{g}+\frac{V^2}{g}\ell n\left(\frac{V}{u+V}\right)$ எனக் காட்டுக.

23. வேகத்தின் வர்க்கத்திற்கு விகித சமமானதும், முடிவுவேகம் U உடையதுமான ஊடகமொன்றில், துணிக்கை ஒன்று நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி எறியப்படுகிறது. துணிக்கையின் தொடக்க வேகம் U எனின், அது $\frac{U^2}{2g}\ell n2$ எனும் உயரத்திற்கு எழும்புமெனக் காட்டி, அது எறியல் புள்ளிக்குத் திரும்பும் போது அதன் வேகத்தை காண்க.

24. m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று u பருமனுடைய வேகத்துடன், கிடையுடன் α ஏற்றக்கோணத்தில் எறியப்படுகின்றது. எறியப்படும் ஊடகத்தினது தடையின் கிடைக்கூறு mkv ஆகும். இங்கு v துணிக்கையின் வேகத்தின் கிடைக்கூறு. நிலைக்கூறு, புவியீர்ப்புடன் ஒப்பிடுகையில் புறக்கணிக்கத்தக்கது. எறியற்புள்ளியினூடான கிடைத்தளத்தில் வீச்சு $\frac{u\cos\alpha}{k}\left(1-e^{\frac{-2ku\sin\alpha}{g}}\right)$ எனக் காட்டுக. இவ்வீச்சு R எனின், துணிக்கை அதியுயர் உயரத்தை அடைகையில், அது கடந்த கிடைத்தூரம் $\frac{R}{2}$ இலும் அதிகமானது எனக் காட்டுக.

25. இயக்கத்திற்கான தடை, வேகத்துடன் மாறுகின்றதும், துணிக்கையின் வேகம் V ஆக உள்ள போது துணிக்கையின் நிறையின் n மடங்குக்குச் சமமாகவும் உள்ளதுமான ஊடகமொன்றில் துணிக்கை ஒன்று நிலைக்குத்துத் தளத்தில் எறியப்படுகிறது. துணிக்கையின் தொடக்கவேகத்தின் கிடை, நிலைக்குத்து கூறுகள் முறையே U,V ஆகும். துணிக்கை, எறியப்பட்டு $\frac{V}{ng}\ell n(n+1)$ நேரத்தின் பின் அதி உயர் உயரத்தை அடையுமெனக் காட்டுக. எறியற் புள்ளியிலிருந்தான கிடையான இடப்பெயர்ச்சி $\frac{UV}{(n+1)g}$ எனவும் காட்டுக.

9(c)

26. Mkg திணிவுடைய புகையிரதம் ஒன்று Hkw வலுவில் வேலை செய்கிறது. அதன் உயர் கதி V ஆகும். இயக்கத்திற்கான தடை, கதியின் வர்க்கத்துடன் மாறுகிறதெனவும், வலு ஒருமையெனவும் கொண்டு, ஓய்விலிருந்து புறப்படும் இப்புகையிரதம் உயர்கதியின் அரைப்பங்கினை அடைகையில் அது சென்ற தூரம் $\frac{MV^3}{3000H}\ell n\left(\frac{8}{7}\right)$ எனக் காட்டுக.

27. M மொத்தத்திணிவுடைய புகையிரதம் ஒன்று கிடையான பாதை ஒன்றிலே செல்லும் போது, எஞ்சின் மாறா வீதம் H இல் வேலை செய்கிறது. இயக்கத்திற்கான தடை கதியின் வர்க்கத்துடன் மாறுகிறது. கதி, ஓர் குறித்த எல்லைப்பெறுமானத்தைக் கொண்டிருக்குமெனக் காட்டுக. எல்லைப்பெறுமானம்

www.aswarphysics.weebly.com

V எனின், புகையிரதத்தின் கதி v ஆக இருக்கையில், ஆர்முடுகல் $\frac{H(V^3-v^3)}{MV^3v}$ எனக் காட்டுக. கதி $\frac{1}{2}V$ இலிருந்து $\frac{3}{4}V$ இற்கு அதிகரிக்கையில் புகையிரதம் சென்ற தூரம் $\frac{MV^3}{3H}\ell n\frac{56}{37}$ எனக் காட்டுக.

28. மொத்தத்திணிவு M ஐ உடைய புகையிரதம் ஒன்று, எந்நேரத்திலும் உந்தத்தின் k மடங்கு தடைவிசைக்கெதிராக ஓய்விலிருந்து இயங்குகிறது. எஞ்சின் வலு P ஒருமை எனக் கொண்டு இயங்கத்தொடங்கி t நேரத்தின் பின் புகையிரதத்தின் கதி v ஆனது, $mkv^2 = P(1-e^{-2kt})$ என்பதால் தரப்படுமெனக் காட்டுக. புகையிரதத்தின் கதி V ஆக இருக்கையில் எஞ்சினின் வலு நிறுத்தப்பட்டு, T நேரத்தில் ஒருமைத்தடுப்பு விசை F இனால் புகையிரதம் ஓய்விற்கு வருகிறது.

$F=\frac{mkV}{(e^{KT}-1)}$ எனக் காட்டுக.

29. M திணிவுடைய ஒரு புகையிரதம் கிடையான பாதையொன்றிலே இயங்குகிறது. வேகம் V இலும் குறைவாக இருக்கையில் புகையிரதம் மீதான விளையுள் விசை ஒருமையாகவும் P ற்குச் சமமாகவும் உள்ளது. வேகம் V இலும் குறைவாக இல்லாதபோது, விசை வேலைசெய்யும் வீதம் ஒருமையாகவும் PV இற்குச் சமமாகவும் உள்ளது. புகையிரதம் ஓய்விலிருந்து கதி $v(>V)$ ஐ அடைய எடுத்த நேரம் $\frac{M(V^2+v^2)}{2PV}$ எனக் காட்டி, இந்நேரத்தில் புகையிரதம் சென்ற தூரம் $\frac{M(2v^3+V^3)}{6PV}$ எனக் காட்டுக.

30. கிடையான பாதை ஒன்றில் செல்லும் m திணிவுடைய கார் அடையக்கூடிய உயர்கதி c ஆகும். கதி $v(>c)$ உடன் செல்கையில் எஞ்சின் $\frac{mk}{c^2}(2vc-v^2)$ என்னும் வீதத்தில் வேலை செய்கிறது. k ஒருமையாகும். $0<v<\frac{1}{2}c$ இல் உராய்வுத்தடைகள் புறக்கணிக்கப்படலாமெனின் கார் ஓய்விலிருந்து புறப்பட்டு உயர்கதியின் அரைவாசியை அடைய எடுத்த நேரம் $\frac{c^2}{k}\ell n\left(\frac{4}{3}\right)$ எனக் காட்டுக.

இந்நேரத்தில், கார் சென்ற தூரம் $\frac{c^3}{k}\left[2\ell n\left(\frac{4}{3}\right)-\frac{1}{2}\right]$ எனக் காட்டுக.

31. Mkg திணிவுடைய கார் ஒன்று நேரான கிடையான பாதையில் ஒருமைக்கதி u உடன் செல்கிறது. எஞ்சின் K என்னும் ஒருமை வீதத்தில் வேலை செய்கிறது. இயக்கத்திற்கான தடைவிசை ஒருமையாகவும், பருமனில் F இற்குச் சமமாகவும் உள்ளது. K, F, u என்பவற்றைத் தொடர்புபடுத்தும் சமன்பாட்டை எழுதுக. இப்பொழுது எஞ்சின் வேலை செய்யும் வீதம் λK இற்கு அதிகரிக்கப்படுகின்றது; λ ஓர் ஒருமையாகும். $\lambda>1$; தடையில் மாற்றமில்லை. எஞ்சின் வேலை செய்யும் வீதம் மாறி, t நேரத்தில் காரின் கதி v இற்கு மாற்றமடைகிறது.

$Muv\frac{dv}{dt}=K(\lambda u-v)$ எனக்காட்டி, $M\lambda u^2\ell n\left\{\frac{(\lambda-1)u}{\lambda u-v}\right\}-Mu(v-u)=Kt$ என்பதை உய்த்தறிக.

32. ஓரலகு திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று நேர்கோடொன்றின் வழியே இழுப்புவிசை ஒன்றின் கீழும், kv^2 தடைவிசையின் கீழும் இயங்குகிறது.

(a) இழுப்பு விசை P ஒருமை எனின், துணிக்கை a தூரத்தில் தன் கதியை u இலிருந்து $2u$ இற்கு உயர்த்துமெனின், $P=ku^2\left(\frac{4e^{2ka}-1}{e^{2ka}-1}\right)$ என நிறுவுக.

(b) இழுப்பு விசை மாறா வலுவில் வேலை செய்கிறதெனவும், $v=u$ ஆகும்போது, அதன் பெறுமானம் P எனவும் தரப்படின், கதி u இலிருந்து $2u$ இற்கு அதிகரிக்க, துணிக்கை செல்லும் தூரம் யாது?

33. M திணிவுடைய கார் கிடையான பாதையிலே அதன் கதிக்கு விகிதசமமான தடை விசைக்கெதிராக இயங்குகிறது. எஞ்சினின் இழுப்புவிசை மாறாவீதம் H இல் வேலை செய்கிறது. இந்நிபந்தனைகளின் கீழ் கார் அடையக்கூடிய உயர் கதி V ஆகும். ஓய்விலிருந்து இயங்கத்தொடங்கி x தூரம் அசைந்ததும் கார் கதி U ஐ அடையுமெனின், $\frac{Hx}{MV^3}=\frac{1}{2}\ell n\left(\frac{V+U}{V-U}\right)-\frac{U}{V}$ என நிறுவுக.

www.aswarphysics.weebly.com

ஓய்விலிருந்து புறப்பட்டு $\dfrac{v}{2}$ கதியை அடைய எடுத்த நேரம் $\dfrac{MV^2 \ell n\left(\frac{4}{3}\right)}{2H}$ எனவும் காட்டுக.

34. W கிலோ நியூட்டன் நிறையுடைய புகையிரதம் ஒன்று மட்டமான பாதையில் Rv^2 கிலோ நியூட்டன் தடைவிசைக்கெதிராக இயங்குகிறது. இங்கு v, ms^{-1} இல் வேகம் ஆகும். எஞ்சினின் உயர் இழுப்பு விசை P கிலோ நியூட்டனும், அதியுயர்வலு H கிலோ வாற்றும் ஆகும். புகையிரதம் ஓய்விலிருந்து புறப்பட்டு அதியுயர்வலு விருத்தியாகும் வரை எஞ்சின் அதியுயர் இழுப்பு விசையை பிரயோகிக்கிறது. புகையிரதத்தின் கதி $V\text{ms}^{-1}$ ஆக இருக்கும் கணத்தில் அது சென்ற தூரம் S மீற்றர் எனின், $V = \dfrac{H}{P}$ எனவும், $S = \dfrac{W}{2gR} \ell n\left(\dfrac{P}{P - RV^2}\right)$ எனவும் காட்டுக.

புகையிரதத்தின் மாறாக்கதி யாது?

35. A என்னும் புள்ளியில் ஓய்விலிருக்கும் ஓரலகு திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று O என்னும் நிலையான ஒரு புள்ளியை நோக்கி $\dfrac{k}{x^2}$ எனும் விசையினால் கவரப்படுகின்றது. இங்கு x,O விலிருந்து துணிக்கையின் தூரமும், k ஓர் ஒருமையும் ஆகும். $OA = a$ எனின், Oவிற்கும் A யிற்குமிடையில் O விலிருந்து b தூரத்தில் துணிக்கையின் கதியைக் காண்க. இப்புள்ளியை அடைய எடுத்த நேரம் $\sqrt{\dfrac{a}{2k}} \displaystyle\int_b^a \sqrt{\dfrac{x}{a-x}}\, dx$ எனக் காட்டுக.

$x = a\sin^2\theta$ என்ற பிரதியீட்டாலோ அல்லது வேறு வழியாலோ OA இன் நடுப்புள்ளியை அடைய எடுத்த நேரம் T எனின்,

$$k = \frac{(\pi+2)^2 a^3}{32T^2}$$ என நிறுவுக.

36. வெளியிலுள்ள இரு துணிக்கைகளில் ஒன்றிற்கு நேரானதும், மற்றையதற்கு எதிரானதுமான நிலைமின்னேற்றங்கள் கொடுக்கப்படுகின்றன. இதன் காரணமாக அவை ஒன்றையொன்று $\dfrac{\mu}{s^2}$ விசையினால் கவர்கின்றன.இங்கு S துணிக்கைகளுக்கிடையேயான தூரமாகும். முதலாவது துணிக்கை O என்னும் புள்ளியில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது.மற்றையது (திணிவு m), O விலிருந்து

$2a$ தூரத்தில் விடுவிக்கப்படுகின்றது. O விலிருந்து S தூரத்தில் அதன் கதி v ஆனது, $v^2 = \dfrac{2\mu}{m}\left(\dfrac{1}{S} - \dfrac{1}{2a}\right)$ ஆல் தரப்படுமெனக் காட்டுக. இதிலிருந்து v ற்கு ஒரு கோவையை பெறுக. $S = 2a\cos^2\theta$ எனும் பிரதியீட்டினாலோ அல்லது வேறுவழியாலோ O விலிருந்து a தூரத்தை அடைய எடுத்தநேரம், $2\sqrt{\dfrac{ma^3}{\mu}}\left(\dfrac{\pi}{4} + \dfrac{1}{2}\right)$ எனக் காட்டுக.

9(d)

37. $m, 2m$ திணிவுகளையுடைய A, B எனும் இரு துணிக்கைகள் $\dfrac{1}{2}\pi b$ இலும் கூடிய நீளத்தையுடைய இழையினால் தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. மையம் O உம் ஆரை b உம் உடைய ஒப்பமான நிலைத்த திண்மக்கோளமொன்றின் அதிஉயர் புள்ளியில் A இருக்குமாறு பிடிக்கப்படுகிறது. துணிக்கை B சுயாதீனமாக சமனிலையில் தொங்குகிறது. A இப்பொழுது விடுவிக்கப்பட்டால் விடுவிக்கப்பட்டு, t நேரத்தின் பின், OA மேல்நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் θ கோணம் ஆக்கும்போது, A யானது, கோளத்துடன் தொடுகையிலிருக்கின்றதெனக் கொண்டு,

$3b\left(\dfrac{d\theta}{dt}\right)^2 = 2g(1 + 2\theta - \cos\theta)$ எனக் காட்டுக.

$\theta = \alpha$ ஆகும்போது, A கோளத்தைவிட்டு நீங்கும் என உய்த்தறிக. இங்கு $5\cos\alpha = 2 + 4\alpha$. A, கோளத்தை விட்டு நீங்குமுன் இழையிலுள்ள இழுவையைக் காண்க.

38. m திணிவுடைய துணிக்கை P ஆனது, ஓர் ஒப்பமான கிடைமேசையிலுள்ள ஒப்பமான நேரான தவாளிப்பு வழியே இயங்குமாறு செய்யப்பட்டுள்ளது. $2a$ நீளமான இலேசான நீட்டமுடியாத இழை ஒன்று, P ஐயும் மேசைமீது சுயாதீனமாக இயங்கக்கூடிய m திணிவுடைய Q என்னும் துணிக்கையையும் தொடுக்கிறது. தொடக்கத்தில் P ஓய்விலும், PQ தவாளிப்புக்குச் செங்குத்தாகவும், இழை இறுக்கமாக இருக்க PQ தவாளிப்புக்குச் சமாந்தரமாக U கதியுடன் இயங்குகிறது.

இழை $\theta\left(\le \dfrac{\pi}{2}\right)$ கோணத்தினூடு திரும்பியபொழுது,

$$4a^2(1 + \sin^2\theta)\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = U^2$$ எனக் காட்டுக.

www.aswarphysics.weebly.com

$\theta=0,\ \theta=\dfrac{\pi}{2}$ ஆகிய நிலைகளில் இழைகளிலுள்ள இழுவைகள் முறையே $\dfrac{mu^2}{2a},\ \dfrac{mu^2}{8a}$ எனக் காட்டுக.

39. $m, M\ (m < M < 3m)$ திணிவுகளையுடைய இரு துணிக்கைகள் A, B என்பன πa நீளமான இலேசான நீட்டமுடியாத இழை ஒன்றினால் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. இழையானது, அச்சு கிடையாக நிலைப்படுத்தப்பட்ட a ஆரையுடைய ஒப்பமான வட்ட உருளையின் மேற்பகுதிக்கு மேலாகச் செல்கின்றது. துணிக்கைகளின் சமநிலைத்தானத்தில் AB, கிடையாகவும், உருளையின் அச்சிலுள்ள O என்னும் புள்ளிக்கூடாகவும் செல்கிறது. தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. OA, கோணம் θ ஊடாகத் திரும்பியதும், துணிக்கை A, உருளையுடன் தொடுகையிலிருப்பின் $(M+m)a\left(\dfrac{d\theta}{dt}\right)^2 = 2g(M\theta - m\sin\theta)$ என நிறுவுக.

θ ஆனது, $2M\theta = (M+3m)\sin\theta$ என்னும் சமன்பாட்டைத் திருப்தி செய்யும்போது A உருளையின் மேற்பரப்பை விட்டு நீங்குமென நிறுவுக. $\theta=\pi$ ஆகுமுன் இது நிகழுமெனவும் காட்டுக. $3m < M$ எனின் யாது நிகழுமென சுருக்கமாக விபரிக்க.

40. நிலைக்குத்துத் தளமொன்றில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ள ஆரை a உம் மையம் O உம் உடைய ஒப்பமான வட்டவளையமொன்றில் m திணிவுடைய ஒரு சிறிய மணி B கோர்க்கப்பட்டுள்ளது. இம்மணியானது வட்டவளையத்தின் அதியுயர்புள்ளி A ற்கு, இயற்கை நீளம் $a\sqrt{2}$ உம் மீள்தன்மைமட்டு kmg உம் கொண்ட மீள்தன்மை இழையினால் தொடுக்கப்பட்டுள்ளது. மணி B ஆனது, O இன் அதே மட்டத்திலிருக்கும்போது ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. கோணம் $OAB=\theta$ ஆக இருக்கும்போது, B ன் கதி v ஆனது, $\dfrac{v^2}{ag} = \left(4-2k\sqrt{2}\right)\cos^2\theta + 4k\cos\theta - \left(2+k\sqrt{2}\right)$ என்பதால் தரப்படுகிறது, எனக் காட்டுக.

B ஆனது, O விற்கு நிலைக்குத்தாகக் கீழே வருமுன் ஓய்விற்கு வருமெனின் $k > 3\sqrt{2}+4$ எனக் காட்டுக.

9(e)

1. ஒருமையான செலுத்தும் விசை mf உடனும், mkv^2 எனும் தடைக்கெதிராகவும் m திணிவுடைய கப்பல் ஒன்று ஓய்விலிருந்து நகர்கின்றது. இங்கே v கதியாகவும், k ஒருமையாகவும் அமைந்துள்ளன. கப்பல் a தூரம் பிரயாணம் செய்தபின் இதன் கதியான v ஆனது, $kv^2 = f(1 - e^{-2ka})$ என்பதால் தரப்படுமென நிறுவுக. இப்பொழுது எஞ்சின்கள் புறமாற்று செய்யப்பட்டால் கப்பல் ஓய்வு நிலை அடைவதற்குமுன் பிரயாணம் செய்த மேலதிக தூரம் b ஆனது, $e^{2kb} + e^{-2ka} = 2$ என்பதால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.

2. O, A, B என்பன நேரானவொரு தெருவின் மீதுள்ள மூன்று புள்ளிகளாகும். நேரம் $t=0$ இல் M kg திணிவுடைய ஒரு கார் O வில் ஓய்விலிருந்து புறப்பட்டுப் புள்ளி A யிற்கு ஒரு சீரான உஞற்றுவிசை F நியூட்டனின் கீழ் இயங்குகிறது. A யில் காரின் வேகம் $U_A\ \mathrm{ms^{-1}}$ ஆகும். A யிலிருந்து B ற்கு கார் அதன் வலு ஓர் ஒருமையாகுமாறு இயங்குகிறது. இவ்வலு FU_A உவாற்றுகளுக்குச் சமமாகும். B யில் காரின் வேகம் $U_B\ \mathrm{ms^{-1}}$ ஆகும். காரின் இயக்கத்திற்கான தடை புறக்கணிக்கத்தக்கது. t செக்கன்களில் காரின் வேகம் $v\mathrm{ms^{-1}}$ என எடுத்துக்கொண்டு OA, AB என்னும் இரு நிலைகளுக்குமான இயக்கச் சமன்பாடுகளை எழுதுக. வகையீட்டுச் சமன்பாடுகளைத் தீர்த்து

O விலிருந்து B யிற்கு எடுத்த மொத்த நேரம் $\dfrac{1}{2}\dfrac{M}{H}\left(U_A^2 + U_B^2\right)$ செக்கன்கள் ஆகுமெனக் காட்டுக.

இங்கு $H = FU_A$. O விலிருந்து B யிற்கு காரின் இயக்கத்துக்கான வேக - நேர வளையியைப் பருமட்டாக வரைக. இதிலிருந்தோ, வேறுவழியாகவோ, தூரம்

$OB = \dfrac{M}{3H}\left(\dfrac{U_A^{\,2}}{2} + U_B^{\,2}\right)$ ஆகுமெனக் காட்டுக.

3. நிலைக்குத்துக்கு α கோணத்தில் சாய்ந்துள்ள அழுத்தமான நிலையான தளத்தில், m எனும் திணிவுடைய துணிக்கையொன்று கீழ்நோக்கி வழுக்குகிறது. துணிக்கையின் இயக்கத்திற்குரிய வளித்தடை mkv ஆகும். இங்கே v என்பது கதி. k என்பது ஒருமை. துணிக்கை ஓய்விலிருந்து ஆரம்பித்தால், t என்னும் நேரத்தில் சென்ற தூரம் x ஆனது, $x = \dfrac{g}{k^2}\cos\alpha\left(kt + e^{-kt} - 1\right)$ என்பதால் தரப்படுகிறதெனக் காட்டுக. $x = 2a\cos\alpha$ ஆக இருந்தால். t ஐ எவ்வாறு வரைபடமுறையில் காண்பீர் எனக் காட்டுக. இங்கே a என்பது ஓர் ஒருமை ஆகும். அது α ஐச் சார்ந்துள்ளதா?

www.aswarphysics.weebly.com

4. m என்னும் திணிவுள்ள துணிக்கையொன்று A எனும் புள்ளியிலிருந்து நிலைக்குத்தாக மேலே U என்னும் வேகத்துடன் எறியப்படுகிறது. வளித்தடை mkv^2 ஆகும். இங்கே v ஆனது, துணிக்கையின் வேகமாகவும், k ஆனது ஒருமையாகவும் உள்ளன. துணிக்கையானது A யிலிருந்து x உயரத்திலிருக்கும் பொழுது இயக்கச் சமன்பாட்டை எழுதுக. துணிக்கையானது, $h = \frac{1}{2k}\ell n\left(1+\frac{k}{g}U^2\right)$ இனாற் தரப்படும் அதி உயர்வான உயரத்திற்கு எழுமெனக்காட்டுக. துணிக்கையானது $\frac{1}{V^2} = \frac{1}{U^2} + \frac{k}{g}$ யினாற் தரப்பட்ட V எனும் வேகத்துடன் A யிற்கு திரும்பி வருமெனவும் காட்டுக. $V < U$ ஆகுமா? உமது விடைக்குக் காரணம் கூறி விளக்குக.

5. $m$kg திணிவுடைய நீர்முழ்கியொன்று நீரினுள்ளே ஒரு சீரான வேகம் $u$ms^{-1} உடன் கிடைத்திசையில் நகர்ந்து செல்கின்றது. நீர்முழ்கியின் இயகத்திற்கு நீர்த்தடை விசை $-mkv$ நியூட்டன் ஆகும். இங்கே k ஓர் ஒருமையாகவும், $v$ms^{-1} நீர்முழ்கியின் வேகமாகவும் உள்ளன. நீர்முழ்கியின் எஞ்சின்களினால் பிறப்பிக்கப்படும் வலுவை உவாற்றில் காண்க. எஞ்சின்கள் நிறுத்தப்பட்டால் நீர்முழ்கி சென்ற கிடைத்தூரமானது, $\frac{u}{k}$ மீற்றரிலும் பெரிதாயிராதெனக் காட்டுக. எஞ்சின்கள் நிறுத்தப்பட்டபின்னர் நீர்முழ்கி இறங்குகிறதா? உமது விடைக்கு காரனம் காட்டி விளக்குக.

6. முறையே m, M என்னும் திணிவுள்ள P,Q என்னும் இரு துணிக்கைகள் ஒவ்வொன்றும் ஒரு புள்ளி O விலிருந்து கதி U உடன் ஆரம்பித்து ஒரு நேர்கோடு வழியே செல்கின்றன. O ஐ நோக்கிய திசை கொண்டதும் $\lambda > 0$ மாறிலியாக உள்ளதுமான ஒருவிசை λm ஆனது, P மீதும், O ஐ நோக்கியுள்ளதும், $\mu > 0$ ஆகவுள்ளதும், μMy பருமனுள்ளதுமான விசை ஒன்று Q மீதும் தாக்குகின்றன. இங்கு y என்பது O விலிருந்து Q ற்குள்ள தூரமாகும். O வை நோக்கித் திரும்பச்செல்லத் தொடங்கு முன்னர் P,Q ஆகியன முறையே t_P, t_Q என்னும் நேரங்களில் a என்னும் ஒரே தூரம் செல்லும் எனின், $t_P : t_Q = 4 : \pi$ எனக் காட்டுக. அதோடு O விலிருந்து b தூரத்திலுள்ள ஒருபுள்ளியை கடக்கும் போது P,Q ஆகியவற்றின் கதிகள் முறையே V_P, V_Q எனின், அப்போது $V_P : V_Q = \sqrt{a} : \sqrt{a+b}$ எனவும் காட்டுக. P,Q ஆகியன O இலிருந்து புறப்படுவதற்கும், மீண்டும் O விற்கு வருவதற்கும் இடையில் ஒரே நேரத்தை எடுக்கும் எனின், O விலிருந்து அவற்றின் உயர் தூரங்களுக்கிடையேயுள்ள விகிதத்தை காண்க.

7. ஒரு புள்ளி Oவிலிருந்து m திணிவுள்ள கல் ஒன்று, வேகம் u உடன் நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி எறியப்படுகிறது. கல்லின் இயக்கத்திற்கு வளியின் தடை விசை mkv ஆகும். இங்கு v என்பது கல்லின் வேகமும், k என்பது ஓர் ஒருமையும் ஆகும். O விற்கு மேலே கல்லின் உயர் உயரம் h ஆனது, $h = \frac{1}{k}\left[u - \frac{g}{k}\ell n\left(1+\frac{ku}{g}\right)\right]$ இனாலே தரப்படுமெனக் காட்டுக. கல்லானது Oவிற்கு திரும்பிவரும் கதி Vஆனது, $V + u = a\,\ell n\frac{(a+u)}{(a-V)}$ என்னும் சமன்பாட்டைத் திருப்தியாக்குகிறது எனக் காட்டுக. இங்கு $a = \frac{g}{k}$ ஆகும்.

8. திணிவு m ஐ உடைய துணிக்கை ஒன்று ஈர்வையின் கீழ் ஓய்விலிருந்து விழுகின்றது. இதன் கதி v ஆக இருக்கும்போது அதன் இயக்கத்திற்கான தடை mkv^2 ஆகும். இங்கு k ஓர் ஒருமை. துணிக்கை விழும் தூரம் x எனில், $v^2 = u^2(1 - e^{-2kx})$ என நிறுவுக. இங்கு $u^2 = \frac{g}{k}$. x ஆனது a யிலிருந்து $2a$ இற்கு அதிகரிக்கும் போது கதி v ஆனது, V இலிருந்து $\frac{4}{3}V$ இற்கு அதிகரிப்பின், துணிக்கையின் அதியுயர் இயல்தகு கதி $\frac{3}{\sqrt{2}}V$ எனக் காட்டுக.

9. நேர்கோடு ஒன்றிற் செல்லும் துணிக்கை ஒன்று, அலகுத் திணிவிற்கு kv^3 என்னும் தடை ஒன்றுக்கு உட்படுகிறது. இங்கு v என்பது அதன் கதியும் k என்பது ஒரு மாறிலியும் ஆகும். துணிக்கை மீது தாக்குகின்ற ஒரேவிசை தடை எனின் V, நேரம் t ஆகியன, சென்ற தூரம் x இன் சார்பில், $\frac{1}{v} = \frac{1}{u} + kx$ $t = \frac{x}{u} + \frac{1}{2}kx^2$ என்னும் சமன்பாடுகளினாலே தரப்படுமெனக் காட்டுக. இங்கு u என்பது $t = 0$ இல் உள்ள கதியாகும்.

குடைதுப்பாக்கி ஒன்றைக் கொண்டு செய்யப்படும் குறித்த பரிசோதனை ஒன்றிலே குண்டு குடைதுப்பாக்கியின் வாயிலிருந்து கதி 800 ms^{-1} உடன் வெளியேறியதெனவும், 100m தூரம் சென்றபோது கதி 780 ms^{-1} ஆகக்

www.aswarphysics.weebly.com

குறைந்ததெனவும் மதிப்பிடப்பட்டது. குண்டின் இயக்கதிற்கான வளித்தடையானது v^3 இற்கு விகிதசமமெனக் கொண்டும், ஈர்வையைப் புறக்கணித்தும் 1000 மீற்றர் தூரம் செல்வதற்கு எடுக்கும் நேரம் அண்ணளவாக 1.41 செக்கன் எனக் காட்டுக.

10. மட்டமான புகையிரதப்பாதை வழியே செல்கின்ற, எஞ்சின் வலு நிறுத்தப்பட்ட புகையிரதம் ஒன்றின் அமர்முடுகல் $k(v^2+U^2)$ ஆகும். இங்கு v என்பது கதியும் k, U என்பன மாறிலிகளும் ஆகும். தொடக்கத்திலே $v=2U$ எனின்,

$\frac{1}{Uk}\tan^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ நேரத்திலே $\frac{1}{2k}\log_e\frac{5}{2}$ தூரத்தில் அதன் கதி

அரைவாசியாகுமென நிறுவுக. மேலதிக நேரம் $\frac{\pi}{4Uk}$ இல் மேலும் $\frac{1}{2k}\log_e 2$ தூரம் சென்ற பின்னர் புகையிரதம் ஓய்வுக்கு வருமென நிறுவுக.

11. நேரம் t யிற் கதி V உடன் ஒரு நேர்கோடு OPQ விற் செல்கின்ற துணிக்கை ஒன்று, அலகுத்திணிவுக்கு kv^{n+2} $(n>0)$ என்னும் தடை ஒன்றுக்கு உட்படுகின்றது. இங்கு k என்பது ஒரு நேர்மாறிலி. துணிக்கை மீது வேறேவ் விசையும் தாக்குவதில்லை. தொடக்கத்திலே துணிக்கையானது O விலிருந்து கதி u உடன் ஆரம்பிக்கிறது. நேரம் t யிற்குப் பின்னர் O விலிருந்து அதன் தூரம் x ஆகும்.

(i) $\frac{dx}{dt}=\frac{u}{\left(1+knxu^n\right)^{\frac{1}{n}}}$ எனவும்,

(ii) $\left(1+knxu^n\right)^{\frac{1}{n}}=\left[1+k(n+1)u^{n+1}\right]^{\frac{1}{n+1}}$ எனவும் நிறுவுக.

துணிக்கையானது, P யிலிருந்து Q விற்கு செல்லும்போது அதன் கதி W விலிருந்து αW இற்கு $(\alpha>0)$ குறையுமாயின், P யிலிருந்து Q விற்கான அதன் பயணத்தின்போது துணிக்கையின் சராசரி கதி $\alpha W\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(\frac{1-\alpha^n}{1-\alpha^{n+1}}\right)$

எனக் காட்டுக.

12. $k>0$ ஆயிருக்க அலகுத் திணிவுக்கு வேகத்தின் k மடங்குக்குச் சமமாயிருக்கும் தடையை உண்டாக்கும் ஊடகம் ஒன்றிலே ஈர்வைக்கு உட்பட்ட துணிக்கை ஒன்று தரையிலுள்ள O என்னும் புள்ளியிலிருந்து கிடையுடன் α கோணத்தில் வேகம் V உடன் எறியப்படுகின்றது. நேரம் t யிலே y என்னும் உயரத்திலே

துணிக்கை இருப்பின், $q=\frac{dy}{dt}$ ஆயிருக்க, $\frac{dq}{dt}+kq=-g$ என்னும் இயக்கச் சமன்பாட்டை பெற்று $y=\left(\frac{g}{k^2}+\frac{V\sin\alpha}{k}\right)\left(1-e^{-kt}\right)-\frac{gt}{k}$ எனக்காட்டுக.

துணிக்கை தனது அதியுயர் உயரத்தை t_0 நேரத்திலே அடைகிறதெனவும், பறப்பு நேரம் T எனவும் கருதுக. $\frac{kT}{1-e^{-kT}}=e^{kt_0}$ எனக்காட்டி $T>2t_0$ என உய்த்தறிக.

13. m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று வேகம் v ஆக இருக்கும் போது mkv^2 என்னும் தடையை உடைய ஊடகம் ஒன்றிலே u என்னும் வேகத்துடன் நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி எறியப்படுகின்றது. இங்கு k ஒரு மாறிலியாகும்.

$0<\alpha<\frac{\pi}{2}$ ஆயிருக்க $k=g\left(\frac{\tan\alpha}{u}\right)^2$ என எடுத்து

(i) துணிக்கை அடைந்த அதியுயர் உயரம் $\frac{1}{k}\log_e \sec\alpha$ எனவும்

(ii) துணிக்கை அதன் அதியுயர் உயரத்தை அடைய எடுத்த நேரம் $\frac{\alpha u}{g}\cot\alpha$ எனவும்

(iii) துணிக்கை அதன் எறியற் புள்ளிக்குத் திரும்பும் கதி $u\cos\alpha$ எனவும் காட்டுக.

14. மோட்டார்ப் படகொன்றினதும், தோணியினதும் இயக்கத்திற்கான வளி- காற்று தடைகள் முறையே அலகொன்றுக்கு kv, k^1v நியூட்டன்களாகும். இங்கு v என்பது ms^{-1} இல் வேகமும் k, k^1 மாறிலிகளும் ஆகும். m kg திணிவுள்ள மோட்டார் படகானது, அதே $m$kg திணிவுள்ள தோணியை d மீற்றர் நீளாக்கயிறு ஒன்றினால் இழுத்துச் செல்கின்றது. மோட்டார்ப் படகிலுள்ள எஞ்சினானது P வாற்று என்னும் மாறா வீதத்தில் வேலை செய்கின்றதெனில், இயக்கச்சமன்பாட்டை எழுதி நேரம் t இலே அதன் வேகம் v ஆனது, $v^2=\frac{a}{b}\left(1-e^{-bt}\right)$ என்பதாற் தரப்படுகின்றதெனக்காட்டுக.

www.aswarphysics.weebly.com

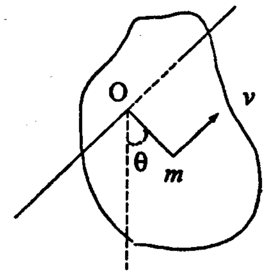
இங்கு $a=\frac{p}{m}$, $b=k+k^1$; $t=0$ இலே தொடக்க வேகம் பூச்சியமாகவுள்ளது. மோட்டார்படகின் உயர்கதி u ஐக் காண்க. மோட்டார்படகும், தோணியும் கதி u உடன் இயங்கும்போது கயிறு திடீரென அறுந்துபோக எஞ்சின் ஆளி அறுக்கப்பட்டால், $k>k^1$ எனத் தரப்படின், அண்ணளவாக $\sqrt{\frac{2d}{u\left(k-k^1\right)}}$ செக்கன் நேரத்தின் பின்னர் தோணி, மோட்டார்ப்படகுடன் மோதுமெனக் காட்டுக.

அலகு 10

சுழற்சி (Rotation)

A. நிலைத்த ஒரு அச்சுபற்றி அடர் ஒன்றின் சுழற்சி.

அடரில் O வினூடு செல்லும் நிலைத்த அச்சுபற்றி, அச்சுக்குச் செங்குத்தாக அடர் சுழல்கிறது எனக. அடரிலுள்ள ஒவ்வொரு புள்ளியும் O வை மையமாகக் கொண்ட ஒரு வட்டத்தில் இயங்குகிறது. கோணக்கதி $\frac{d\theta}{dt}(=\dot{\theta})$ ஆகும், வேகம் $v=r\dot{\theta}$. அடரின்



ஒவ்வொரு துணிக்கையினதும் இயக்கசக்தி $\frac{1}{2}mv^2$

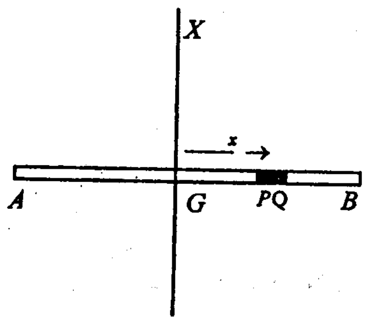
ஆகவே அடரின் இயக்கசக்தி $T=\sum\frac{1}{2}mv^2$

$$=\frac{1}{2}\sum m\left(r\dot{\theta}\right)^2$$

$$=\frac{1}{2}\dot{\theta}^{-2}\sum mr^2 \quad \Rightarrow \frac{1}{2}I\dot{\theta}^2$$

இங்கு $I=\sum mr^2$; இங்கு m அடரின் சிறுமூலகமொன்றின் திணிவும், r அச்சிலிருந்து அதன் தூரமும் ஆகும்.
I, O இனூடான அச்சுபற்றிய அடரின் சடத்துவத்திருப்பம் என வரையறுக்கப்படும்.

1. (*a*) M திணிவும், $2a$ நீளமும் உடைய சீரான கோலொன்றின், அதன் புவியீர்ப்பு மையத்தினூடு, கோலுக்குச் செங்குத்தான அச்சுபற்றிய சடத்துவத்திருப்பம்



கோல் AB யின் புவியீர்ப்பு மையம் G ஓரலகு நீளத்தின் திணிவு m எனக. G இலிருந்து x தூரத்தில் δx தடிப்புடைய கோலின் மூலம் PQ ஐக் கருதுக.

www.aswarphysics.weebly.com

PQ இன் திணிவு $= (m\delta x)$

GX பற்றி PQ இன் சடத்துவத்திருப்பம் $= (m\delta x)\, x^2$

எனவே, GX பற்றிய கோலின் சடத்துவத் திருப்பம்

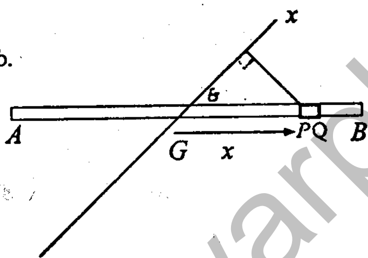
$$I_{GX} = \lim_{\delta x \to 0} \sum_{x=-a}^{+a} (m\delta x).x^2$$

$$= \int_{-a}^{+a} mx^2 dx = \frac{2}{3} ma^3$$

$$= \frac{1}{3}(2ma)a^2$$

$$= \frac{1}{3} Ma^2$$

(b) அச்சு GX ஆனது, கோலுடன் θ கோணத்தை அமைப்பின் சடத்துவத்திருப்பம்.



GX பற்றி PQ இன் சடத்துவத்திருப்பம்.

$$= (m\delta x)\ (x \sin\theta)^2$$

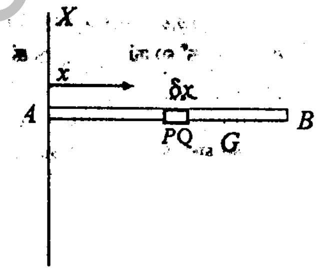
$$I_{GX} = \lim_{\delta x \to 0} \sum_{x=-a}^{+a} m x^2 \sin^2\theta\, \delta x$$

$$= \int_{-a}^{+a} mx^2 dx . \sin^2\theta$$

$$= \frac{2}{3} ma^3 . \sin^2\theta = \frac{1}{3}(m \cdot 2a)\, a^2 \sin^2\theta$$

$$= \frac{1}{3} Ma^2 \sin^2\theta$$

(c) A இனூடு கோலுக்குச் செங்குத்தான அச்சுப்பற்றிய சடத்துவத்திருப்பம்.



AX பற்றி PQ இன் சடத்துவத்திருப்பம்

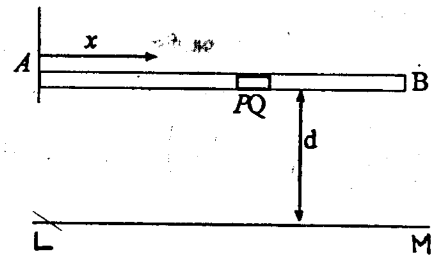
$$= (m\delta x)x^2$$

AX பற்றி கோலின் சடத்துவத்திருப்பம்

$$I_{AX} = \lim_{\delta x \to 0} \sum_{x=0}^{2a} (m\delta x).x^2$$

$$= \int_0^{2a} mx^2 dx = \frac{8ma^3}{3} = \frac{4}{3}(m-2a)a^2 = \frac{4}{3} Ma^2$$

(d) கோலுக்கு சமாந்தரமாக, அதிலிருந்து d தூரத்திலுள்ள அச்சு பற்றி சடத்துவத்திருப்பம்.



கோல் AB யில், A யிலிருந்து x தூரத்தில், δx தடிப்புடைய சிறிய மூலகம் PQ ஐக் கருதுக.

PQ இன் திணிவு $= (m\delta x)$

அச்சு LM பற்றி PQ இன் சடத்துவத் திருப்பம் $= (m\delta x)d^2$

கோலின் ஒவ்வொரு மூலகமும் LM இலிருந்து மாறாத்தூரம் d இலிருப்பதால், LM பற்றிய கோலின் சடத்துவத்திருப்பம்.

$$I_{LM} = \lim_{\delta x \to 0} \sum_{x=0}^{2a} (m\delta x)d^2$$

$$= \int_0^{2a} d^2 . m . dx$$

$$= md^2 . 2a = (m2a)d^2 = Md^2$$

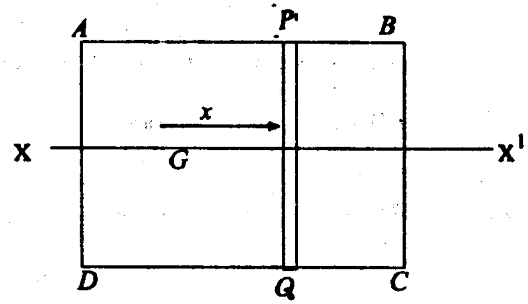
2. சீரான செவ்வக வடிவ அடர் $ABCD$ இன் திணிவு M உம் $AB = 2a$, $BC = 2b$ உம் ஆகும். அடரின் புவியீர்ப்பு மையம் G இனூடாக

(i) AB க்கு சமாந்தரமான அச்சுபற்றிய

(ii) BC க்கு சமாந்தரமான அச்சுபற்றிய சடத்துவத்திருப்பம்

www.aswarphysics.weebly.com

(i) அடர் BC க்கு சமாந்தரமான (xx^1 இற்குச் செங்குத்தான) சிறியகீலங்களாகக் கருதினால், ஒவ்வொரு கீலமும் $2b$ நீளமுடைய கோல் எனக் கருதப்படலாம்.



PQ இன் திணிவு $= (2b\delta x)m$ (m - ஓரலகு பரப்பின் திணிவு)

xx^1 பற்றி, PQ இன் சடத்துவத்திருப்பம் $= = \frac{1}{3}(2b\delta x)m.b^2$

xx^1 பற்றி, அடரின் சடத்துவத்திருப்பம் $I_{xx^1} = \lim_{\delta x \to 0} \sum_{x=-a}^{+a} \frac{1}{3}(2b\delta x)mb^2$

$$= \int_{-a}^{+a} \frac{2}{3} m b^3 dx$$

$$= \frac{2}{3} mb^3 [x]_{-a}^{+a}$$

$$= \frac{2}{3} mb^3 . 2a$$

$$= \frac{1}{3}(4abm)b^2$$

$$= \frac{1}{3} Mb^2$$

(ii) இவ்வாறே, G இற்கூடாக, BC இற்கு சமாந்தரமான அச்சுப்பற்றிய சடத்துவத்திருப்பம் $\frac{1}{3} Ma^2$ எனக் காட்டலாம்.

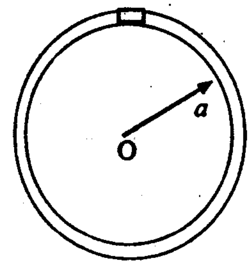
3. திணிவு M உம், ஆரை a உம் உடைய வட்ட வளையத்தின் மையத்தினூடானதும் அதன் தளத்திற்குச் செங்குத்தானதுமான அச்சுப்பற்றி, வளையத்தின் சடத்துவத்திருப்பம்.

வளையத்தின் ஒவ்வொருதுணிக்கையும் அச்சிலிருந்து சமதூரம் a இல் உள்ளது.

எனவே சடத்துவத்திருப்பம் $= \sum \delta m a^2$

$$= a^2 \sum \delta m$$

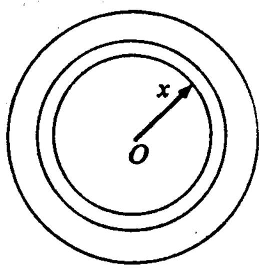
$$= Ma^2$$



4. திணிவு M உம், ஆரை a உம் உடைய சீரான வட்டஅடரின், மையத்தினூடானதும், அடரின் தளத்திற்குச் செங்குத்தானதுமான அச்சுப்பற்றி, அவ் அடரின் சடத்துவத்திருப்பம்.

வட்டஅடரின் மையம் O. Oவினூடான, தளத்திற்கு செங்குத்தான அச்சு ℓ என்க.
ஓரலகு பரப்பின் திணிவு m.
அடரினை O ஐ மையமாகக்கொண்ட சிறிய வளையங்களாகப் பிரிக்குக.

அச்சிலிருந்து x தூரத்தில் δx தடிப்புள்ள வளையமொன்றைக் கருதுக



இதன் திணிவு $= (2\pi x \delta x)m$

ℓ பற்றி இவ்வளையத்தின் சடத்துவத்திருப்பம் $= (2\pi x \delta x)m.x^2$

எனவே ℓ பற்றி அடரின் சடத்துவத்திருப்பம் $= I_\ell = \lim_{\delta x \to 0} \sum_{x=0}^{a} 2\pi x^3 m \delta x$

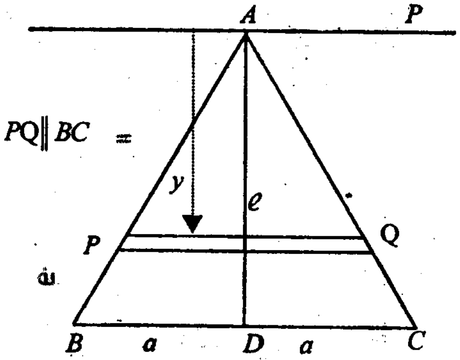
$$I_\ell = \int_0^a 2\pi m x^3 dx = 2\pi m \left[\frac{x^4}{4}\right]_0^a$$

$$= \frac{2\pi m a^4}{4} = \frac{1}{2}(\pi a^2.m)a^2 = \frac{1}{2} Ma^2$$

www.aswarphysics.weebly.com

5. M திணிவும் $2a$ பக்கமும் உடைய சீரான சமபக்க முக்கோணி அடர் ABC இன்,

(i) A யினூடான இடையம் ℓ பற்றி
(ii) A யினூடான, BC க்கு சமாந்தரமான அச்சு p பற்றி
சடத்துவத்திருப்பம்.



(i) PQ, ℓ இற்குச் செங்குத்து. எனவே $PQ \parallel BC$

$$\frac{y}{PQ}=\frac{AD}{BC}=\frac{\sqrt{3}a}{2a}$$

$$PQ=\frac{2y}{\sqrt{3}}$$

ஓரலகு பரப்பின் திணிவு m என்க.

ℓ பற்றி PQ வின் சடத்துவதிருப்பம் $=\frac{1}{3}\left(\frac{2y}{\sqrt{3}}\delta y\right)m.\left(\frac{y}{\sqrt{3}}\right)^2$

ℓ பற்றி அடரின் சடத்துவதிருப்பம் $I_\ell = \lim_{\delta y\to 0}\sum_{y=0}^{\sqrt{3}a}\frac{1}{3}\left(\frac{2y}{\sqrt{3}}\delta y\right)m.\left(\frac{y}{\sqrt{3}}\right)^2$

$$=\int_0^{\sqrt{3}a}\frac{m.2y^3\,dy}{9\sqrt{3}}$$

$$=\frac{2m}{9\sqrt{3}}\left[\frac{y^4}{4}\right]_0^{\sqrt{3}a}$$

$$=\frac{2m}{9\sqrt{3}}\cdot\frac{9a^4}{4}\cdot\frac{ma^4}{2\sqrt{3}}$$

$$=\frac{1}{6}\left(\frac{1}{2}\times 2a\times\sqrt{3}a\times m\right)a^2$$

$$=\frac{1}{6}Ma^2$$

p பற்றி, PQ இன் சடத்துவத்திருப்பம் $=\left(\frac{2y}{\sqrt{3}}\delta y m\right)y^2$

$\therefore$ p பற்றி அடரின் சடத்துவத்திருப்பம் $I_\ell = \lim_{\delta x\to 0}\sum_{y=0}^{\sqrt{3}a}\left(\frac{2y}{\sqrt{3}}\delta y m\right)y^2$

$$=\int_0^{\sqrt{3}a}\frac{m2y^3}{\sqrt{3}}dy$$

$$=\frac{2m}{\sqrt{3}}\left[\frac{y^4}{4}\right]_0^{\sqrt{3}a}$$

$$=\frac{3\sqrt{3}}{2}ma^4$$

$$=\frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}\times 2a\times\sqrt{3}a.m\right)a^2$$

$$=\frac{3}{2}Ma^2$$

6. M திணிவும், a ஆரையும் உடைய சீரான திண்மக் கோளமொன்றின், ஒரு விட்டத்தைக் குறித்த சடத்துவத் திருப்பம்.

விட்டம் AB இற்குச் செங்குத்தாக, மையம் O விலிருந்து x தூரத்தில் δx தடிப்புடைய சிறிய வட்டத்தட்டு PQ ஐக் கருதுக.
ஓரலகு கனவளவின் திணிவு $-m$ என்க.

வட்டத்தட்டின் திணிவு $=\pi\left(a^2-x^2\right)\delta x.m$

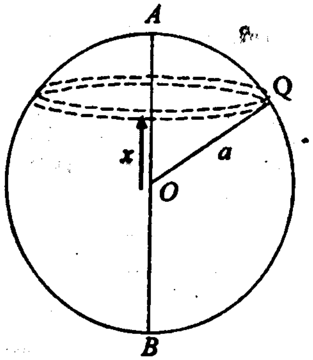
www.aswarphysics.weebly.com

AB பற்றி வட்டத்தட்டின் சடத்துவத்திருப்பம் $= \frac{1}{2}\left[\pi\left(a^2 - x^2\right)\delta x.m\right]\left(a^2 - x^2\right)$

எனவே, AB பற்றி கோளத்தின் சடத்துவத்திருப்பம்

$$I_{AB} = \lim_{\delta x \to 0} \sum_{x=-a}^{+a} \frac{m}{2}\pi\left(a^2 - x^2\right)^2 dx$$

$$= \frac{\pi m}{2}\int_{-a}^{a}\left(a^2 - x^2\right)^2 dx$$



$$\frac{\pi m}{2}\left[a^4 x - \frac{2a^2x^3}{3} + \frac{x^5}{5}\right]_{-a}^{+a}$$

$$= \frac{8}{15}\pi m a^5$$

$$\frac{2}{5}\left(\frac{4}{3}\pi a^3\right).a^2 = \frac{2}{5}Ma^2$$

7. M திணிவும், ஆரை a உம் உடைய சீரான பொட்கோளமொன்றின் ஒரு விட்டம் பற்றிய சடத்துவத் திருப்பம்.

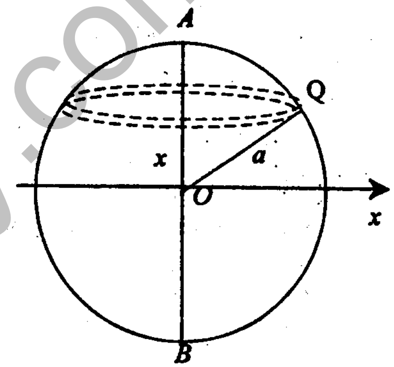
கோளத்தின் மையம் O. ஓரலகு பரப்பின் திணிவு m. AB இற்குச் செங்குத்தான, கோளத்தின் சிறிய வளையமொன்றைக் கருதுக. Ox, OA இற்கு செங்குத்தானது. வளையத்தின் ஆரை $a\cos\theta$, தடிப்பு $\delta\theta$ வளையத்தின் திணிவு $=(2\pi a\cos\theta.a\delta\theta)m$

AB பற்றி வளையத்தின் சடத்துவத்திருப்பம் $= (2\pi a\cos\theta.a\delta\theta.m).(a\cos\theta)^2$

AB பற்றி கோளத்தின் சடத்துவத் திருப்பம்

$$I_{AB} = \lim_{\delta x \to 0} \sum_{\theta=-\pi/2}^{+\pi/2} (2\pi a\cos\theta.a\delta\theta.m).(a\cos\theta)^2$$

$$= \int_{-\pi/2}^{+\pi/2} 2\pi a^4 m\cos^3\theta.d\theta$$



$$= 2\pi a^4 m\int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos^3\theta.d\theta$$

$$= 2\pi a^4 m\int_{-\pi/2}^{+\pi/2} \cos^3\theta d\theta$$

$$= \frac{2\pi a^4 m}{4}\int_{-\pi/2}^{+\pi/2}(\cos 3\theta + 3\cos\theta)d\theta$$

$$= \frac{2\pi a^4 m}{4}\int_{-\pi/2}^{+\pi/2}\left[\frac{\sin 3\theta}{3} + 3\sin\theta\right]_{-\pi/2}^{+\pi/2}$$

$$= \frac{2\pi a^4 m}{4} \times \frac{16}{3}$$

$$= \left(4\pi a^2 m\right).\left(\frac{2}{3}\right)a^2$$

$$= \frac{2}{3}Ma^2$$

www.aswarphysics.weebly.com

சுழிப்பாரை (Radius of gyration).

தரப்பட்ட அச்சு பற்றி, விறைப்பான உடலொன்றின் சடத்துவத்திருப்பம் $I = Mk^2$ என்க. இங்கு M என்பது உடலின் திணிவும், k என்பது ஒரு நேரெண்ணும் ஆகும். அச்சடத்துவத் திருப்பமானது, இவ்வச்சிலிருந்து k தூரத்திலுள்ள M திணிவுள்ள துணிக்கையொன்றின் சடத்துவத் திருப்பத்திற்கு சமமாகும்.
k என்பது இவ்வச்சுப்பற்றிய உடலின் சுழிப்பாரை எனப்படும்.

உதாரணம்:

M திணிவும் $2a$ நீளமும் உடைய சீரான கோல் ஒன்றின், மையத்தினூடு, கோலுக்குச் செங்குத்தான அச்சு பற்றிய சடத்துவத்திருப்பம் $\frac{Ma^2}{3}$ ஆகும்.

$$I_\ell = \frac{Ma^2}{3} = M\left(\frac{a}{\sqrt{3}}\right)^2$$

இவ்வச்சு பற்றி, கோலின் சுழிப்பாரை $\frac{a}{\sqrt{3}}$ ஆகும்.

சமாந்தர அச்சுத் தேற்றம் (The parallel Axes Theorem)

M திணிவுள்ள ஒரு பொருளின் திணிவு மையம் G இனூடு செல்லும் அச்சினை குறித்து, அப்பொருளின் சடத்துவத்திருப்பம் I_G எனின், இவ்வச்சிற்குச் சமாந்தரமாக, இதிலிருந்து d தூரத்திலுள்ள இன்னொருபுள்ளி A யினூடாகச் செல்லும் அச்சு பற்றிய சடத்துவத் திருப்பம் I_A ஆனது,

$I_A = I_G + Md^2$ என்பதால் தரப்படும்.

திணிவுமையம் G இனூடாகச் செல்லும் அச்சு ℓ; ℓ இற்குச் சமாந்தரமாக, A யினூடு செல்லும் அச்சு ℓ^1 என்க.

ℓ, ℓ^1 இற்கு இடைத்தூரம் d ஆகும்.

உடலின் மீது m திணிவுடைய ,P என்னும் ஒரு துணிக்கையைக் கருதுக.

அச்சு ℓ இலிருந்து P இன் தூரம் r, ℓ^1 இலிருந்து P இன் தூரம் x என்க.

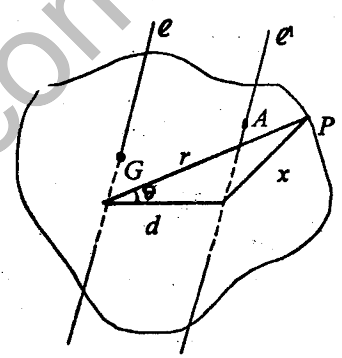
$$I_G = \sum mr^2, \quad I_A = \sum mx^2$$

$$I_A = \sum mx^2 = \sum m\left(r^2 + d^2 - 2rd\cos\theta\right)$$

$$= \sum mr^2 + \sum md^2 - 2d\sum mr\cos\theta$$

$$= I_G + d^2\sum m - 2d\sum mr\cos\theta$$

$$= I_G + Md^2 - 0$$



[$\frac{\sum mr\cos\theta}{\sum m}$ என்பது, ℓ இலிருந்து, திணிவு மையத்தின் தூரம். திணிவு மையம் G, ℓ இலிருப்பதால், $\frac{\sum mr\cos\theta}{\sum m} = 0$]

செங்குத்து அச்சுத் தேற்றம்.(The Perpendicular axes therom)

தள அடர் ஒன்றிலே, O வில் சந்திக்கும் இரு செங்குத்து அச்சுக்கள் Ox,Oy குறித்து, அடரின் சடத்துவத் திருப்பம் முறையே I_{ox}, I_{oy} எனின், அடரின் தளத்திற்குச் செங்குத்தாக O வினூடு செல்லும் அச்சு –Oz பற்றிய சடத்துவத்திருப்பம் I_{oz} எனின்,

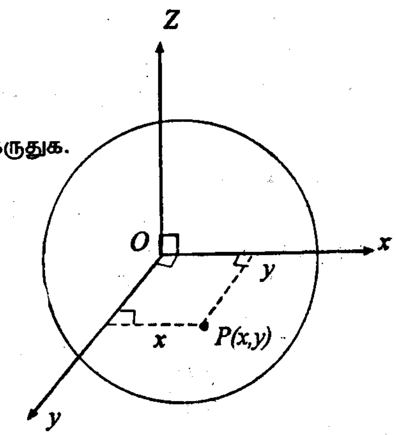
$I_{oz} = I_{ox} + I_{oy}$ ஆகும்.

அடரில் P என்னும் ஒரு துணிக்கையைக் கருதுக. துணிக்கையின் திணிவு m என்க.

$$I_{ox} = \sum my^2$$

$$I_{oy} = \sum mx^2$$

$$I_{oz} = \sum m.op^2$$



www.aswarphysics.weebly.com

3. M திணிவும், r ஆரையும் உடைய சீரான திண்மக் கோளமொன்றின் ஒரு விட்டம் பற்றிய சடத்துவத்திருப்பம் $\frac{2}{5}Mr^2$ எனக் காட்டுக. இவ்வாறான இரு கோளங்கள் $2r$ நீளமும், $\frac{1}{2}M$ திணிவுமுடைய மெல்லிய சீர்க்கோலொன்றினால், கோளங்களின் மையங்களுக்கிடையேயான தூரம் $4r$ ஆக இருக்குமாறு இணைக்கப்பட்டுள்ளன. இத்திண்மம் $CB = \frac{1}{2}r$ ஆகுமாறு AB யிலுள்ள ஒரு புள்ளி C பற்றி AB நிலைக்குத்துத் தளத்தில் இருக்குமாறு சிறிய அலைவுகளை ஆற்றக் கூடியது. AB க்குச் செங்குத்தாக C யினூடான கிடை அச்சு பற்றித் திண்மத்தின் சடத்துவத் திருப்பம் $\frac{1151}{120}Mr^2$ எனக் காட்டுக.

4. $2a$ பக்கமும், m திணிவும் உடைய சீரான சமபக்க முக்கோண அடரின், திணிவு மையத்தினூடாக, அதன் தளத்திற்குச் செங்குத்தான அச்சு பற்றிய சடத்துவத்திருப்பம் $\frac{1}{3}ma^2$ எனக் காட்டுக. $2a$ பக்கமும் M திணிவும் கொண்ட சீரான ஒழுங்கான அறுகோணி வடிவஅடரொன்றின், மையத்தினூடாக அதன் தளத்திற்குச் செங்குத்தான அச்சு பற்றிசடத்துவத் திருப்பம் யாது?

5. திணிவு m உம், வெளி உள் ஆரைகள் முறையே a, b உம் உடைய சீரான பொட்கோளமொன்றின் ஒருவிட்டம் பற்றிய சடத்துவத்திருப்பம் $\frac{2m}{5}\left(\frac{(a^5-b^5)}{(a^3-b^3)}\right)$ எனக்காட்டுக. இதிலிருந்து M திணிவும், வெளி, உள் ஆரைகள் முறையே $2a$, a உம் உடைய சீரான பொட்கோளமொன்றின், வெளிமேற்பரப்பிற்கான தொடலி ஒன்று பற்றிய சடத்துவத்திருப்பம் $\frac{202}{35}Ma^2$ என உய்த்தறிக.

6. ஆரை r உம், நீளம் ℓ உம், திணிவு M உம் உடைய சீரான திண்ம உருளையொன்றின் முனையொன்றின் ஒரு விட்டம் பற்றிய சடத்துவத் திருப்பத்தைக் காண்க.

7. (i) ஒவ்வொன்றும் M திணிவும் 2ℓ நீளமும், உடைய நான்கு சம சீர்க்கோல்கள் ஒரு சதுரவடிவச் சட்டமொன்றை உருவாக்குகின்றன. சதுரத்தின் மையத்தினூடு, அதன் தளத்திற்குச் செங்குத்தான அச்சு பற்றிய சடத்துவத் திருப்பத்தைக் காண்க.

(ii) ஒவ்வொன்றும் M திணிவும் 2ℓ நீளமும், உடைய பன்னிரண்டு சமசீர்க் கோல்கள் கனமுகி ஒன்றின் கூடு ஒன்றினை அமைக்கின்றன. இதன் மையத்தினூடாக ஓரங்களில் ஒன்றிற்குச் சமாந்தரமான அச்சு பற்றிய சடத்துவத் திருப்பத்தைக் காண்க.

8. திணிவு M உம், அடியின் ஆரை r உம் கொண்ட செவ்வட்ட சீரான திண்மக் கூம்பு ஒன்றின், அதன் அச்சு பற்றிய சடத்துவத்திருப்பம் $\frac{3Mr^2}{10}$ எனக் காட்டுக. அடிக்குச்சமாந்தரமாக, ஆரம்ப உயரத்தின் அரைப்பங்கு உயரம் கொண்ட கூம்பு இதிலிருந்து வெட்டியெடுக்கப்படுகிறது. அடித்துண்டத்தின் அதன் அச்சுப் பற்றிய சடத்துவத்திருப்பம் $\frac{93mr^2}{280}$ என நிறுவுக. இங்கு m துண்டத்தின் திணிவு ஆகும்.

9. ℓ நீளமுடைய OA என்னும் மெல்லிய கோலின் ஒரு புள்ளி P இல் அதன் அடர்த்தி λOP ஆகும். இங்கு λ ஒரு மாறிலி ஆகும். கோலின் புவியீர்ப்பு மையம் O விலிருந்து $\frac{2a}{3}$ தூரத்தில் உள்ளதெனக் காட்டி, O வினூடாக OA இற்குச் செங்குத்தான அச்சு பற்றி, அதன் சுழிப்பாரையைக் காண்க.

10. a ஆரையுடைய மெல்லிய சீரான வட்ட அடர் ஒன்றின், அதன் மையத்தினூடான தளத்திற்குச் செங்குத்தான அச்சு பற்றி சுழிப்பாரை $\frac{a}{\sqrt{2}}$ ஆகும் எனக்கொண்டு, r ஆரையுடைய திண்மக் கோளம் ஒன்றின், ஒரு விட்டம் பற்றிய சுழிப்பாரை $r\sqrt{\frac{2}{5}}$ எனக் காட்டுக.

R. ஆரையுடைய சீரான ஒரு திண்மக் கோளத்தின் உட்புறத்தில், r ஆரையுடைய கோளவடிவான குழி ஒன்று உண்டாக்கப்படுகிறது. இங்கு இரு கோள மேற்பரப்புக்களும், P என்னும் ஒரு புள்ளியில் தொடுகின்றன. மீதியாக உள்ள திண்மத்தின் புவியீர்ப்பு மையம் G எனில்,

www.aswarphysics.weebly.com

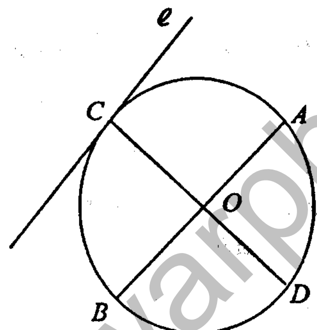
$$= \sum m\left(x^2 + y^2\right)$$
$$= \sum my^2 + \sum mx^2$$
$$= I_{ox} + I_{oy}$$

உதாரணம் 1.

M திணிவும் a ஆரையும் உடைய சீரான வட்டவளையமொன்றின் அதன் தளத்திலமைந்த ஒரு தொடலிபற்றி, வளையத்தின் சடத்துவத்திருப்பத்தைக் காண்க.

தொடலியை ℓ என்க. வளையத்தின் மையம் O. ℓ இற்கு சமாந்தரமாக O இனூடு செல்லும் விட்டம் AB ஐயும், AB இற்குச் செங்குத்தான விட்டம் CD ஐயும் கருதுக.
வளையத்தின் எந்தவொரு விட்டம் பற்றியும் சடத்துவத்திருப்பம் சமமாகையால்

$I_{AB} = I_{CD}$ ஆகும்.
O விற்கூடாக, தளத்திற்குச் செங்குத்தான அச்சுபற்றி சடத்துவத்திருப்பம் Ma^2 ஆகும்.



$Ma^2 = I_{AB} + I_{CD}$ [செங்குத்து அச்சுத் தேற்றம்]

$$I_{AB} = \frac{Ma^2}{2} \quad [I_{AB} = I_{CD}]$$

$$I_\ell = I_{AB} + Ma^2$$

$$= \frac{3Ma^2}{2}$$

உதாரணம் 2.

M திணிவும், $2a$, $2b$ பக்கங்களை உடையதுமான சீரான செவ்வக அடர் ஒன்றின், ஓர் உச்சியினூடு செல்வதும், தளத்திற்கு செங்குத்தானதுமான அச்சு ℓ குறித்து, சடத்துவத்திருப்பம்.

$AB = 2a,\ BC = 2b.$ திணிவுமையம் G.

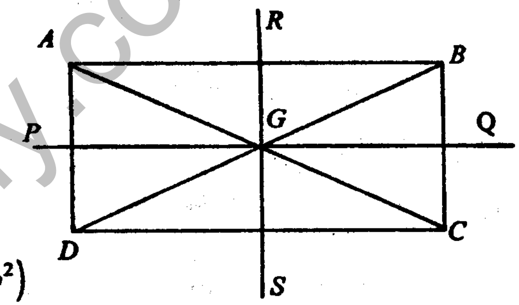
$$I_{PQ} = \frac{1}{3}Mb^2$$

$$I_{RS} = \frac{1}{3}Ma^2$$

$$I_{AB} = I_{PQ} + Mb^2 = \frac{4}{3}Mb^2$$

$$I_{AD} = I_{RS} + Ma^2 = \frac{4}{3}Ma^2$$

$$I_\ell = I_{AB} + I_{AD} = \frac{4}{3}M\left(a^2 + b^2\right)$$



10(a)

1. M திணிவுடைய ABC என்னும் சீரான முக்கோணி அடரில் $AB = AC$. A இலிருந்து BC இற்கான செங்குத்துத் தூரம் h. BC பற்றி அடரின் சடத்துவத் திருப்பம் $\frac{1}{6}Mh^2$ எனக் காட்டுக.

   BC இற்கு சமாந்தரமாக, BC இலிருந்து $\frac{1}{2}h$ தூரத்தில் இவ்வடர் வெட்டப்பட்டு முக்கோணப்பகுதி அகற்றப்படுகிறது.
   BC பற்றி எஞ்சிய சரிவகத்தின் சடத்துவத் திருப்பத்தைக் காண்க.

2. m திணிவும் r ஆரையும் உடைய சீரான திண்மக் கோளமொன்றின், ஒரு விட்டம் AB பற்றிய சடத்துவத்திருப்பம் $\frac{2}{5}mr^2$ எனக் காட்டுக. $4r$ நீளமும் $\frac{1}{2}m$ திணிவும் உடைய CB என்னும் ஒரு சீர்க்கோல், கோளத்தில் B இல், விறைப்பாக இணைக்கப்பட்டுள்ளது, ABC ஒரு நேர் கோடாக அமைந்துள்ளது. இத்தொகுதி C இலுள்ள ஒரு கிடை அச்சுபற்றி, ABC ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் அசையுமாறு உள்ளது. இவ்வச்சுப் பற்றித் தொகுதியின் சடத்துவத் திருப்பம் $\left(\frac{421}{15}\right)mr^2$ எனக் காட்டுக.

www.aswarphysics.weebly.com

(a) PG இன் தூரத்தையும்,

(b) இரு கோளப்பரப்புக்களுக்கும் P யிலுள்ள பொதுத்தொடலி பற்றி, மீதியாக உள்ள திண்மத்தின் சுழிப்பாரையைக் காண்க.

10(b)

கோண உந்தம் (Angular Momentum)

அடரிலுள்ள O வினூடு செல்லும் நிலைத்த அச்சுபற்றி, அச்சுக்குச் செங்குத்தாக அடர்சுழல்கிறது.

அடரில் துணிக்கை P இன் கதி $V = r\theta$

துணிக்கை P இன் நீட்டல் உந்தம் $mv = m(r\dot{\theta})$

O இனூடான அச்சு பற்றி நீட்டல் உந்தத்தின் திருப்பம்

$$= (mr\dot{\theta})r = mr^2\dot{\theta}$$

முழு அடருக்குமான நீட்டல் உந்தத்தின் திருப்பம்

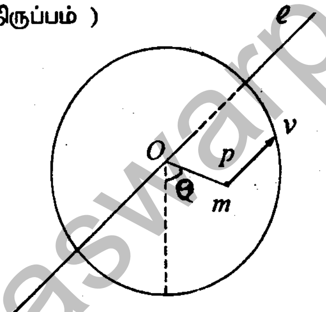
$$= \sum mr^2\dot{\theta}$$

$$= \dot{\theta}\sum mr^2$$

$= I\dot{\theta}$ (I – அச்சுபற்றி அடரின் சடத்துவத்திருப்பம்)

இது கோண உந்தம் என அழைக்கப்படும்.

$$\boxed{H = I\dot{\theta}}$$



திருப்பச் சமன்பாடு

சுழற்சி அச்சு பற்றி வெளிவிசைகளின் திருப்பங்களின் கூட்டுத்தொகை
= அச்சு பற்றிய கோண உந்தமாற்றம்.

$$L = I\frac{d\dot{\theta}}{dt} = I\ddot{\theta}$$

$L = 0$ எனின், $I\ddot{\theta} = 0$

$\ddot{\theta} = 0$

எனவே $\dot{\theta}$ ஒரு மாறிலி

ஆகவே, $L = 0$ எனின், $H = I\dot{\theta}$ ஒரு மாறிலி

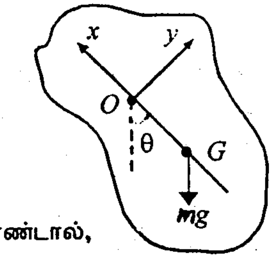
இது கோண உந்தக்காப்புத் தத்துவம் எனப்படும்.

சத்திக்காப்புத் தத்துவம் (Principle of conservation of energy)

வெளி விசைகள் வேலை செய்யவில்லை எனின், தொகுதி ஒன்றின் பொறிமுறை சக்தி மாறாது இருக்கும்.

சுழற்சி அச்சுபற்றி உடல் சுழலும்போது, இயக்கத்திற்கு தடைவிசைகள் எதுவும் இல்லையெனின், அச்சு ஒப்பமானதெனப்படும். அதாவது அச்சுபற்றி சுயாதீனமாகச் சுழலக்கூடியது எனப்படும்.

இயக்கசக்தி + அழுத்த சக்தி = மாறிலி.
$K.E + P.E = C$



அடரின் திணிவு M, திணிவுமையம் G
$OG = h$,

O வினூடான அச்சுபற்றி அடரின் சடத்துவதிருப்பம் I

O வினூடான கிடைமட்டத்தை சக்தி மட்டமாகக் கொண்டால்,

$$\frac{1}{2}I\dot{\theta}^2 - Mgh\cos\theta = \text{மாறிலி}$$

கூட்டுசல் (Compound pendulum)

நிலையான சமநிலைத்தானம் பற்றிய சிறிய அலைவுகளுக்கு, θ – சிறிது எனக் கொள்ளப்படும்

$$L = I\ddot{\theta}$$

$-Mgh\sin\theta = M(k^2 + h^2)\ddot{\theta}$ [இங்கு G இனூடாக, தரப்பட்ட அச்சுக்கு சமாந்தரமான அச்சு பற்றிய சடத்துவத் திருப்பம் Mk^2]

$$\ddot{\theta} = -\frac{gh}{k^2 + h^2}\sin\theta$$

சிறிய அலைவுகளுக்கு $\sin\theta \approx \theta$

$$\ddot{\theta} = -\frac{gh}{k^2 + h^2}\theta$$

www.aswarphysics.weebly.com

$$\ddot{\theta} = -\omega^2 \theta$$

$$\text{அலைவுகாலம்} = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{k^2+h^2}{gh}}$$

$$\text{சமமான எளிய ஊசலின் நீளம்} = \frac{k^2+h^2}{h}$$

அச்சில் மறுதாக்கம் (Reaction on the axis).

$P = ma$ ஐப் பிரயோகிப்பதால்,

$$X - Mg\cos\theta = Mh\dot{\theta}^2$$

$$Y - Mg\sin\theta = Mh\ddot{\theta}$$

இவ்விரு சமன்பாடுகளிலுமிருந்து $\dot{\theta}, \ddot{\theta}$ என்பவற்றிற்குப் பிரதியீடு செய்வதன் மூலம் X, Y ஐக் காணலாம்.

(m

கணத்தாக்கு விசைகள்

நிலைத்த அச்சுபற்றி சுயாதீனமாகச் சுழலக்கூடிய அடரொன்றின் மீது கணத்தாக்கு ஒன்று தொழிற்படுமெனின்,

(1) விளையுள் வெளிக் கணத்தாக்கு = அடரின் நீட்டல் உந்த மாற்றத்திற்குச் சமம். [அச்சினால், அடரில் ஏற்படும் கணத்தாக்கும், இச்சமன்பாட்டில் சேர்க்கப்படவேண்டும். இக்கணத்தாக்கு, அடருக்கு வெளிக் கணத்தாக்காகக் கொள்ளப்படும்].

(2) அச்சுபற்றிய வெளிக் கணத்தாக்கத்தின் திருப்பம் = அச்சுபற்றி கோண உந்தமாற்றம்.

$$J \cdot d = I(\omega_2 - \omega_1)$$

அச்சு பற்றிய வெளிக்கணத்தாக்கின் திருப்பம் பூச்சியமெனின், அச்சு பற்றிய கோண உந்தமாற்றம் பூச்சியம்.
ஆகவே கோண உந்தம் ஒரு மாறிலி

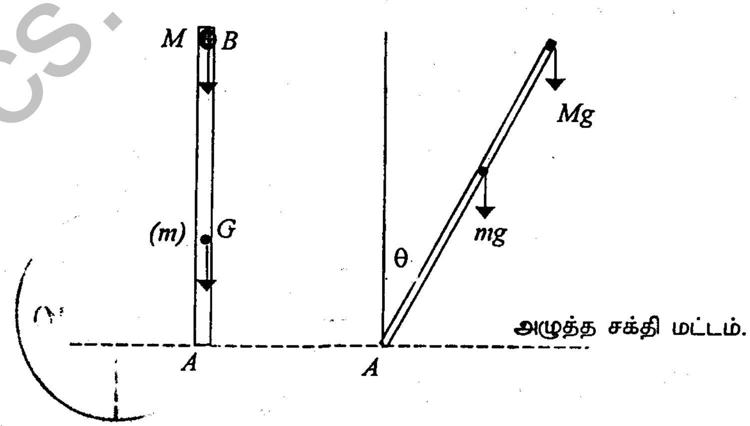
உதாரணம் 1

m திணிவும் 2ℓ நீளமும், உடைய AB என்னும் சீர்க்கோலொன்றின் ஒரு முனையினூடாக கோலுக்குச் செங்குத்தான அச்சுப்பற்றிய சடத்துவத் திருப்பத்தைக் காண்க.

இக்கோல் A என்னும் நிலைத்த புள்ளிக்கு சுயாதீனமாகப் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது. முனை B இல் M திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இத்தொகுதி, A யிற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே B இருக்குமாறு பிடிக்கப்பட்டு மெதுவாக இடம் பெயர்க்கப்படுகிறது.

கோல் கிடையாக வரும்போது, அதன் கோண வேகம் ω ஆனது,

$$\omega^2 = \frac{3(2M+m)}{2(3M+m)} \cdot \frac{g}{\ell}$$ என்பதால் தரப்படுமெனக் காட்டுக.



$$I_A = \frac{4}{3}m\ell^2 + M(2\ell)^2 = \frac{4\ell^2}{3}(3M+m)$$

சக்திக்காப்புவிதி

$$O + Mg2\ell + mg\ell = \frac{1}{2} I\dot{\theta}^2 - Mg2\ell\cos\theta - mg\ell\cos\theta$$

$$(2M+m)g\ell = \frac{2\ell^2}{3}(3M+m)\dot{\theta}^2 - g\ell\cos\theta(2M+m)$$

$\theta = \frac{\pi}{2}$ ஆக, $\dot{\theta} = \omega$

www.aswarphysics.weebly.com

$$(2M+m)g\ell = \frac{2\ell^2}{3}(3M+m)\,\omega^2$$

$$\omega^2 = \frac{3(2M+m)}{2(3M+m)}\cdot\frac{g}{\ell}$$

உதாரணம் 2

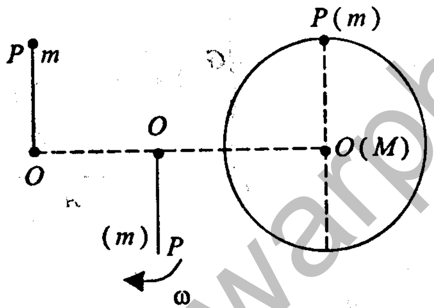
M திணிவும் a ஆரையுமுடைய, ஒரு சீரான வட்ட அடர், அதன் மையத்தினூடான நிலைத்த ஒப்பமான கிடை அச்சுபற்றி சுழலச் சுயாதீனமுடையது. m திணிவுடைய துணிக்கை P, தட்டின் அதியுயர் புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டுத் தொகுதி ஓய்விலிருந்து சிறிது இடம் பெயர்க்கப்படுகிறது. P யானது தட்டின் மையத்திற்கு நிலைக்குத்தாகக் கீழே இருக்கும்போது கோண உந்தம் $\sqrt{[2m(M+2m)ga^3]}$ எனக் காட்டுக.

இக்கணத்தில் தட்டானது மேலும் 60° யினூடு சுழற்சியடைந்ததும் ஓய்விற்கு வருமாறு மாறா இணையொன்று பிரயோகிக்கப்படுகின்றது. இணையின் பருமனைக் காண்க.

O வினூடான அச்சு ℓ என்க. ℓ பற்றி தொகுதியின் சடத்துவத் திருப்பம்.

$$I_\ell = \frac{Ma^2}{2} + ma^2$$

$$= \frac{1}{2}(M+2m)a^2$$

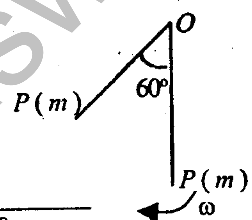


சக்திச் சமன்பாடு

$$mga = \frac{1}{2}I\omega^2 - mga$$

$$\omega^2 = \frac{4mga}{I} = \frac{8mga}{(M+2m)a^2}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{8mg}{(M+2m)a}}$$



ஆகவே, கோண உந்தம் $I\omega = \frac{1}{2}(M+2m)a^2 \cdot \sqrt{\frac{8mg}{(M+2m)a}}$

$$= \sqrt{2m(M+2m)ga^3}$$

இயக்கசக்தி மாற்றம் = செய்யப்பட்ட வேலை.

$$0 - \frac{1}{2}I\omega^2 = -mga(1-\cos 60) - C\frac{\pi}{3}$$ (C - இணையின் பருமன்)

$$\frac{1}{2}I\omega^2 = -\frac{mga}{2} + C\frac{\pi}{3}$$

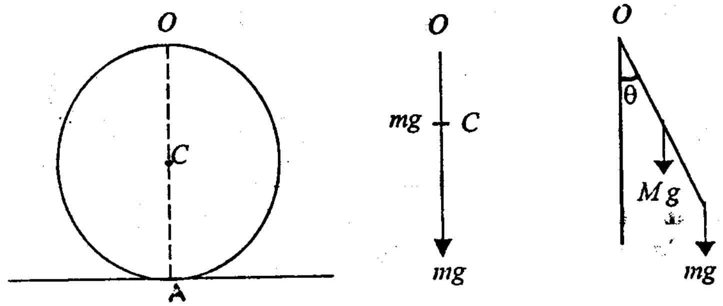
$$2mga - \frac{mga}{2} = C\cdot\frac{\pi}{3}$$

$$C = \frac{9mga}{2\pi}$$

உதாரணம் 3

m திணிவும், நீளம் $2a$ உம் உடைய சீரான கோல் ஒன்று, அதன் நடுப்புள்ளி A இல், M திணிவும் a ஆரையுமுடைய வட்டத்தட்டுடன், கோலானது தட்டின் தளத்திலிருக்குமாறும், தட்டிற்குத் தொடலியாக அமையுமாறும் விறைப்பாகக் கட்டப்பட்டுள்ளது. தொகுதியானது O வினூடான கிடை அச்சுபற்றி தட்டின் நிலைக்குத்துத் தளத்தில் சுயாதீனமாக இயங்க வல்லது. இங்கு O ஆனது A யினூடு செல்லும் விட்டத்தின் மறுமுனை வட்டத்தட்டின் விளிம்பைச் சந்திக்கும் புள்ளியாகும். சிறிய அலைவுகளுக்கான காலம்,

$$2\pi\sqrt{\frac{9M+26m}{6M+12m}\cdot\frac{a}{g}}$$ எனக் காட்டுக.



O வினூடான கிடை அச்சு ℓ பற்றி தொகுதியின் சக்தி I_ℓ என்க.

$$I_\ell = \left(\frac{Ma^2}{2} + Ma^2\right) + \left\{\frac{ma^2}{3} + m(2a)^2\right\}$$

www.aswarphysics.weebly.com

$$= \frac{3Ma^2}{2} + \frac{13ma^2}{3}$$

$$= \left(\frac{9M+26m}{6}\right)a^2$$

$L = I\ddot{\theta}$

$$-Mg.a\sin\theta - mg.2a\sin\theta = \left(\frac{9M+26m}{6}\right)a^2\ddot{\theta} \text{ ———(1)}$$

$$\theta = -\frac{6M+12m}{9M+26m}\cdot\frac{g}{a}\sin\theta$$

சிறிய அலைவுகளுக்கு $\sin\theta \;\; \theta$

$$\ddot{\theta} = -\frac{6M+12m}{9M+26m}\cdot\frac{g}{a}\theta$$

அலைவு காலம் $T = 2\pi\sqrt{\frac{9M+26m}{6M+12m}\cdot\frac{a}{g}}$

சமன்பாடு (1) இனை சக்திச் சமன்பாட்டிலிருந்தும் பெறலாம்.
சக்திச் சமன்பாடு

$$\frac{1}{2}I\dot{\theta}^2 - Mga\cos\theta - 2mga\cos\theta = \text{மாறிலி}$$

நேரம் t இற்கு சார்பாக வகையிட

$$\frac{1}{2}I\cdot 2\dot{\theta}\ddot{\theta} + Mga\sin\theta\dot{\theta} + 2mga\sin\theta\dot{\theta} = 0$$

உதாரணம் 4

m திணிவும் $2a$ நீளமும் உடைய சீர்க்கோலொன்று அதன் நடுப்புள்ளியிலிருந்து x தூரத்தில் கோலிலுள்ள ஒரு புள்ளிபற்றி நிலைக்குத்துத் தளத்திலே அலைகிறது. சமவலுவான எளிய ஊசலின் நீளத்தைக் கண்டு, இது மிகச் சிறிதாக இருப்பதற்கான x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

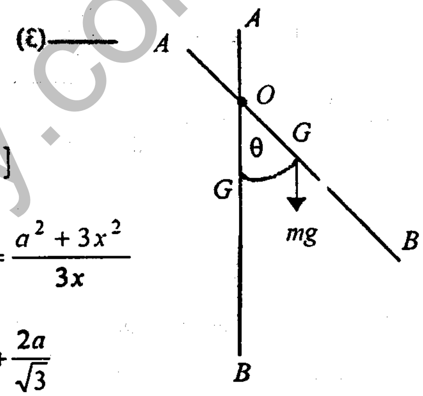
கோலின் நீளம் $AB = 2a$, திணிவு m, O வினூடான அச்சு ℓ என்க.

$$I_\ell = \frac{1}{3}ma^2 + mx^2$$

$L = I\ddot{\theta}$

$$-mgx\sin\theta = \frac{m}{3}\left(a^2 + 3x^2\right)\ddot{\theta}$$

$$\ddot{\theta} = -\frac{3x.g}{a^2+3x^2}\theta \; [\sin\theta \;\; \theta]$$



சமவலுவான எளிய ஊசலின் நீளம் $= \frac{a^2+3x^2}{3x}$

$$\frac{a^2+3x^2}{3x} = x + \frac{a^2}{3x} = \left(\sqrt{x} - \frac{a}{\sqrt{3x}}\right)^2 + \frac{2a}{\sqrt{3}}$$

$\sqrt{x} = \frac{a}{\sqrt{3x}}$ ஆக இருக்க $\frac{a^2+3x^2}{3x}$ இழிவாகும்.

அதாவது $x = \frac{a}{\sqrt{3}}$ ஆக, இழிவு பெறப்படும்.

உதாரணம் 5.

திணிவு M உம், ஆரை a உம் உடைய வட்டத்தட்டு ஒன்று, அதன் மையத்தின் ஊடான கிடை அச்சுபற்றி நிலைக்குத்துத் தளத்திலே அசைவதற்குச் சுயாதீனமுடையது. இலேசான இழை ஒன்று வட்டத் தட்டின் மேலாகச் செல்கிறது.

இழையின் முனைகளுக்கு $M, \frac{1}{2}M$ திணிவுகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. இழை

வழுக்கவில்லையெனக் கொண்டு திணிவுகளின் ஆர்முடுகல் $\frac{1}{4}g$ எனக் காட்டுக.

இழை வழுக்கவில்லை என்பதால், தட்டு θ கோணத்தினூடு திரும்பியதும்,
M திணிவு கீழிறங்கிய தூரம் $x = a\theta$ ஆகும்.

$P = ma$ ஐப்பிரயோகிப்பதால்,

$$M\downarrow,\; Mg - T_2 = Ma\ddot{\theta} \text{ ———(1)}$$

$$\frac{M}{2}\uparrow \;\; T_1 - \frac{Mg}{2} = \frac{M}{2}a\ddot{\theta} \text{ ———(2)}$$

அடருக்கு, $L = I\ddot{\theta}$

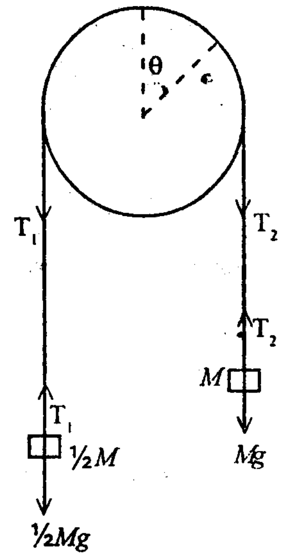
www.aswarphysics.weebly.com

$$\left(T_2 - T_1\right)a = \frac{Ma^2}{2}\ddot{\theta} \quad \text{——(3)}$$

$$(1)+(2), \quad \frac{Mg}{2} - \left(T_2 - T_1\right) = \frac{3M}{2}a\ddot{\theta}$$

$$\frac{Mg}{2} - \frac{Ma}{2}\theta = \frac{3M}{2}a\ddot{\theta}$$

$a\ddot{\theta} = \frac{g}{4}$; ஆகவே ஆர்முடுகல் $\frac{g}{4}$



உதாரணம் 6

m திணிவும், ஆரை *a* உம் உடைய சீரான வட்ட அடரொன்றின், அதன் மையத்தினூடான அச்சுபற்றிய சடத்துவத் திருப்பம் $\frac{1}{2}ma^2$ எனக் காட்டுக.

இவ்வடர், அதன் விளிம்பிலுள்ள ஒரு புள்ளி *P* யினூடாகச் செல்லும் ஒப்பமான நிலைத்த கிடை அச்சு பற்றி, நிலைக்குத்துத் தளத்திலே சுழலக்கூடியது. *P* யினூடான விட்டம் கிடையாக இருக்கையில் அடர் ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது.

இவ் விட்டம் கிடையுடன் கோணம் θ ஐ ஆக்குகையில், $a\theta^2 = \frac{4}{3}g\sin\theta$. என நிறுவுக.

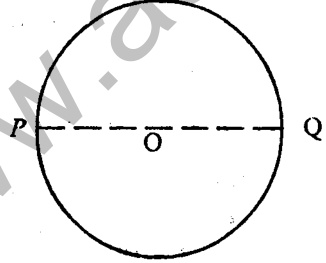
அச்சிலுள்ள மறுதாக்கத்தின், கிடை, நிலைக்கூறுகளை m, g, θ இன் உறுப்புகளில் காண்க.

$$I_P = I_o + ma^2 = \frac{3ma^2}{2}$$

சக்திக் காப்புவிதி.

$$O = \frac{1}{2}I\dot{\theta}^2 - mga\sin\theta$$

$$a\dot{\theta}^2 = \frac{4}{3}g\sin\theta \quad \text{——(1)}$$



$F = ma$ ஐப் பிரயோகிக்க,

$$Y - mg\sin\theta = ma\dot{\theta}^2 \quad \text{——(2)}$$

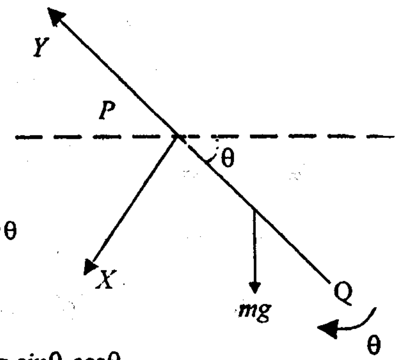
$$X + mg\cos\theta = ma\ddot{\theta} \quad \text{——(3)}$$

(1), (2) இலிருந்து, $Y = mg\sin\theta + \frac{4}{3}mg\sin\theta = \frac{7}{3}mg\sin\theta$

(1) ஐ, நேரம் *t* ஐக் குறித்து வகையிடுவதால்,

$$2a\dot{\theta}\ddot{\theta} = \frac{4}{3}g\cos\theta\dot{\theta}$$

$$a\ddot{\theta} = \frac{2}{3}g\cos\theta \quad \text{——(4)}$$



(3), (4) இலிருந்து

$$X = \frac{2}{3}mg\cos\theta - mg\cos\theta = -\frac{1}{3}mg\cos\theta$$

கிடைக்கூறு $X_0 = Y\cos\theta + X\sin\theta$

$$= \frac{7}{3}mg\sin\theta\cos\theta - \frac{1}{3}mg\sin\theta\cos\theta$$

$$= mg\sin 2\theta$$

நிலைக்கூறு $Y_0 = Y\sin\theta - X.\cos\theta$

$$= \frac{7}{3}mg\sin^2\theta + \frac{1}{3}mg\cos^2\theta$$

$$= \frac{mg}{3}\left(1 + 6\sin^2\theta\right)$$

$$= \frac{mg}{3}\left(4 - 3\cos 2\theta\right)$$

உதாரணம் 7.

திணிவு *m* உம், ஆரை *a* உம் உடைய சீரான வட்டவளையம் அதன் விளிம்பில் உள்ள நிலைத்தபுள்ளி *A* பற்றி சுயாதீனமாகச் சுழலக்கூடியதாக உள்ளது. *m* திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று வளையத்தின் மீது, *A* இற்கு எதிரே விட்டமாக அமையும் புள்ளி *B* யில் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. தொகுதியானது, *A* இற்கு கீழே *B* இருக்குமாறு சுயாதீனமாகத் தொங்கிக் கொண்டிருக்கையில், தொகுதிக்கு தொடக்கக் கோணவேகம் ω கொடுக்கப்படுகிறது. இக்கோண வேகமானது, தொகுதி

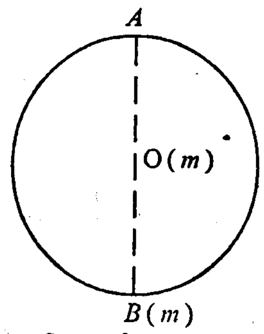
www.aswarphysics.weebly.com

மட்டுமட்டாகத் தன் தளத்திலே பூரண வட்டங்களை ஆக்குவதற்குப் போதுமானது. $a\omega^2 = 2g$ என நிறுவுக.

இயக்கத்தின் போது AB, கீழ்நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் θ கோணத்தை அமைக்கும் பொழுது, சுழலிடத்தின் மறுதாக்கத்தின் BA திசையிலான கூறு R ஆகவும், BA இற்குச் செங்குத்தாக θ அதிகரிக்கும் திசையிலான கூறு S ஆகவும் இருப்பின்

$R = mg(3+5\cos\theta)$ எனக்காட்டி

S ஐக் காண்க.



A யினூடான கிடை அச்சு பற்றித் தொகுதியின்

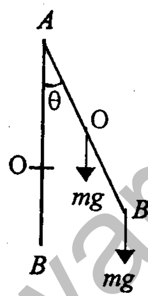
சடத்துவத் திருப்பம் $I_A = \left(ma^2 + ma^2\right) + m(2a)^2$

$$= 6ma^2$$

தொகுதிக்கு, சக்திச் சமன்பாடு.

$$\frac{1}{2} I_A \omega^2 - mga - mg(2a) = \frac{1}{2} I_A \dot\theta^2 - mga\cos\theta - mg2a\cos\theta$$

$$3ma^2\omega^2 - 3mga = 3ma^2\dot\theta^2 - 3mga\cos\theta$$



$$a\omega^2 - g = a\dot\theta^2 - g\cos\theta$$

$$a\dot\theta^2 = a\omega^2 - g + g\cos\theta \quad \text{———(1)}$$

மட்டுமட்டாக பூரண வட்டத்தில் இயங்குவதால்

$\theta = \pi$ ஆக, $\dot\theta = 0$

$$0 = a\omega^2 - 2g$$

ஆகவே $a\omega^2 = 2g$ ———(2)

(1), (2) இலிருந்து, $a\dot\theta^2 = g(1+\cos\theta)$ ———(3)

(3) ஐ, t ஐக் குறித்து வகையிட

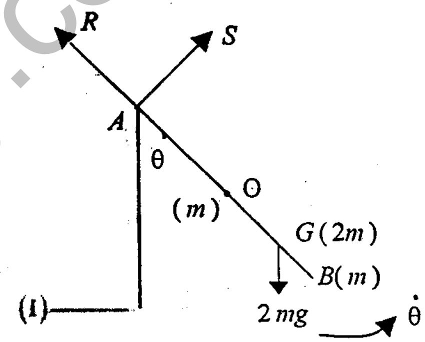
$$2a\dot\theta\ddot\theta = -g\sin\theta\,\dot\theta$$

$$a\ddot\theta = -\frac{g}{2}\sin\theta \quad \text{———(4)}$$

தொகுதியின் திணிவு மையம், AB இல் G இலிருக்கும்.

$$AG = a + \frac{a}{2} = \frac{3a}{2}$$

தொகுதிக்கு $\underline{F} = m\underline{a}$ ஐப் பிரயோகிக்க.



$$\nwarrow \quad R - 2mg\cos\theta = 2m\left(\frac{3a}{2}\right)\dot\theta^2$$

$$R = 2mg\cos\theta + 3ma\dot\theta^2$$

$$R = mg(3+5\cos\theta)$$

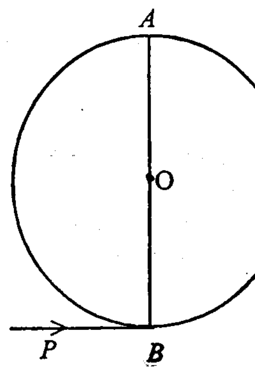
$$\nearrow \quad S - 2mg\sin\theta = 2m\left(\frac{39}{2}\right)\ddot\theta$$

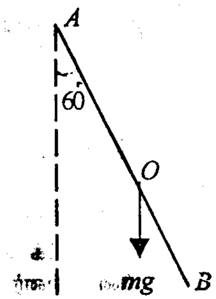
$$S = 2mg\sin\theta + 3ma\ddot\theta$$

$$S = \frac{mg\sin\theta}{2}$$

உதாரணம் 8.

M திணிவும் a ஆரையும், உடைய ஒரு சீரான வட்ட அடர், அதன் ஒரு விட்டம் AB இன் முனை A யினூடாகச் செல்லும் அச்சுபற்றி, நிலைக்குத்துத்தளத்தில் இயங்கச் சுயாதீனமுடையது. B யானது, A யிற்கு நிலைக்குத்தாகக் கீழே இருக்க, அடர் ஓய்விலிருக்கும்போது, B இல், அடரின் தளத்தில் P என்னும் கிடையான கணத்தாக்கு ஒன்று பிரயோகிக்கப்படுகிறது. AB, 60° இனூடு திரும்பியதும், அடர் முதலில் ஓய்வுக்கு வருமெனின், P ஐ M, a என்பவற்றில் காண்க.





www.aswarphysics.weebly.com

A இனூடான அச்சுபற்றி அடரின் சடத்துவத்திருப்பம் $=\frac{3ma^2}{2}$ கணத்தாக்கின் பின் உடனடியாகக் கோண வேகம் ω என்க.

A பற்றி கணத்தாக்கின் திருப்பம் = கோண உந்தமாற்றம்.

$$P.2a = I(\omega - 0)$$

$$P.2a = \frac{3ma^2}{2}\omega$$

$$P = \frac{3ma\omega}{4} \quad \text{———(1)}$$

சக்திக்காப்புவிதிப்படி,

$$\frac{1}{2}I\omega^2 - Mga = -Mga\cos 60$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{3Ma^2}{2}\right)\omega^2 = \frac{Mga}{2}$$

$$\omega^2 = \frac{2g}{3a} \quad \text{———(2)}$$

ஆகவே, $P = \frac{3Ma}{4}\sqrt{\frac{2g}{3a}}$

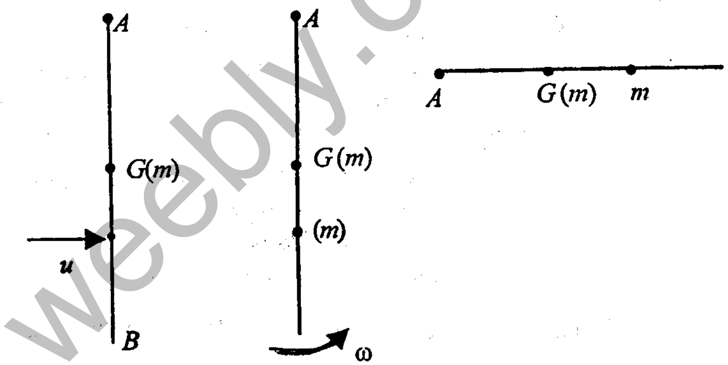
$$= \frac{1}{2}M\sqrt{\frac{3ga}{2}}$$

உதாரணம் 9.

m திணிவும், $2a$ நீளமும் உடைய ஒரு சீர்க்கோல் AB, A என்னும் நிலைத்த ஒப்பமான பிணையலிலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. கோல், நிலைக்குத்தாகத் தொங்கிக்கொண்டிருக்கையில், u கதியுடன், கிடையாக இயங்கும் m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று, A இற்குக் கீழே x தூரத்தில் கோலுடன் மோதி இணைந்து விடுகிறது. மொத்தலின் பின்னர் உடனடியாக கோண வேகம்

$\frac{3ux}{3x^2+4a^2}$ உடன் கோல் இயங்கத்தொடங்குமெனக் காட்டுக.

கோண வேகம் உயர்வாக இருக்கும் x இன் பெறுமானத்தைக் கண்டு, தொடரும் இயக்கத்தில், x இன் இப் பெறுமானத்திற்குக் கோல் மட்டுமட்டாகக் கிடையாக வரும் u இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.



கோண உந்தக் காப்புத் தத்துவம்.

$$(mu)x = \left(\frac{4}{3}ma^2 + mx^2\right)\omega$$

$$\omega = \frac{3ux}{3x^2+4a^2} \quad \text{———(1)}$$

$$\omega = \frac{3ux}{3x^2+4a^2} = \frac{3u}{3x+\frac{4a^2}{x}} = \frac{3u}{\left(\sqrt{3x}-\frac{2a}{\sqrt{x}}\right)^2 + 4\sqrt{3}a}$$

ω உயர்வாக இருக்க, $\sqrt{3x}-\frac{2a}{\sqrt{x}}=0 \quad \Rightarrow \quad x=\frac{2a}{\sqrt{3}}$

ω இன் உயர்வுப்பெறுமானம் $\frac{3u}{4\sqrt{3}a} = \frac{\sqrt{3}u}{4a}$

சக்திக்காப்பு விதிப்படி

$$\frac{1}{2}I\omega^2 - mga - mgx = 0 \quad \text{———(2)}$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{4}{3}ma^2 + \frac{4ma^2}{3}\right)\left(\frac{\sqrt{3}u}{4a}\right)^2 = mg\left(a + \frac{2a}{\sqrt{3}}\right)$$

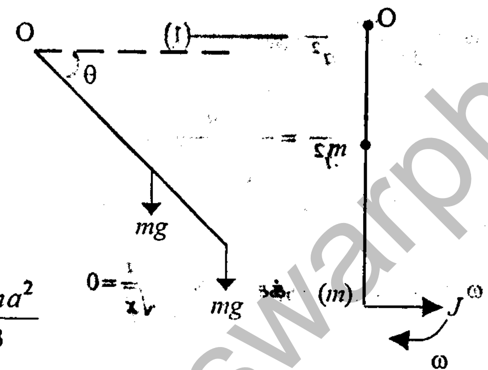
www.aswarphysics.weebly.com

$$\frac{1}{2}\times\frac{8ma^2}{3}\times\frac{3u^2}{16a^2}=4mga\frac{\left(2+\sqrt{3}\right)}{\sqrt{3}}$$

$$u^2=4ag\frac{\left(2+\sqrt{3}\right)}{\sqrt{3}}$$

உதாரணம் 10.

m திணிவும் $2a$ நீளமும் உடைய சீர்க்கோலொன்றின் ஒருமுனையில் m திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை இணைக்கப்பட்டு மறுமுனை O என்னும் புள்ளியில் சுழலுமாறு ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது. கோல் கிடையாகப் பிடிக்கப்பட்டு, ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. கோல் கிடையுடன் θ கோணத்தை ஆக்குகையில், கோலின் கோண வேகமானது, $\dot{\theta}^2=\frac{9g\sin\theta}{8a}$ என்பதால் தரப்படுமெனக் காட்டுக. கோல் நிலைக்குத்தாக வரும்போது, அதன் கீழ்முனை, நிலையான மீள்தன்மையற்ற தாங்கியொன்றுடன் மோதி, ஓய்விற்கு வருகிறது. தாங்கியில் ஏற்பட்ட கணத்தாக்கையும், பிணையலிலுள்ள கணத்தாக்கு மறுதாக்கத்தையும் காண்க.



தொகுதியின் சடத்துவத் திருப்பம்

$$=\frac{4ma^2}{3}+m(2a)^2=\frac{16ma^2}{3}$$

சக்திக்காப்பு விதிப்படி,

$$O=\frac{1}{2}I\dot{\theta}^2-mga\sin\theta-mg2a\sin\theta$$

$$\dot{\theta}^2=\frac{9g\sin\theta}{8a}\quad\text{———}(1)$$

கோல் நிலைக்குத்தாகவர, $\theta=\frac{\pi}{2}$ கோண வேகம் ω எனின்,

$$\omega^2=\frac{9g}{8a}$$

தாங்கியினால் ஏற்பட்ட கணத்தாக்கு J எனின்,

O பற்றி கணத்தாக்கின் திருப்பம் = கோண உந்தமாற்றம்

$$J.2a=I\left[O-(-\omega)\right]$$

$$J.2a=I\omega_3$$

$$J.2a=\frac{16Ma^2}{3}\cdot\sqrt{\frac{9g}{8a}}$$

$$J=2m\sqrt{2ga}\quad\text{———}(2)$$

O விலுள்ள கணத்தாக்கு மறுதாக்கம் J இற்கு சமாந்தரமானது.

$\underline{I}=\Delta\left(m\underline{v}\right)$

கணத்தாக்கு = உந்தமாற்றம், என்ற சமன்பாட்டைத் தொகுதியின் திணிவுமையத்திற்குப் பிரயோகிப்பதால்,

$$OA=a+\frac{a}{2}=\frac{3a}{2}$$

$$\longrightarrow J+X=2m\left[O-\left(\frac{3a}{2}\omega\right)\right]$$

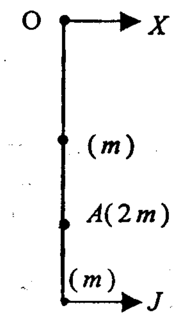
$$=3ma\omega$$

$$X=3ma\omega-J$$

$$=3ma3\sqrt{\frac{g}{8a}}-2m\sqrt{2ga}$$

$$=\frac{9m\sqrt{ag}}{2\sqrt{2}}-2m\sqrt{2ga}$$

$$=\frac{1}{4}m\sqrt{2ag}$$



www.aswarphysics.weebly.com

10(b)

1. ℓ நீளமுடைய சீரான கோல் ஒன்று, அதன் முனை நிலையான புள்ளி ஒன்றிற்கு ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது. கோல் சுயாதீனமாகத் தொங்கிக் கொண்டிருக்கையில், அதற்கு $\sqrt{\frac{6g}{\ell}}$ என்னும் கோணவேகம் கொடுக்கப்படுகிறது. கோல் பூரணவட்டத்தினை வரையுமெனக் காட்டுக.

2. ஓரலகு நீளத்திற்கு ஒரே திணிவைக் கொண்ட AB, CD என்னும் இரு சீர்கோல்களின் நீளங்கள் முறையே $2a, a$ ஆகும். AB யின் நடுப்புள்ளியுடன் C பொருந்துமாறும், கோல்கள் செங்கோணங்களில் இருக்குமாறு அவை விறைப்பாக மூடப்பட்டுள்ளன. இத்தொகுதி நிலைகுத்துத் தளத்தில் அசையத்தக்கவாறு, D இல் சுழலுமாறு பொருத்தப்பட்டுள்ளது. AB நிலைக்குத்தாக இருக்கத் தொகுதி ஓய்விலிருந்து இயங்கத் தொடங்கிறது. இக்கோல் கிடையாக வரும்போது, தொகுதியின் கோணவேகம் $\sqrt{\frac{5g}{3a}}$ எனக் காட்டுக

3. a ஆரையையுடைய சீரான அரைவட்ட அடர், அதன் வரைப்புறும் விட்டம் AB இன் ஒரு முனைபற்றி சுயாதீனமாக ஊசலாடக் கூடியது. AB கிடையாகவும், மிகக் கீழாகவுமிருக்க ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. AB மீண்டும் கிடையாக வரும்போது அதன் கோணவேகம் $\frac{4}{3}\sqrt{\frac{2g}{\pi a}}$ எனக் காட்டுக.

4. M திணிவும் a ஆரையும் உடைய சீரான வட்டத் தட்டொன்றின் விளிம்பிலுள்ள ஒரு புள்ளியினூடான, தட்டின் தளத்திற்குச் செங்குத்தான அச்சுப்பற்றிய சடத்துவத் திருப்பத்தைக் காண்க. இவ்வச்சு கிடையாக நிலைப்படுத்தப்பட்டிருக்க, அடரானது நிலைக்குத்துத்தளத்தில் சுயாதீனமாகச் சுழல்கின்றது. தட்டின் அதி உயர் கோண வேகம் $\sqrt{\frac{3g}{a}}$ எனின், அதன் அதிகுறைந்த கோண வேகம் $\sqrt{\frac{g}{3a}}$ எனக் காட்டுக.

5. W நிறையும் $2a$ நீளமும் உடைய கோல் ஒன்று, அதன் ஒரு முனைபற்றி சுழலுமாறு பொருத்தப்பட்டுள்ளது. கோல்கிடையாக இருக்கும்போது அது ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. இயக்கத்திற்கான ஒரே தடைவிசை $\frac{3Wa}{5\pi}$ பருமனுடைய ஒரு மாறா உராய்வு இணையாகும். கோலானது, மறு பக்கத்தில் நிலைக்குத்துடன் 60° கோணம் வரை எழும்பும் எனக் காட்டுக. கோல் முதலில் நிலைக்குத்தாக வரும்போது அதன் கோணவேகம் $\sqrt{\frac{21g}{20a}}$ எனக் காட்டுக.

6. $2a$ பக்கமுடைய சீரான சதுர அடர் $ABCD$ இன் திணிவு $6m$ ஆகும். m, $2m$, $3m$, $4m$ திணிவுடைய துணிக்கைகள் முறையே அடரில் உச்சிகள் A, B, C, D இல் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. இவ் அடர் தனது தளம் நிலைக்குத்தாக இருக்க, அதன் மையத்தினூடான கிடை அச்சுப் பற்றி சுழலச் சுயாதீனமுடையது. கோண வேகமானது, CD கிடையாகவும், AB இற்கு கீழாகவும் இருக்கும்போது உயர்வாக இருக்கும் எனக் காட்டுக.
அதிஉயர் இயக்க சக்தியானது, இழிவு இயக்கச் சக்தியின் மூன்று மடங்கெனின், BC கிடையாக இருக்கும் போது, அடரின் கோண வேகத்தைக் காண்க.
இக்கணத்தின், தொகுதியின் உந்தத்தின் திருப்பத்தின் மாற்றவீதத்தையும் காண்க.

7. M திணிவும் $2a$ நீளமும் உடைய சீர்க்கோல் AB, a ஆரையும் M திணிவும் கொண்ட சீரான வட்டத்தட்டு ஒன்றுடன், அதன் முனை A ஆனது, வட்டத் தட்டின் மையம் O வுடன் பொருந்துமாறும், AB தட்டின் தளத்திலேயே இருக்குமாறும் பொருத்தப்பட்டுள்ளது. இத்தொகுதி O வினூடாக, தட்டின் தளத்திற்குச் செங்குத்தான கிடை அச்சுப்பற்றி சுயாதீனமாகச் சுழலக்கூடியது. ஆரம்பத்தில் AB கிடையாக இருக்கத் தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. கிடையுடன் AB ஆக்கும் கோணம் θ ஆயும் ω கோணவேகம் ஆகவுமிருக்க

$$\omega^2 = \frac{12g}{11a}\sin\theta$$ எனக் காட்டுக.

AB கிடையாக இருக்கும் போது கோண ஆர்முடுகல் உயர்வானது எனவும் காட்டுக.

8. M திணிவும் a ஆரையுமுடைய, சீரான வட்ட அடரொன்றின், மையம் O வினூடாக அடரின் தளத்திற்குச் செங்குத்தான அச்சு OQ பற்றிய சடத்துவத்திருப்பம் $\frac{1}{2}Ma^2$ எனக் காட்டுக.

அச்சு OQ கிடையாக இருக்க, அடரானது அச்சுபற்றி சுயாதீனமாகச் சுழலக்கூடியது. இலேசான நீட்ட முடியாத இழை ஒன்றின் ஒரு முனை விளிம்பிற்கு இணைக்கப்பட்டு, இழையானது அடரின் விளிம்பைச் சுற்றிச் சுழற்றப்பட்டுள்ளது. இழையின் மறுமுனையில் m திணிவுடைய P என்னும் துணிக்கை இணைக்கப்பட்டுள்ளது. திணிவு m நிலைக்குத்தாக தொங்குகிறது. தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்பட்டால், P ஆனது தூரம் b இறங்கியதும், அதன் வேகம் $2\sqrt{\frac{bmg}{M+2m}}$ எனக்காட்டி, இழையிலுள்ள இழுவையைக் காண்க.

www.aswarphysics.weebly.com

9. ஒவ்வொன்றும் m திணிவும் $2a$ நீளமும் உடைய நான்கு சீர்க்கோல்கள் $ABCD$ என்னும் விறைப்பான சதுர சட்டத்தை அமைக்குமாறு அவற்றின் முனைகளில் மூட்டப்பட்டுள்ளன. இச்சட்டம், தளம் $ABCD$ யிற்கு செங்குத்தாக, A யினூடான நிலைத்த கிடை அச்சுபற்றி சுயாதீனமாகத் திருப்பக்கூடியது. இவ்வச்சுபற்றிய சட்டத்தின் சடத்துவத் திருப்பம் $\frac{40ma^2}{3}$ எனக் காட்டுக

இச்சட்டம் பூரண சுழற்சிகளை ஆக்குகின்றது. அதிஉயர், அதிகுறைந்த கோணவேகங்கள் முறையே $(1+\rho)\omega$, $(1-\rho)\omega$ எனின் $(0<\rho<1)$, $10\rho a\omega^2 = 3\sqrt{2}\, g$ எனக் காட்டுக.

10. a ஆரையும் m திணிவும் உடைய சீரான திண்ம உருளை ஒன்று நிலைக்குத்தாக நிலைப்படுத்தப்பட்ட அதன் அச்சுபற்றி சுயாதீனமாகத் திரும்பக்கூடியது. உருளையின்மீது mg பருமனுடைய கிடைவிசை ஒன்று தொழிற்படுகிறது. அதன் தாக்கக்கோடு, அச்சிலிருந்து a தூரத்தில் உள்ளது. ஓய்விலிருந்து n பூரண சுழற்சிகளை உருளை ஆற்ற எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.
கோணவேகம் ω ஆக இருக்கையில், அக்கிடைவிசைநீக்கப்பட்டு இயக்கத்தை எதிர்க்கும் இணை ஒன்று பிரயோகிக்கப்பட்டது. இவ்விணை உருளையின் கோணவேகத்திற்கு பருமனில் விகிதசமமானது. T நேரத்தில் கோணவேகம் $\frac{\omega}{2}$ இற்கு குறைக்கப்பட்டதெனில் மேலும் T நேரத்தின் பின் கோண வேகத்தைக் காண்க.

11. ஒவ்வொன்றும் m திணிவும் $2a$ நீளமும் உடைய சீரான மெல்லிய நான்கு கோல்கள் ஒரு சதுர சட்டத்தை ஆக்குமாறு முனைகளில் விறைப்பாக மூட்டப்பட்டுள்ளன. இக் கோல்களின் ஒன்றின் நடுப்புள்ளியூடாக, சதுரத்தின் தளத்திற்குச் செங்குத்தாக உள்ளன கிடை அச்சுபற்றி சட்டத்தின் சடத்துவத் திருப்பம் $\frac{28ma^2}{3}$ எனக் காட்டுக. இச்சட்டம், புவியீர்ப்பின் கீழ் இவ்வச்சு பற்றி சிறிய அலைவுகளை ஆக்கினால், அலைவு காலத்தைக் காண்க.

12. ஒவ்வொன்றும் m திணிவுடைய மூன்று துணிக்கைகள், M திணிவும் a ஆரையும் உடைய வட்ட வளையம் ஒன்றின் சமபக்க முக்கோணி ஒன்றின் உச்சிகளில் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. வளையமானது விளிம்பிலுள்ள ஒரு புள்ளிபற்றி, நிலைக்குத்துத் தளத்திலே சுயாதீனமாக அசையக்கூடியது.
சிறிய அலைவுகளுக்கு, சமானமான எளிய ஊசலின் நீளம், வளையத்தின் விட்டத்தின் நீளத்திற்குச் சமம் என நிறுவுக.

13. ஒவ்வொன்றும் m திணிவும் $2a$ நீளமும் உடைய இரு சீர்க்கோல்கள் AOB, COD என்பன, m திணிவும் a ஆரையும் கொண்ட வட்ட வளையமொன்றின், இரு செங்குத்து விட்டங்களாக அமையுமாறு இணைக்கப்பட்டுள்ளன. இத் தொகுதி a யிலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டு A பற்றி அதன் தளத்தில் அசைகிறது.
சிறிய அலைவுகளுக்கான காலத்தைக் காண்க.

14. மெல்லிய சீரான கம்பி ஒன்று a ஆரையுடைய அரை வட்டவில் வடிவில் உள்ளது. இதன் தளத்திற்குச் செங்குத்தாக ஒரு முனையினூடாகச் செல்லும் அச்சுபற்றி அதன் சுழிப்பாரையைக் காண்க.
கிடையாக உள்ள நிலையான இவ்வச்சுபற்றி வில்லானது அசைவதற்கு சுயாதீனமுடையது. நிலைத்த சமநிலைத்தானம் பற்றி, சிறிய அலைவுகளுக்கான காலத்தைக் காண்க.

15. m திணிவும் a ஆரையும் உடைய இரு சீரான வட்டத்தட்டுக்கள் ஒரே தளத்தில் உள்ளன. அவற்றினுடைய மையங்கள் இலேசான $4a$ நீளமுடைய கோலொன்றினால் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. தொகுதியானது, கோலின் நடுப்புள்ளியிலிருந்து, கோலில் x தூரத்தில் உள்ள புள்ளிபற்றி சுயாதீனமாக நிலைக்குத்துத் தளத்தில் சுழலக் கூடியதாக உள்ளது.
சிறிய அலைவுகளுக்கான காலத்தைக்கண்டு, இது இழிவாக இருக்கும் x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

16. நீளம் $2a$ உம் திணிவு m உம் உடைய ஒரு மெல்லிய சீர்க்கோல் AB, A யினூடான நிலைத்த கிடை அச்சுபற்றி நிலைக்குத்துத் தளத்திலே சுயாதீனமாகத் திரும்பக் கூடியது. திணிவு $24\ m$ உம் $\frac{1}{3}a$ ஆரையும் உடைய சீரான மெல்லிய அடர், அதன்மையம் C ஆனது, $AC = x$ ஆகுமாறு கோலில் உள்ள ஒரு புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. தட்டின் தளமானது சுழற்சி அச்சினூடாகச் செல்கிறது. கிடை அச்சுபற்றிய தொகுதியின் சடத்துவத் திருப்பம் $2m\left(a^2+12x^2\right)$ எனக் காட்டுக.

தொகுதி புவியீர்ப்பின் கீழ் அலைகிறது. AB கீழ்நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் θ கோணத்தை ஆக்கும் போது சக்திச் சமன்பாட்டினை எழுதுக. சிறிய அலைவுகளுக்கான காலம் T ஐக் காண்க.

x, மாறும் போது T இன் இழிவுப்பெறுமானம் $2\pi\left(\frac{a}{2g}\right)^{\frac{1}{2}}$ எனக் காட்டுக.

www.aswarphysics.weebly.com

17. M திணிவும் 2ℓ நீளமும் உடைய சீரான கோல் AB, $a\,(<2\ell)$ ஆரையும் M திணிவும் உடைய சீரான வட்டத் தட்டொன்றுடன் பொருத்தப்பட்டுள்ளது. தட்டும் கோலும் ஒரே தளத்திலும் கோலின் முனை B வட்டத்தட்டின் மையத்துடனும் பொருந்துகிறது. இத்தொகுதியானது, தட்டின் தளத்திற்குச் செங்குத்தாக A யினூடாகச் செல்லும் அச்சுபற்றி நிலைக்குத்துத் தளத்திலே சுயாதீனமாகச் சுழலக் கூடியது. AB இற்கும, கீழ்நோக்கிய நிலைக்குத்துக்குமிடையே உள்ள கோணம் θ ஆகவும், $\theta=\alpha$ ஆகும் போது தொகுதி ஓய்விலிருந்தும் விடப்பட்டால், தொகுதியின் கோண வேகம் ω ஆனது,

$$(32\ell^2+3a^2)\omega^2 = 36g\ell(\cos\theta-\cos\alpha)$$

என்பதால் தரப்படுமெனக் காட்டுக.
$4\ell=3a$ எனின், சிறிய அலைவுகளுக்கான காலத்தைக் காண்க.

18. m திணிவும் a நீளமும் உடைய சீர்க்கோல் OA ஆகும். அச்சு $\dot{O}B$ பற்றிய கோலின் சடத்துவத்திருப்பம் $\frac{1}{3}ma^2\sin^2\theta$ எனக் காட்டுக. இங்கு கோணம் AOB θ ஆகும்.
ஓவ்வொன்றும் m திணிவும் a நீளமும் உடைய AC, BC என்னும் இரு சீர்க்கோல்கள் C இல் " V " என்னும் எழுத்தை ஆக்குமாறு C இல் பிணைக்கப்பட்டுள்ளன. கோணம் ACB 60° ஆகும். இத்தொகுதி கிடை அச்சொன்றில் A, B என்னும் இரு புள்ளிகளில் சுயாதீனமாக சுழலுமாறு பிணைக்கப்பட்டுள்ளன. சமநிலைத்தானம் பற்றி சிறிய அலைவுகளுக்கான காலத்தைக் காண்க.

19. M திணிவும் $2a$ பக்கமும் உடைய சீரான சதுர அடரொன்றின் மையத்தில் m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. சதுரத்தின் மையத்தை மையமாகக் கொண்டு x ஆரையுடைய வட்டமொன்று அடரில் வரையப்பட்டுள்ளது. வட்டத்திலுள்ள ஒரு புள்ளியினூடான கிடை அச்சுபற்றி, இத்தொகுதி நிலைக்குத்துத் தளத்திலே சுயாதீனமாகச் சுழலவல்லது. சிறிய அலைவுகளுக்கான அலைவுகாலமானது, வட்டத்திலுள்ள புள்ளியில் தங்கியிருக்கவில்லையெனக் காட்டுக.

$x=\frac{a}{\sqrt{2}}$ ஆக இருக்கும் போது, இக்காலமானது இழிவாக இருப்பின் $\frac{m}{M}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

20. M திணிவுடைய அடரொன்று அடரிலுள்ள O என்னும் புள்ளியினூடான அடருக்குச் செங்குத்தான கிடை அச்சுபற்றி சுயாதீனமாகச் சுழலக் கூடியது. அடரின் புவியீர்ப்பு மையம் G, O விலிருந்து h தூரத்தில் உள்ளது. OG ஆனது O விலிருந்து அடரில் ℓ தூரத்திலுள்ள L என்னும் புள்ளிக்கு நீட்டப்படுகிறது. L இல் m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. நேரம் t இல் கீழ்நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் OG, கோணம் θ ஐ அமைக்கின்றதெனின்,

$(I+m\ell^2)\theta^2 - 2g(Mh+m\ell)\cos\theta = C$ என நிறுவுக. இங்கு I, O வினூடான அடரின் சடத்துவத்திருப்பமும், C ஒருமையும் ஆகும். சிறிய அலைவுகளுக்கான காலம் P ஐக் காண்க. துணிக்கையை அடரிலிருந்து நீக்கிய பின்னரும் அலைவு காலம் P எனின், $I = Mh\ell$ என நிறுவுக.

21. m திணிவும் a ஆரையும் உடைய சீரான ஒரு வட்டத்தட்டு, அதன் மையம் O வினூடாகச் செல்வதும், அடரின் தளத்திற்குச் செங்குத்தாக உள்ளதுமான OA என்னும் கிடை அச்சுபற்றி சுயாதீனமாகச் சுழல வல்லது. இலேசான இழையொன்றின் ஒரு முனை வட்டத்தட்டின் விளிம்பிலுள்ள ஒரு புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டு, இழையானது விளிம்பைச் சுற்றி சுற்றப்பட்டுள்ளது. இழையின் மறுமுனைக்கு km திணிவு இணைக்கப்பட்டு அது சுயாதீனமாகத் தொங்குகிறது. தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. அடர் கோணம் θ இனூடு சுழற்சியடைந்தபோது, துணிக்கையின் வேகம்

$$2\left\{\frac{kga\theta}{1+2k}\right\}^{\frac{1}{2}}$$

எனக் காட்டுக.

இழையின் நிலைக்குத்துப் பகுதியிலுள்ள இழுவையைக் காண்க.

22. M திணிவும், ஆரை a உம் உடைய கப்பி ஒன்று, அதன் தளத்திற்குச் செங்குத்தாக மையத்தினூடான கிடை அச்சுபற்றிச் சுழலச் சுயாதீனமுடையது. கப்பியின் மேலாகச் செல்லும் இழையின் நுனிகளுக்கு $2M$, M திணிவுடைய இரு துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. இழை, வழுக்குதலைத் தடுப்பதற்கு, கப்பி போதியளவு உராய்வை உடையது. இரு துணிக்கைகளும் நிலைக்குத்தாக தொங்குகையில் தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. கப்பி θ கோணத்தினூடாகத் திரும்பும்போது, அதன் கோண வேகம் ω ஆனது, $7a\omega^2=4g\theta$ என்பதால் தரப்படுமென நிறுவுக. $2M$ திணிவைத் தாங்கும் இழையின் பகுதியிலுள்ள இழுவை $\frac{10}{7}Mg$ எனக் காட்டுக.

23. a ஆரையுடைய சீரான அரைவட்ட வடிவ அடர் ஒன்றின் புவியீர்ப்புமையம், அதன் நேர்விளிம்பிலிருந்து $\frac{4a}{3\pi}$ தூரத்தில் உள்ளதெனக் காட்டுக. இவ்வச்சுபற்றிய சுழிப்பாரை $\frac{1}{2}a$ எனவும் காட்டுக.

M திணிவுடைய இவ்வடர் கிடையாக நிலைப்படுத்தப்பட்ட அதன் நேர் விளிம்பு பற்றிச் சுயாதீனமாகச் சுழலக்கூடியது. அடர் கிடையான நிலையில் பிடிக்கப்பட்டு

www.aswarphysics.weebly.com

விடுவிக்கப்படுகிறது. அடரின் இயக்கமானது, மாறா இணை ஒன்றினால் தடுக்கப்படுகிறது. அடரானது 150° யினூடு திரும்பியதும் முதலில் கணநிலை ஓய்விற்கு வருகிறது. இணையின் பருமனையும், அடர் முதலில் நிலைக்குத்தாக இருக்கையில் அதன் கோணக் கதியையும் காண்க.

24. a ஆரையும் m திணிவும் உடைய சீரான திண்ம உருளை ஒன்று, நிலைக்குத்தான தானத்தில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ள அதன் அச்சுபற்றி சுயாதீனமாகத் திரும்பக்கூடியது. mg பருமனுள்ள கிடை விசை ஒன்று உருளையின் மீது தாக்குகின்றது. விசையின் தாக்கக் கோடானது உருளையின் அச்சிலிருந்து a தூரத்திலுள்ளது. ஓய்விலிருந்து, n பூரண சுழற்சிகளை ஆற்ற எடுத்த நேரத்தைக் காண்க.

கோண வேகம் ω ஆரையன் செக் $^{-1}$ ஆக இருக்கும்போது கிடைவிசை தொழிற்படுவது நிறுத்தப்பட்டு, இயக்கத்திற்கெதிரான இணை ஒன்று பிரயோகிக்கப்படுகிறது. இணையானது பருமனில் உருளையின் கோணவேகத்திற்கு விகித சமமானது. T நேரத்தின் பின் கோண வேகம் $\frac{1}{2}\omega$ ஆரையன் செக் $^{-1}$ ஆகக் குறைகிறது. மேலும் T நேரத்தின் பின் கோண வேகத்தைக் காண்க.

25. m திணிவும், $6b$ நீளமும் உடைய சீர்க்கோல், ஒருமுனையிலிருந்து $2b$ தூரத்தில் உள்ள நிலையான புள்ளியில் ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டு, நிலைக்குத்துத் தளமொன்றிலே அலைவதற்குச் சுயாதீனமுடையது. இக் கோல் கிடையாகப் பிடிக்கப்பட்டு விடுவிக்கப்படுகிறது. கோலானது, கோணம் θ இனூடாகத் திரும்பியதும் அதன் கோண வேகம் $\sqrt{\frac{g\sin\theta}{2b}}$ என நிறுவுக.

கோல் நிலைக்குத்தாக இருக்கும்போது பிணையலிலுள்ள மறுதாக்கம் $\frac{3mg}{2}$ எனக் காட்டுக.

26. திணிவு m உம், ஒருபக்க நீளம் $2a$ உம் உடைய சீரான சதுர அடர் $ABCD$ ஆனது, AB இனது நடுப்புள்ளி P யிலுள்ள ஒப்பமான பிணையல் பற்றி நிலைக்குத்துத் தளமொன்றிலே சுயாதினமாகச் சுழலக் கூடியது. m திணிவுடைய ஒரு சிறிய துணிக்கை அடரில் A இல் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. அடரானது, அதன் மையம், P இற்கு நிலைக்குத்தாக கீழே இருக்குமாறு பிடிக்கப்பட்டு விடுவிக்கப்படுகிறது. AB ஆனது கிடையுடன் கூர்ங்கோணம் θ ஐ ஆக்கும்போது,

அடரின் கோண ஆர்முடுகல் $\frac{d^2\theta}{dt^2}=\frac{3g}{8a}(\cos\theta-\sin\theta)$ என்பதால் தரப்படுமெனக் காட்டுக.

அடரின் உயர் கோண வேகத்தைக காண்க.
அடர் விடுவிக்கப்பட்டு உடனடியாக பின்னர், பிணையலிலுள்ள மறுதாக்கத்தின் கிடை, நிலைக்குத்துக் கூறுகளைக் காண்க.

27. M திணிவும். a ஆரையும் உடைய வட்ட வளையம் ஒன்றின் மையம் G ஆகும். இவ்வளையம், அதன் விளிம்பிலுள்ள நிலைத்த புள்ளி O பற்றி ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டு, தன் தளத்திலே பூரண சுழற்சிகளை ஆற்றுகிறது. இயக்கத்தின் போது மிகக் குறைந்த கோண வேகம் Ω ஆகும். O வினூடான மேல் நோக்கிய நிலைக்குத்துடன், OG, கோணம் θ வை ஆக்கும்போது,

$$a\dot{\theta}^2=g(k-\cos\theta)$$ எனநிறுவுக.

இங்கு $k=1+\frac{a\Omega^2}{g}$ ஆகும்.

O விலுள்ள மறுதாக்கத்தின் பருமன் R எனின்,

$$R^2=\frac{1}{4}M^2g^2\left[15\cos^2\theta-16k\cos\theta+4k^2+1\right]$$ எனக் காட்டுக.

$R>4mg$ எனின் பிணையல் உடைந்து விடுமெனில், பூரண சுழற்சிகளை ஆற்றத்தக்கதான Ω இன் அதி உயர் பெறுமானத்தைக் காண்க.

28. m திணிவும், a ஆரையும் உடைய சீரான வட்ட அடர் ஒன்று, அதன் விளிம்பிலுள்ள A என்னும் புள்ளிக்கூடாக, அடரின் தளத்திற்குச் செங்குத்தாகச் செல்லும் கிடை அச்சுபற்றிச் சுழலச் சுயாதீனமுடையது. A யினூடான விட்டத்தின் மறுமுனை B இல் $\frac{m}{2}$ திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது.

AB கிடையாக இருக்கத் தொகுதி ஓய்வில் பிடிக்கப்பட்டு விடுவிக்கப்படுகிறது. சுழற்சியானது, $k\,m\,g\,a$ பருமனுடைய உராய்வு இணை ஒன்றினால் எதிர்க்கப்படுகிறது. இயங்கத் தொடங்கி t நேரத்தின் பின் AB யானது θ கோணத்தினூடு சுழற்சியடைந்திருப்பின், தொகுதி முதலாவதாக ஓய்விற்கு வரும்வரை

$$\frac{d^2\theta}{dt^2}=\frac{2g}{7a}(2\cos\theta-k)$$ எனக் காட்டுக.

$\theta=\frac{5\pi}{6}$ ஆகும்போது, தொகுதி முதலாவதாக ஓய்விற்கு வருமெனில் $k=\frac{6}{5\pi}$ எனக் காட்டுக.
AB முதலில் நிலைக்குத்தாக வரும்போது A யிலுள்ள மறுதாக்கத்தைக் காண்க.
எல்லா $t>O$ இற்கும் இச்சமன்பாடு வலிதற்றது ஏன் என விளக்குக.

www.aswarphysics.weebly.com

29. திணிவு m உம் நீளம் $4a$ உம் உடைய கரடான ஒரு சீர்க்கோல் கிடை மேசையொன்றின் மீது, கோலின் $3a$ நீளம், மேசைக்கு வெளியே இருக்குமாறு, மேசையின் விளிம்பிற்குச் செங்குத்தாகப் பிடிக்கப்பட்டு விடுவிக்கப்படுகிறது. கோல் வழுக்கத் தொடங்கவில்லையெனக் கொண்டு கோல் கோணம் θ இனூடு திரும்பியதும் அதன் கோண வேகம் $\sqrt{\dfrac{6g\sin\theta}{7a}}$ எனக் காட்டுக.

கோலுக்குச் செங்குத்தான மறுதாக்கத்தைக் காண்க.

μ உராய்வுக் குணகமாக இருக்க $\tan\theta=\dfrac{4\mu}{13}$ ஆக கோல் வழுக்கத் தொடங்கு மெனக் காட்டுக.

30. திணிவு m உம், ஒரு பக்க நீளம் $2a$ உம் உடைய சீரான சதுர அடர், அதன் உச்சி ஒன்றினூடாக அடரின் தளத்திற்குச் செங்குத்தாகச் செல்லும் கிடை அச்சுபற்றி நிலைக்குத்தத் தளத்திலே சுழலுவதற்குச் சுயாதீனமுடையது. அச்சினூடாகச் செல்லும் மூலைவிட்டம் கிடையாக இருக்க அடர் ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. இம் மூலைவிட்டத்திற்கும், கீழ்நோக்கிய நிலைக் குத்திற்குமிடையேயுள்ள கோணம் θ எனக்கொண்டு

(i) $\theta=\dfrac{\pi}{4}$ ஆகும்போது, அச்சின் மீதான மறுதாக்கத்தின் கிடை, நிலைக்கூறுகளைக் காண்க.

(ii) இம்மூலைவிட்டமானது $\theta=\dfrac{\pi}{4}$ இலிருந்து நிலைக்குத்தாக முதலில் வர எடுக்கும் நேரம்

$$\left(\frac{2a\sqrt{2}}{3g}\right)^{\frac{1}{2}}\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec^{\frac{1}{2}}\theta\, d\theta$$ எனக் காட்டுக.

31. 2ℓ நீளமுடைய ஒரு சீர்க்கோல், ஒரு கரடான கிடை மேசை மீது, நிலைக்குத்தாக இருக்குமாறு ஓய்வில் பிடிக்கப்பட்டு மெதுவாக விடுவிக்கப்படுகிறது; மேசையானது, வழுக்குதலைத் தடுப்பதற்குப் போதியளவு கரடானது. தொடரும் இயக்கத்தில், கோலானது நிலைக்குத்துடன் $\cos^{-1}\left(\dfrac{1}{3}\right)$ என்னும் கோணத்தை ஆக்கும்போது, செவ்வன் மறுதாக்கம் பூச்சியமாகிறது எனக்காட்டி, அப்பொழுது கோலின் கோணவேகம் $\sqrt{\dfrac{g}{\ell}}$ எனக் காட்டுக.

32. m திணிவும் $2a$ நீளமும் உடைய சீர்க்கோல் AB இன் முனை B இற்கு m திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இத்தொகுதியானது, கோலின் நடுப்புள்ளி ஒரு நிலைத்த கரடான கிடைத்தாங்கி மீது ஓய்விலிருக்க கிடை நிலையில் பிடிக்கப்பட்டு, விடுவிக்கப்படுகிறது. வழுக்குதல் நடைபெறுமுன்னர் கோலானது $\tan^{-1}\left(\dfrac{5\mu}{14}\right)$ என்னும் கோணத்தினூடு திரும்புமெனக் காட்டுக.

10(c)

1. M திணிவும் $2a$ பக்கமும் உடைய சதுர அடர் $ABCD$ இன், AB பற்றிய சடத்துவத்திருப்பம் $\dfrac{4}{3}Ma^2$ எனக் காட்டுக. இவ்வடர், ஒரு கிடையான பக்கம் AB இன் வழியே ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டு நிலைக்குத்தாகத் தொங்குகிறது. v கதியுடன் கிடையாக இயங்கும் m திணிவுடைய குண்டொன்று அடரின் கீழான கிடைப்பக்கத்தின் நடுப்புள்ளியில் அடருக்குச் செங்குத்தாக மோதி அதனுடன் இணைந்துவிடுகிறது. பின்னர் நடைபெறும் இயக்கத்தில் தொகுதி பிணையல் பற்றி இயங்கத் தொடங்கும் கோணக் கதி ω ஆனது, $a\,\omega=\dfrac{3mv}{2(M+3m)}$ என்பதால் தரப்படுமெனக் காட்டி, பூரண சுழற்சிகளை ஆற்றுவதற்கான, v^2 இன் மிகக் குறைந்த பெறுமானம் $\dfrac{4ag(M+2m)(M+3m)}{3m^2}$ என உய்த்தறிக.

2. m திணிவும் a ஆரையும் கொண்ட சீரான வட்ட அடரொன்றின் விளிம்பிலுள்ள புள்ளி A இல், இலேசான கொழுக்கி ஒன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இவ்வடர், அதன் மையம் O வினூடாகச் செல்லும் கிடை அச்சுபற்றி Ω எனும் கோண வேகத்துடன் நிலைக்குத்தத் தளத்தில் சுயாதீனமாகச் சுழல்கிறது. A மேல் நோக்கி இயங்குகையில், OA கிடையாக வரும்போது, கொழுக்கியானது, ஓய்விலிருந்து m திணிவுடைய சிறிய வளையம் ஒன்றைத் தன்னுடன் எடுத்துக் கொள்கிறது. A யானது O விற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே வரும்போது அடர் ஓய்வுக்கு வருமெனின் Ω ஐக் காண்க.
அடர் வளையத்தை எடுத்து உடனடியாகப் பின்னர், தட்டினால் அச்சிலுள்ள தாக்கத்தின் கிடை, நிலக்கூறுகளைக் காண்க.

3. M திணிவுடைய சீரான முக்கோண அடர் ABC இல் $BC=2a$ உம், $AB=AC=a\sqrt{10}$ ஆகும். இவ்வடர், அதன் தளத்திற்குச் செங்குத்தாக, A யினூடாகச் செல்லும் கிடை அச்சு பற்றி சுயாதீனமாகச் சுழலக் கூடியது.

www.acwarphysics.weebly.com

இவ்வச்சுபற்றிய அடரின் சடத்துவத் திருப்பம் $\frac{14}{3}Ma^2$ என நிறுவுக.

திணிவு M உம் நீளம் $a\sqrt{10}$ உம் உடைய சீரான கோல் AD, அடரின் அதே நிலைக்குத்துத் தளத்தில் A யினூடான அதே அச்சு பற்றி சுயாதீனமாகச் சுழலக்கூடியது. BC யானது A இற்குக் கீழே இருக்க அடர் சமநிலையில் தொங்குகிறது. கோல் கிடையாக பிடிக்கப்பட்டு ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. கோல் அடரினை மோதி, அதனுடன் இணைந்து விடுகிறது. மொத்தலினால் ஏற்பட்ட இயக்க சக்தி நட்டம் $\frac{7}{8}Mga$ எனக் காட்டுக.

4. m திணிவும், நீளம் $2a$ உம் உடைய சீர்க்கோலொன்றின் ஒரு முனையில் m திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை இணைக்கப்பட்டு, மறுமுனை O எனும் புள்ளியில் சுழலுமாறு ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது. கோல் கிடையாக இருக்க ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. கோல் நிலைக்குத்தாக வரும் கணத்தில், கிடைக்கணத்தாக்குவிசை ஒன்றினால், அதன் கோணவேகம் திடீரென மாற்றப்படுகிறது. கணத்தாக்கின் தாக்கக் கோடு O விற்குக் கீழே $\frac{16a}{9}$ ஆழத்திலிருப்பின், O வில் கணத்தாக்கின் தாக்கம் இருக்கமாட்டாதெனக் காட்டுக.

5. O வை மையமாகவும், ஆரை $4a$ ஆகவும் கொண்ட சீரான வட்டத் தட்டொன்றின் திணிவு $16m$ ஆகும். OP, OQ என்னும் ஆரைகள் கோணம் POQ, 120^0 ஆகுமாறு அமைந்துள்ளன. OP, OQ என்பவற்றின் நடுப்புள்ளிகளை மையங்களாகவும், a ஐ ஆரையாகவும் கொண்ட இரு தட்டுக்கள் வெட்டி அகற்றப்பட்டுள்ளன. மீதியாக உள்ள அடரின் திணிவையும், O விலிருந்து அதன் திணிவு மையத் தூரத்தையும் காண்க.
இவ்வடர் O வினூடான கிடை அச்சுபற்றி, தன்தளத்திலே சுயாதீனமாகச் சுழலக்கூடியது. இவ்வச்சு பற்றிய சடத்துவத்திருப்பம் $119ma^2$ எனக் காட்டுக.
இவ்வடர், PQ ஆனது O விற்கு மேலாக இருக்குமாறு சமநிலையில் ஓய்கின்றது. u கதியுடன் PQ இன் திசையில் இயங்கும் m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று P யில் மோதி தட்டுடன் இணைந்து விடுகிறது. தொடக்கத்தில் இணைந்த தொகுதியின் திணிவுமையம் O வினூடான ஒரே கிடைமட்டத்தில் O விலிருந்து $\frac{2}{15}a\sqrt{3}$ தூரத்திலிருக்குமெனக் காட்டுக.

$u^2 \geq 135ga\sqrt{3}$ எனின், பூரண வட்டங்களில் சுழலுமெனக் காட்டுக.

6. நீளம் $2a$ உம் திணிவு $3m$ உம் உடைய சீரான கோல் OA, ஆரை a உம் திணிவு $5M$ உம் ஆரை C உம் உடைய சீரான திண்மக் கோளமொன்றின் மேற்பரப்புடன் இணைக்கப்பட்டு ஒரு கூட்டுசலாக உள்ளது. OAC ஒரு நேர்கோடாகுமாறு அமைந்துள்ளது. இந்த ஊசலானது, O இனூடான, OAC இற்குச் செங்குத்தான கிடைஅச்சு பற்றி, சுழலுவதற்கு சுயாதீனமுடையது.
இவ்வச்சு பற்றிய தொகுதியின் சடத்துவத்திருப்பம் $51Ma^2$ எனக் காட்டுக.
இவ்வூசலானது O விற்கு நிலைக்குத்தாகக் கீழேC இருக்க ஓய்வில் தொங்குகிறது. சிறிய ஓர் இடப்பெயர்ச்சி கொடுக்கப்பட்டு பின்னர் விடுவிக்கப்பட்டால், தொடரும் இயக்கம் அண்ணளவாக எளிய இசை இயக்கமெனக் காட்டி, அலைவு காலத்தைக் கூறுக.
ஊசலானது ஓய்வில் தொங்கிக் கொண்டிருக்கும் போது, OA சுயாதீனமாக இயங்கக்கூடிய அதே தளத்தில் இயங்கிக் கொண்டிருக்கும் $3M$ திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று அதனை அடிக்கிறது. துணிக்கையானது, கோளத்தினை, அதன் கிடை விட்டம் ஒன்றின் முனையில் அடித்து அதனுடன் இணைந்து விடுகிறது. மோதும் கணத்தில் துணிக்கையின் வேகம் கிடையாக v ஆகும்.
ஊசலின் தொடக்கக் கோண வேகம் $\frac{1}{9}\cdot\frac{v}{a}$ எனக் காட்டுக.

$v^2 = 18ag$ எனின், கோலானது, கணநிலை ஓய்வுக்கு வரும்போது, அது நிலைக்குத்தடன் ஆக்கும் கோணம் α ஆனது,
$9\cos\alpha + \sin\alpha = 6$ என்பதால் தரப்படுமெனக் காட்டுக.

7. நீளம் a ஐ உடைய மெல்லிய கோல் AB யின் ஓரலகு நீளத்தின் திணிவு $\frac{\rho(a+x)}{a}$ என்பதால் தரப்படுகிறது. இங்கு x, A யிலிருந்து அளக்கப்பட்ட தூரமும், ρ ஒரு மாறிலியும் ஆகும்.

(a) கோலின் திணிவு M ஆனது, $\frac{3a\rho}{2}$

(b) கோலின் திணிவு மையமானது, A இலிருந்து $\frac{5a}{9}$ தூரத்திலுள்ளது.

(c) AB இற்குச் செங்குத்தாக, A இற்கூடான அச்சுபற்றிய சடத்துவத்திருப்பம் $\frac{7Ma^2}{18}$ எனக் காட்டுக.

இக்கோல் A இல் சுயாதீனமாகப் பிணைக்கப்பட்டு சமநிலையில் தொங்குகிறது. புள்ளி B இல் கிடைக் கணத்தாக்கு P கொடுக்கப்படுகிறது. கோல் இயங்கத் தொடங்கும் கோண வேகத்தைக் கண்டு, A இற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே

www.aswarphysics.weebly.com

உள்ள ஒரு புள்ளியினூடாக B செல்லுமெனின்,

$P > \frac{M}{9}\sqrt{70ag}$ எனக் காட்டுக.

8. நீளம் ℓ உம், திணிவு m உம் உடைய ஒரு சீரான கோல் AB, A யிலுள்ள நிலைத்த பிணையல் பற்றி, நிலைக்குத்துத் தளம் π இல் சுயாதீனமாகச் சுழலக்கூடியது. இயற்கை நீளம் ℓ உம், மீள்தன்மை மட்டு $\frac{2mg}{3}$ உம் கொண்ட மீள்தன்மை இழை ஒன்று, அதன் ஒரு நுனி கோலில் B என்னும் புள்ளியில் கட்டப்பட்டு, மறுமுனை தளம் π இல், A இன் அதே கிடைமட்டத்திலிருக்கும், C எனும் நிலைத்த புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. AB கிடையாகவும், A யிற்கும் C யிற்குமிடையில் B இருக்குமாறும் பிடிக்கப்பட்டு ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது.

$AC = \ell\sqrt{3}$ எனின், கோல் மட்டாக நிலைக்குத்தை அடையும் போது அதன் கோணவேகம் $\sqrt{\frac{g}{\ell}}$ எனக் காட்டுக.

கோல் நிலைக்குத்தாக வரும்போது, கோல் AB யானது, A யில் சுயாதீனமாகப் பிணைக்கப்பட்டு நிலைக்குத்தாக ஓய்வில் தொங்கிக் கொண்டிருக்கும் AD என்னும் கோலுடன் மோதுகிறது. AD யின் திணிவு m உம், அதன் நீளம் 2ℓ உம் ஆகும். மொத்தலின் பின்னர், உடனடியாக இரு கோல்களும், ஒரே திசையில் ஒரே கோணக்கதி ω உடன் இயங்கத் தொடங்குகின்றன.

$\omega = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{g}{\ell}}$ எனக் காட்டுக.

மோதுகையின் போது கோல் AD யிற்கு, D இல் (தளம் π இல்) ஒரு கணத்தாக்கு கிடையாகப் பிரயோகிக்கப்பட, தொகுதி ஓய்விற்கு வருமெனின், கணத்தாக்கின் பருமனைக் காண்க.

9. நீளம் a உம் திணிவு m உம் உடைய ஒப்பமான நேரிய குழாயொன்று ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசைமீது, அதன் ஒரு முனை A பற்றி சுழலுவதற்கு சுயாதீனமுடையது. m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று குழாயின் நடுப்புள்ளியில் வைக்கப்பட்டுத் தொகுதிக்கு Ω என்னும் தொடக்க கோண வேகம் கொடுக்கப்படுகிறது. குழாயின் முனையைத் துணிக்கை அடையும்போது, குழாயின் கோண வேகத்தைக் காண்க. இக்கணத்தில் குழாய் தொடர்பான துணிக்கையின் கதி $\frac{1}{8}a\,\Omega\,\sqrt{21}$ எனக் காட்டுக.

10. ஆரை a உம் திணிவு m உம் உடைய சீரான வட்டவளையம் ஒன்று, அதன் நிலைக்குத்து விட்டமொன்று பற்றி சுழல்வதற்கு சுயாதீனமானது. m திணிவுடைய சிறிய மணி ஒன்று உராய்வின்றி வளையத்தின் மேல் வழுக்கிச் செல்ல முடியும். மணியானது, வளையத்தின் அதி உயர் புள்ளியிலிருக்கையில், வளையத்திற்கு நிலைக்குத்து விட்டம் பற்றி Ω என்னும் கோண வேகம் கொடுக்கப்பட்டு, மணியானது அந்நிலையிலிருந்து சிறிது இடம் பெயர்க்கப்பட்டது. மணியானது கிடைவிட்டத்தின் ஒரு முனைக்கு வரும்போது, வளையத்தின் கோணவேகத்தைக் காண்க.

அப்பொழுது வளையம் தொடர்பாக, மணியினது வேகத்தின் வர்க்கம் $\frac{1}{3}\left(a^2\Omega^2 + 6ag\right)$ எனக் காட்டுக.

11. m திணிவும் $2a$ நீளமும் உடைய சீரானகோல், அதன் நடுப்புள்ளி O பற்றி, கிடத்தளமொன்றில் சுழல்வதற்கு சுயாதீனமுடையது. ஒவ்வொன்றும் $\frac{m}{2}$ திணிவுடைய இரு வளையங்கள், அக்கோலின் மீது சுயாதீனமாக வழுக்கக்கூடியவை. தொடக்கத்தில், O வின் இருபக்கங்களிலும் O இலிருந்து $\frac{a}{\sqrt{3}}$ தூரத்தில் ஒவ்வொரு வளையமும் வைக்கப்பட்டுள்ளன. தொடக்கத்தில் கோலுக்கு $2\sqrt{\frac{g}{a}}$ என்னும் கோணவேகம் கொடுக்கப்பட்டது. வளையஙகள் கோலைவிட்டு வழுக்கும் தறுவாயில், கோலின் கோணவேகம் $\sqrt{\frac{g}{a}}$ எனக் காட்டுக. இக்கணத்தில் ஒவ்வொரு வளையத்தினதும் கதி $\frac{1}{3}\sqrt{21ag}$ எனக் காட்டுக.

12. M திணிவும் $2a$ நீளமும் உள்ள சீரான கோல் ஒன்றின் ஒரு நுனியானது O என்னும் ஒரு நிலைத்த புள்ளியில் சுயாதீனமாப் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது. A ஆகிய சுயாதீனநுனி புள்ளி O விற்குக் கீழே அமையக் கோல் நிலைக்குத்தாகத் தொங்குகிறது. கிடையாக u வேகத்தில் நகரும் m திணிவுள்ள சன்னம் கோலை A இல் தாக்கி அதனுள் பதிந்து விடுகிறது. இந்தமொத்தலுக்குச் சற்றுப்பின் கோலின் கோண வேகத்தைக் காண்க.

$u^2 = \frac{4}{3}\left(2+\frac{M}{m}\right)\left(3+\frac{M}{m}\right)ag$ எனின்,

O இற்கு மேலே, நிலைக்குத்தாக A அமையக் கூடியதாகக் கோல் மீண்டும் ஓய்விற்கு வருமெனக் காட்டுக.

www.aswarphysics.weebly.com

13. m திணிவும் a ஆரையும் மையம் O வுமுடைய ஒரு சீரான வட்ட வடிவ நாணயம் ஒன்று அதன் விளிம்பின் மீதுள்ள ஒரு புள்ளி A யினூடு செல்லும் ஒரு நிலைத்த கிடையான அச்சுபற்றி, தனது தளத்திலே இயங்கச் சுயாதீனமுடையது. ஆரம்பத்தில் நாணயம் அதன் மையம் O வானது A யிற்கு நிலைக்குத்தாகக் கீழே இருக்கும் வண்ணம் ஓய்விலுள்ளது. நாணயத்தின் தளத்திலே u என்னும் வேகத்துடன் கிடையாக இயங்கும் $3m$ திணிவுடைய ஒரு சன்னம், நாணயத்தின் விளிம்பை ஒரு புள்ளி C யில் அடிக்கிறது. இப்புள்ளி O வின் அதே கிடைமட்டத்திலுள்ளது. சன்னம் C யிற் பதிந்து தங்கிவிடுகிறது.

மொத்தலுக்குச் சற்றுப் பின்னர் நாணயத்தின் கோணவேகம் $\frac{2u}{5a}$ எனக் காட்டுக.

$u^2 > 15ag$ எனின் அதன் அச்சுபற்றி பூரண சுழற்சிகளை ஆற்றும் எனக் காட்டுக.

14. M என்னும் திணிவும் $2a$ எனும் நீளமுமுள்ள AB என்னும் ஒரு சீரான கோலொன்று அதன் நிலைத்த முனை A பற்றி ஒரு சீரான கோண வேகம் ω உடன், ஒரு ஒப்பமான கிடைமேசை மீது சுழல்கிறது. A யிலிருந்து தூரம் c இலுள்ள C என்னும் புள்ளியில் ஓய்விலுள்ள m என்னும் திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்றை அக்கோல் அடிக்கின்றது. துணிக்கையானது கோலில் பதிந்து விடுகிறது. மொத்தலுக்குப் பின்னர் கோலின் கோணவேகம் Ω ஐக் காண்க.

தொடக்கத்தில் A நிலைத்த புள்ளி ஆகவும், கோல் ஓய்விலுமிருக்க துணிக்கையானது வேகம் u உடன் கோலிற்குச் செங்குத்தாகச் சென்று கோலை அதே புள்ளி C யில் அடிக்கிறது. $u = \frac{4Ma^2}{3mc}\omega$ எனின், கோலானது மொத்தலுக்குப் பின்னர் கோணவேகம் Ω ஐ எடுக்குமெனக் காட்டுக.

$M < 3m$ ஆக இருக்க $c = 2a\left(\frac{M}{3m}\right)^{\frac{1}{2}}$ எனின், இருவகைகளிலும் இழந்த இயக்கப்பாட்டுச் சக்திகள் சமமெனக் காட்டுக.

15. m எனும் திணிவும் $2a$ எனும் நீளமும் கொண்ட AB எனும் ஒரு சீரான கோல் ஒன்று அதன் முனை A ஒரு நிலைத்த புள்ளியில் சுயாதீனமாகப் பிணைக்கப்பட்டு நிலைக்குத்தாகத் தொங்குகிறது. அதே திணிவு m ஐக் கொண்ட துணிக்கை ஒன்று u என்னும் வேகத்துடன் கிடையாகச் சென்று கோலை அதன் நடுப்புள்ளியில் அடித்ததும் V வேகத்துடன் பின்னதைக்கிறது. மோதலினால் இயக்கப்பாட்டுச் சக்தி இழப்பு ஏதும் இல்லாவிடின் $v = \frac{u}{7}$ எனக் காட்டுக. $u^2 > \frac{49}{12}ag$ எனின் கோலானது A பற்றி பூரண சுழற்சிகளில் இயங்கும் என நிறுவுக.

16. திணிவு M ஐயும் நீளம் a ஐயும் உடைய சீரான ஒரு கோல் OA யின் முனை O வினூடாகக் கோலுக்குச் செங்குத்தாக உள்ள ஓர் அச்சுபற்றி அதன் சடத்துவத்திருப்பம் $\frac{1}{3}Ma^2$ எனக் காட்டுக.

நிலைத்த முனை O பற்றிக் கோல் கோணவேகம் ω உடன் ஒப்பமான கிடை மேசை ஒன்றின் மீது வட்டங்களிற் செல்கிறது. O விலிருந்து தூரம் b இலே திணிவு m ஐ உடைய துணிக்கை ஒன்றைக் கோல் அடிக்கிறது. அப்போது இத் துணிக்கை கோலில் பதிந்து கொள்கிறது. பின்னர் கோண வேகமானது $\frac{Ma^2\omega}{Ma^2 + 3mb^2}$ ஆகக் குறையுமெனக் காட்டுக.

$Ma^2 = 3mb^2$ எனின் மொத்தல் காரணமாக இயக்கப்பாட்டுச் சக்தியிலுள்ள இழப்பு $\frac{1}{12}Ma^2\omega^2$ எனக் காட்டுக.

17. m திணிவும் பக்கம் ஒன்று $2a$ உம் உடைய $ABCD$ என்னும் சீரான சதுரத்தட்டின் மையத்தினூடாக அதன் தளத்திற்குச் செங்குத்தான அச்சுபற்றித் தட்டின் சடத்துவத்திருப்பம் $\frac{2}{3}ma^2$ எனக் காட்டுக. நிலைக்குத்தாக நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ள இந்த அச்சு பற்றிக் கோணக்கதி Ω உடன் தட்டு சுயாதீனமாகச் சுழன்று கொண்டிருக்கும்போது உச்சி A ஆனது ஓய்விலிருக்கும் $\frac{2}{3}m$ திணிவுள்ள நிலையான துணிக்கை ஒன்றை அடிக்கிறது. துணிக்கை தட்டுடன் ஒட்டிக்கொள்கிறது. அதன் பின்னர் தட்டின் கோணக்கதியைக் கண்டு மொத்தலினால், இயக்கப்பாட்டுச் சக்தியின் இழப்பு $\frac{2}{9}ma^2\Omega^2$ எனக் காட்டுக.

18. திணிவு m ஐயும் ஆரை a ஐயும் உடைய சீரான வட்ட வடிவத் தட்டு ஒன்றின் மையத்தினூடாக அதன் தளத்திற்கு செங்குத்தாக உள்ள ஓர் அச்சுபற்றித் தட்டின் சடத்துவத்திருப்பம் $\frac{1}{2}ma^2$ எனக் காட்டுக.

திணிவு m ஐயும் ஆரை a ஐயும் உடைய சீரான வட்டத்தட்டு ஒன்று அதன் மையம் C ஊடாக நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ள ஒப்பமான கிடை அச்சு ஒன்றுபற்றி நிலைக்குத்தளமொன்றிலே சுயாதீனமாகச் சுழலத் தக்கது. ஒரு பூச்சி P, தட்டின் ஆகவும் கீழே உள்ள புள்ளியில் இருக்க, முழுத்தொகுதியும் ஓய்வில் இருக்கிறது.

www.aswarphysics.weebly.com

தட்டுத் தொடர்பாகச் சீரான கதி V உடன் தட்டின் ஓரம் வழியாகப் பூச்சி திடீரென நகர்ந்து செல்லத் தொடங்குகிறது. தட்டின் தொடக்க கோணக்கதி $\frac{V}{11a}$ எனின் பூச்சியின் திணிவைக் காண்க.

அடுத்துள்ள இயக்கத்திலே $\overrightarrow{CD}$ இற்கும் கீழ்முகநிலைக்குத்துக்குமிடைப்பட்ட கோணம் θ எனின்,

$$121\,a^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 + 22ag - 22ag\cos\theta = 100V^2$$ என நிறுவுக.

19. (a) திணிவு M ஐயும் ஆரை a யையும் உடைய சீரான ஒப்பமான வட்ட வடிவத் தட்டு ஒன்று நிலைப்படுத்தப்பட்ட அதன் நிலைக்குத்து அச்சுபற்றிச் சுயாதீனமாகச் சுழலவல்லது. தட்டின் பரிதி மீது m திணிவுடைய ஒரு பூச்சி ஓய்விலுள்ளது.
தட்டின் பரிதிவழியே அதனைச் சுற்றி பூச்சி நகர்ந்து செல்கிறது தட்டின் கோணப் பெயர்ச்சியானது $\frac{4\pi m}{M+2m}$ ஆகுமெனக் கோண உந்தக் காப்பின் மூலம் காட்டுக.

(b) m திணிவையும் $2a$ நீளத்தையுமுடைய AB எனனும் சீரான ஒரு கோல், அதன் நுனி A யானது உராய்வுக் குணகம் மிகப் பெரிதாகவுள்ள மிகவும் கரடான கிடை மேசையொன்றுடன் தொடுகையிலிருக்க நிலைக்குத்தான நிலையிலே ஓய்விலுள்ளது. இந்நிலையிலிருந்து அது மெல்ல விடுவிக்கப்படுகிறது. AB ஆனது மேனோக்கிய நிலைக்குத்துடன் கோணம் θ ஐ அமைக்கும்போது, கோலின் கோண வேகத்தைக் காண்க.

$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$ ஆகும்போது, உராய்வு விசையானது, தனது திசையை மாற்றுகிறதெனவும், $\cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right)$ என்னும் பெறுமானத்தை θ அடையுமுன்னர் கோல் திட்டமாக நழுவும் எனவும் காட்டுக.

20. m திணிவும் a ஆரையுமுடைய வட்டத்தட்டொன்றின், மையத்தினூடாக அடருக்குச் செங்குத்தான அச்சுபற்றிய சடத்துவத் திருப்பம் $\frac{1}{2}ma^2$ எனக் காட்டுக.
இவ்வடரானது, அதன் விளிம்பினூடு செல்லும் ஒரு நிலையான நிலைக்குத்து

அச்சுபற்றிக் கிடைத்தளத்திலே சுயாதீனமாக சுழலவல்லது. அடரினை t_0 செக்கன்களில், ஓய்விலிருந்து மூன்று பூரண சுழற்சிகளினூடாகத் திருப்பத் தேவையான மாறா இணையின் பருமனையும், இந்த நேரமுடிவில் அச்சுபற்றி தட்டின் உந்தத்தின் திருப்பத்தையும் காண்க.

21. $4m$ திணிவும், ஆரை $2a$ உம் உடைய சீரான வட்டத்தட்டொன்று, அதன் மையத்தினூடான நிலைக்குத்து அச்சுபற்றி கிடைத்தளத்திலே கோணவேகம் ω உடன் சுழல்கின்றது. தட்டின் இயக்க சக்தி, அச்சுபற்றிய கோண உந்தம் என்பவற்றிற்கான கோவைகளை எழுதுக.

தட்டின் விளிம்பில் தொடலி வழியே பிரயோகிக்கப்படும் $4mg$ பருமனுள்ள விசையினால் தட்டு ஓய்வுக்குக் கொண்டுவரப்படுகிறது. அதற்கு எடுத்த நேரத்தையும், இந்நேரத்தில் தட்டுத் திரும்பிய கோணத்தையும் காண்க.

தட்டானது முன்னர் போல் கோணவேகம் ω உடன் சுழன்று கொண்டிருக்கையில் m திணிவும் a ஆரையும் உடைய சிறிய வட்டத் தட்டொன்று இதே அச்சுவழியே ஓய்விலிருந்து மெதுவாக விழுகிறது. வழுக்குதல் முடிவடைந்ததும் பொதுக்கோண வேகத்தைக் காண்க.

www.aswarphysics.weebly.com

B இருபரிமாணத்தில் விறைப்பான உடலொன்றின் சுயாதீன இயக்கம்.

பெயர்ச்சியும், சுழற்சியும் (TRANSLATION AND ROTATION)

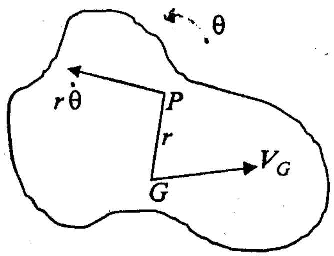
அடரொன்று, தன் தளத்திலே இயங்கும் போது, பொதுவாக, அடரின் திணிவு மையம் G, நேர்கோட்டியக்கமாகவும், அடர் G ஐப் பற்றி சுழற்சி இயக்கமாகவும் கருதப்படலாம்.

1. இயக்க சமன்பாடு (**Equation of motion**)

$$F_{ext} = M a_G$$

திணிவு மையம் G இன் ஆர்முடுகல் பொருத்தமான இரு செவ்வன் திசைகளில் துணியப்படலாம். மறுதலையாக ஆர்முடுகளின் கூறுகள் தெரிந்திருப்பின், விசையின் கூறுகளைக் காணலாம் $F_{ext} = O$ எனின், நீட்டல் உந்தம் ஒரு மாறிலி ஆகும்.

2. இயக்க சக்தி (**Kinetic Energy**)



பெயர்ச்சி காரணமாக இயக்கசக்தி

$$= \frac{1}{2} M V_G^2$$

சுழற்சி காரணமான இயக்கசக்தி

$$= \frac{1}{2} I_G \dot{\theta}^2$$

$$\therefore \quad T = \frac{1}{2} M V_G^2 + \frac{1}{2} I_G \dot{\theta}^2 \quad - \text{ மொத்த இயக்கசக்தி}$$

இங்கு I_G என்பது, தளத்திற்குச் செங்குத்தாக G இனூடான அச்சுபற்றிய சடத்துவத் திருப்பம்.

3. சக்தி காப்புத் தத்துவம் (**Principle of conservation of energy**)
காப்பு விசைத்தொகுதி ஒன்றின் கீழ் உடல் இயங்கும்போது

இயக்கசக்தி + அழுத்தசக்தி = மாறிலி

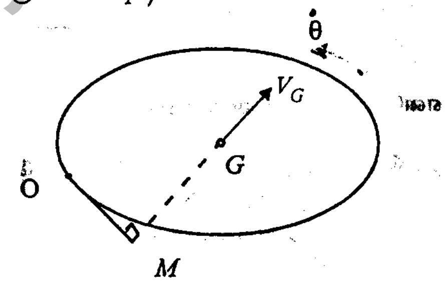
4. திருப்பச் சமன்பாடுகள் (**Equation of moments**)
திணிவுமையம் G இனூடான செங்குத்தான அச்சுப்பற்றி வெளிவிசைகளின் திருப்பம் = இவ்வச்சுபற்றி கோண உந்தமாற்றவீதம்

$$L = I_G \theta$$

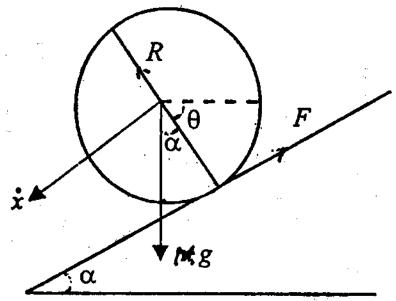
நீட்டல் உந்தம் (**Linear momentum**)
விளையுள் வெளிக்கணத்தாக்கு = $M \times$ திணிவுமையம் G இன் வேகமாற்றம். இது பொருத்தமான இரு திசைகளில் பாவிக்கலாம்

கோணஉந்தம் (**Angular momentum**)
எந்த ஒருபுள்ளி O பற்றி கணத்தாக்கின் திருப்பம் = O பற்றி கோண உந்த மாற்றம் மேலும் O பற்றி அடரின் கோண உந்தம்

$$= I_G \dot{\theta} + (m V_G) p \quad (\text{இங்கு } OM = p)$$



உதாரணம்
M திணிவும் a ஆரையும் உடைய சீரான திண்மக் கோளமொன்று கிடையுடன் α சாய்வுடைய கரடான சாய்தளமொன்றில் கீழ்நோக்கி உருளுகின்றது. கோளத்தின் மையத்தின் ஆர்முடுதல் $\frac{5}{7} g \sin\alpha$ எனவும் தளத்திற்கும், கோளத்திற்குமிடையேயான உராய்வுக்குணகம் $\mu \geq \frac{2}{7} \tan\alpha$ எனவும் காட்டுக.



கோளம் வழுக்காது உருள்வதால்

$$x = a\theta$$
$$\dot{x} = a\dot{\theta}$$
$$\ddot{x} = a\ddot{\theta}$$

சக்திச் சமன்பாட்டின்படி,

$$\frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} M \dot{x}^2 = M g x \sin\alpha$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{2}{5} M a^2\right)\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} M (a\dot{\theta})^2 = M g x \sin\alpha$$

www.aswarphysics.weebly.com

$$7a^2\dot{\theta}^2 = 10ga\theta\sin\theta$$

$$a\dot{\theta}^2 = \frac{10g\theta}{7}\sin\alpha \text{ ——(1)}$$

(1) ஐ நேரம் t ஐக் குறித்து வகையிட

$$2a\dot{\theta}\ddot{\theta} = \frac{10g\sin\alpha}{7}\dot{\theta}$$

$$a\ddot{\theta} = \frac{5g\sin\alpha}{7} \text{ ——(2)}$$

எனவே கோளத்தின் மையத்தின் ஆர்முடுகல் $\frac{5g\sin\alpha}{7}$

திணிவுமையத்திற்கு, $P = mf$ ஐப் பிரயோகிக்க

$$Mg\sin\alpha - F = M\ddot{x}$$

$$F = Mg\sin\alpha - M\times\frac{5g\sin\alpha}{7} = \frac{2Mg\sin\alpha}{7}$$

$$R - Mg\cos\alpha = M\ddot{y} = 0$$

$$R = Mg\cos\alpha$$

$$\frac{F}{R}\le\mu$$

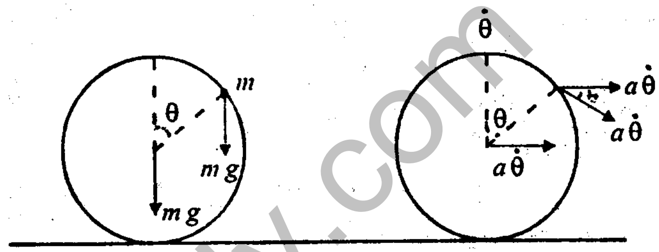
$$\therefore \mu \geqslant \frac{2}{7}\tan\alpha$$

உதாரணம் 2.

திணிவு M உம் ஆரை a உம் உடைய திண்மக் கோளமொன்று கரடான கிடைத்தளமொன்றில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. கோளத்தின் உச்சியில் m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று பொருத்தப்பட்டு கோளத்திற்கு ஒரு சிறு இடப்பெயர்ச்சி கொடுக்கப்படுகிறது. கோளமானது வழுக்காமல் உருளுமாயின் துணிக்கையினூடு செல்லும் ஆரை நிலைக்குத்துடன் θ கோணத்தை ஆக்கும்போது அதன் கோண வேகம் θ ஆனது,

$$a\dot{\theta}^2(7M + 10m + 10m\cos\theta) = 7mg(1-\cos\theta)$$ இனால் தரப்படும் எனக் காட்டுக.

$$x = a\theta$$
$$\dot{x} = a\dot{\theta}$$



கோளத்தின் இயக்க சக்தி $= \frac{1}{2}I\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}M\dot{x}^2$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}Ma^2\right)\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}M(a\dot{\theta})^2$$

$$= \frac{1}{5}Ma^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}Ma^2\dot{\theta}^2 = \frac{7}{10}Ma^2\dot{\theta}^2$$

துணிக்கையின் இயக்க சக்தி $= \frac{1}{2}m\left(2a\dot{\theta}\cos\frac{\theta}{2}\right)^2$

$$= m.\,2a^2\dot{\theta}^2\cos^2\frac{\theta}{2}$$

$$= ma^2\dot{\theta}^2(1+\cos\theta).$$

சக்திக் காப்பு விதிப்படி,

$$0 + mga = \frac{7}{10}Ma^2\dot{\theta}^2 + ma^2\dot{\theta}^2(1+\cos\theta) + mga\cos\theta$$

$$a\dot{\theta}^2(7M + 10m + 10m\cos\theta) = 10mg(1-\cos\theta)$$

உதாரணம் 3

திணிவு m உம் நீளம் $2a$ உம் கொண்ட சீரான கோல் ஒன்றின் ஒரு முனையானது ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசையில் தங்க, அது நிலைக்குத்தாகப் பிடிக்கப்பட்டு விடப்பட அது விழுகின்றது. நிலைக்குத்துடன் கோலின் சாய்வு கோணம் θ ஐ ஆக்கும்போது

(i) கோலின் கோணவேகம் $\dot{\theta}$ ஆனது

$$a\dot{\theta}^2(1 + 3\sin^2\theta) = 6g(1-\cos\theta)$$

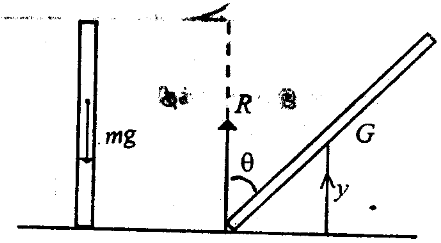
எனும் சமன்பாட்டால் தரப்படுமெனக் காட்டுக.

www.aswarphysics.weebly.com

(ii) மேசையின் மறுதாக்கம் R ஆனது

$$R = \frac{mg\left(4-6\cos\theta+3\cos^2\theta\right)}{\left(4-3\cos\theta\right)^2}$$ எனவும் காட்டுக.

மேலும், கோல் மேசையை விட்டு ஒருபோதும் நீங்காது எனவும் காட்டுக.
கோலில் தாக்கும் விசைகள்,
நிலைக்குத்தாக R, mg ஆகும்.



கிடைத்திசையில் எவ்விசையும் இல்லை. எனவே திணிவுமையம் G, இன் இயக்கம் நிலைக்குத்தாகும்.

$y = a\cos\theta$,
$\dot{y} = -a\sin\theta\,\dot{\theta}$
$\ddot{y} = -[a\sin\theta\,\ddot{\theta} + a\cos\theta\,\dot{\theta}^2]$

கோலின் இயக்க சக்தி $= \frac{1}{2}I\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m\dot{y}^2$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}ma^2\dot{\theta}^2\right) + \frac{1}{2}m\left(a^2\dot{\theta}^2\sin^2\theta\right)$$

$$= \frac{ma^2\dot{\theta}^2}{6}\left(1+3\sin^2\theta\right)$$

சக்திக்காப்புத் தத்துவம்.

$$O + mga = \frac{ma^2\dot{\theta}^2}{6}\left(1+3\sin^2\theta\right) + mga\cos\theta$$

$$a\dot{\theta}^2\left(1+3\sin^2\theta\right) = 6g\left(1-\cos\theta\right) \text{ ——— } (1)$$

$$\dot{\theta}^2 = \frac{6g\left(1-\cos\theta\right)}{1+3\sin^2\theta}$$

நேரம் t ஐக் குறித்து வகையிட

$$2\dot{\theta}\ddot{\theta} = \frac{\left(1+3\sin^2\theta\right)6g\sin\theta\dot{\theta} - 6g\left(1-\cos\theta\right)6\sin\theta\cos\theta\dot{\theta}}{\left(1+3\sin^2\theta\right)^2}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{3g\sin\theta\left[\left(1+3\sin^2\theta\right) - 6\cos\theta\left(1-\cos\theta\right)\right]}{\left(1+3\sin^2\theta\right)^2}$$

திணிவு மையம் G இற்கு, $P = mf$

$\uparrow R - mg = m\ddot{y}$

$R = mg - m\left[a\sin\theta\ddot{\theta} + a\cos\theta\dot{\theta}^2\right]$

$$R = \frac{mg\left(4-6\cos\theta+3\cos^2\theta\right)}{\left(4-3\cos^2\theta\right)^2}$$

$3\cos^2\theta - 6\cos\theta + 4$

$$= 3\left[\cos^2\theta - 2\cos\theta + \frac{4}{3}\right]$$

$$= 3\left[\left(\cos\theta-1\right)^2 + \frac{1}{3}\right] \geq 1 \cdot > O$$

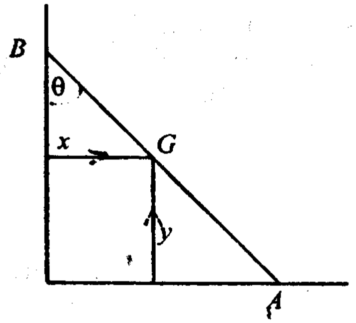
$$\left(4-3\cos\theta\right)^2 > O$$

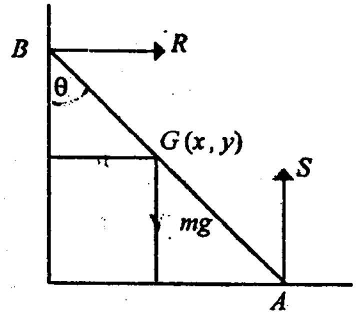
ஏனவே $R > O$
கோல் ஒரு போதும் மேசையை விட்டு நீங்காது.

உதாரணம் 4.

m திணிவும் $2a$ நீளமும் உடைய AB என்னும் ஒரு சீரான பலகை அதன் முனை A ஒப்பமான கிடை நிலத்திலும், மறுமுனை B ஒப்பமான நிலைக்குத்துச் சுவருக்கு எதிராகவும் தங்க ஓய்கின்றது. தொடக்கத்தில் பலகை நிலைக்குத்தாக ஓய்விலுள்ளது. A யானது சுவருக்குச் செங்குத்தாகவும், B ஆனது நிலைக்குத்தாகக் கீழ்நோக்கியும் வழுக்குமாறு பலகை சிறிது இடம்பெயர்க்கப்படுகிறது. பலகையானது $\tan^{-1}\left(\frac{3}{4}\right)$ எனும் கோணத்தினூடு திரும்பியதும், அதன் கோண வேகத்தையும், கோண ஆர்முடுகலையும் காண்க. இந்நிலையில் A யிலும் B யிலும் உள்ள மறு தாக்கங்களைக் காண்க.

www.aswarphysics.weebly.com





$x = a\sin\theta$ $\qquad y = a\cos\theta$

$\dot{x} = a\cos\theta\dot{\theta}$ $\qquad \dot{y} = -a\sin\theta\dot{\theta}$

$\ddot{x} = a\cos\theta\ddot{\theta} - a\sin\theta\dot{\theta}^2$; $\ddot{y} = -\left[a\sin\theta\ddot{\theta} + a\cos\theta\dot{\theta}^2\right]$

கோலின் இயக்க சக்தி $= \frac{1}{2}I\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m\left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2\right)$

$$= \frac{1}{2}\times\frac{1}{3}ma^2\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}m(a\dot{\theta})^2$$

$$= \frac{2}{3}ma^2\dot{\theta}^2$$

சக்திக்காப்புத் தத்துவம்;

$$0 + mga = \frac{2}{3}ma^2\dot{\theta}^2 + mga\cos\theta$$

$$\dot{\theta}^2 = \frac{3g}{2a}(1-\cos\theta) \text{ ——— (1)}$$

t ஐக் குறித்து வகையிட,

$$2\dot{\theta}\ddot{\theta} = \frac{3g}{2a}\sin\theta\dot{\theta}$$

$$\ddot{\theta} = \frac{3g}{2a}\sin\theta \text{ ——— (2)}$$

$\tan\theta = \frac{3}{4}$ எனின், $\quad \sin\theta = \frac{3}{5}, \quad \cos\theta = \frac{4}{5}$

கோண வேகம் $\dot{\theta} = \sqrt{\frac{3g}{10a}}$ [(1) இலிருந்து]

கோண ஆர்முடுகல் $\ddot{\theta} = \frac{9g}{20a}$ [(2) இலிருந்து]

திணிவு மையம் G இற்கு, $P = mf$ ஐப் பிரயோகிக்க,

$$\rightarrow R = m\ddot{x}$$

$$= m\left[a\cos\theta\ddot{\theta} - a\sin\theta\dot{\theta}^2\right]$$

$$= m\left[\frac{4}{5}\times\frac{9g}{20} - \frac{3}{5}\times\frac{3g}{10}\right]$$

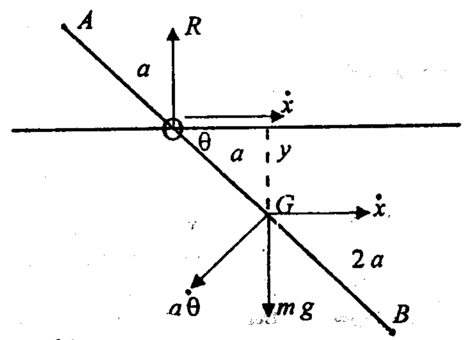
$$= \frac{9mg}{50}$$

$$\uparrow S - mg = m\ddot{y}$$

$$S = mg + m\ddot{y} = \frac{49\,mg}{100}$$

உதாரணம் 5.

$4a$ நீளமும் m திணிவும் கொண்ட சீரான கோலின் ஒரு முனையிலிருந்து a தூரத்தில் ஒரு இலேசான சிறு வளையம் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது. இவ்வளையமானது ஓர் அழுத்தமான நிலையான கிடைக்கம்பியில் வழுக்கக்கூடியதாக உள்ளது. தொடக்கத்தில் கோலானது கம்பியின் வழியே கிடையாகப் பிடிக்கப்பட்டு ஓய்விலிருந்து விடப்படுகிறது. நேரம் t இல், கோலானது θ கோணத்தினூடு சுழற்சியடைந்து இருப்பின் $a\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = \frac{6g\sin\theta}{4+\cos^2\theta}$ எனக் காட்டி $\theta = \frac{\pi}{4}$ ஆக வளையத்தின் வேகம் $\left[\frac{3\sqrt{2}\,ag}{11}\right]^{\frac{1}{2}}$ என நிறுவுக.



கோலில் தாக்கும் விசைகள் R, mg என்பன நிலைக்குத்தானவை. எனவே திணிவுமையம் G இன் வேகம் நிலைக்குத்தாகும்.
(கிடைத் திசையில் G இன் வேகம் பூச்சியமாகும்.)

www.aswarphysics.weebly.com

$$y = a\sin\theta$$
$$\dot{y} = a\cos\theta\,\dot{\theta}$$

வளையத்தின் வேகம் ⟶ $\dot{x}$ என்க.

ஆகவே, திணிவு மையம் G இன் வேகம் v எனின்

$$v^2 = \dot{x}^2 + (a\dot{\theta})^2 + 2\dot{x}a\dot{\theta}\cos(90+\theta)$$
$$= \dot{x}^2 + a^2\dot{\theta}^2 - 2\dot{x}(a\dot{\theta})\sin\theta$$

கிடையாக G இன் வேகம் பூச்சியமாதலால்,

$$\dot{x} - a\dot{\theta}\sin\theta = 0$$
$$\dot{x} = a\dot{\theta}\sin\theta$$

$$v^2 = (a\dot{\theta}\sin\theta)^2 + a^2\dot{\theta}^2 - 2a^2\dot{\theta}^2\sin^2\theta$$
$$= a^2\dot{\theta}^2\cos^2\theta$$

சக்திக்காப்புத் தத்துவம்.

$$\frac{1}{2}I\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}mv^2 - mga\sin\theta = 0$$

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}m\cdot 4a^2\right)\dot{\theta}^2 + \frac{1}{2}ma^2\dot{\theta}^2\cos^2\theta = mga\sin\theta$$

$$a\dot{\theta}^2 = \frac{6g\sin\theta}{4+3\cos^2\theta}$$

$\theta = \frac{\pi}{4}$ ஆக, $a\dot{\theta}^2 = \frac{6\sqrt{2}g}{11}$

$\theta = \frac{\pi}{4}$ ஆக, $a^2\dot{\theta}^2\sin^2\theta = \frac{3\sqrt{2}ag}{11}$

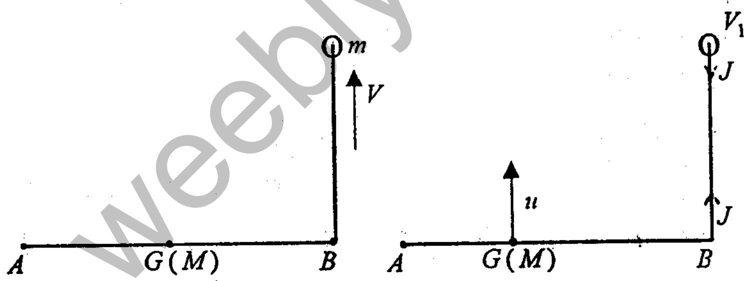
$\theta = \frac{\pi}{4}$ ஆக, $\dot{x} = \left[\frac{3\sqrt{2}ag}{11}\right]^{\frac{1}{2}}$

உதாரணம் 6.

M திணிவுடைய ஒரு சீரான கோல் AB யின் முனை B இற்கு, ஒரு நீளா இழை இணைக்கப்பட்டு, இழையின் மறுமுனையில் m திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை இணைக்கப்பட்டுள்ளது. தொகுதி ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசை மீது துணிக்கையானது B இல் இருக்க ஓய்விலுள்ளது. துணிக்கையானது AB யிற்குச் செங்குத்தாகக்

கிடையாக V என்னும் வேகத்துடன் எறியப்படுகிறது. இழை இறுகியதும் உடனடியாகத் துணிக்கையின் வேகம் $\frac{4mV}{M+4m}$ எனக் காட்டுக.

ஏற்பட்ட சக்தி நட்டம் $\frac{MmV^2}{2(M+4m)}$ எனவும் காட்டுக.



இழை இறுகும்போது இழையில் ஏற்பட்ட கணத்தாக்கு J என்க. உடனடியாக திணிவுமையம் G இன் வேகம், கோலுக்குச் செங்குத்தாக u எனவும், கோலின் கோண வேகம் ω எனவும் துணிக்கையின் வேகம் V_1 எனவும் கொள்க. கோலின் நீளம் $2a$ என்க.

திணிவுமையம் G இற்கு, $I = \Delta(mV)$

$$J = Mu \quad \text{———} (1)$$

துணிக்கைக்கு $\quad -J = m(V_1 - V)$ ——— (2)

(1),(2) இலிருந்து $\quad Mu = m(V - V_1)$ ——— (A)

தொகுதிக்கு கோண உந்தக் காப்புவிதி,

$$mVa = \frac{1}{3}Ma^2\omega + mV_1a \quad \text{———} (3)$$

இழை, இறுகியதும் உடனடியாக கோலின்முனை B, துணிக்கையின் வேகங்கள் சமம் என்பதால்

$$V_1 = u + a\omega \quad \text{———} (4)$$

(A),(3),(4) என்பவற்றிலிருந்து

$V_1 = \frac{4mV}{M+4m}$ எனப் பெறலாம்.

www.aswarphysics.weebly.com

கணத்தாக்கின் திருப்பம் = கோணஉந்தமாற்றம்

கோல் AB யிற்கு,

$$J \cdot a = \frac{1}{3} M a^2 \omega$$

துணிக்கைக்கு $I = \Delta(mv)$

$$-J = m(V_1 - V)$$

இவ்விரு சமன்பாடுகளிலுமிருந்தும் சமன்பாடு (3) ஐப் பெறலாம்.]

இழை இறுகியபின் இயக்கசக்தி

$$\frac{1}{2}Mu^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{3}Ma^2\right)\omega^2 + \frac{1}{2}mV_1^2$$

$$= \frac{1}{2}M\left(\frac{V_1}{4}\right)^2 + \frac{1}{2}\times\frac{1}{3}M\left(\frac{3V_1}{4}\right)^2 + \frac{1}{2}mV_1^2$$

$$\frac{1}{8}(M+4m)V_1^2$$

சக்தி நட்டம் $= \frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{8}(M+4m)V_1^2$

$$= \frac{MmV^2}{2(M+m)}$$

பயிற்சி 10(d)

1. α சாய்வுள்ள கரடான சாய்தளமொன்றின் வழியே கீழ்நோக்கி உருளும், சீரான வட்டத்தட்டின் ஆர்முடுகல் $\frac{2}{3} g \sin\alpha$ எனக் காட்டுக.

2. α சாய்வுள்ளதும், வழுக்குதலைத் தடுப்பதற்கு வேண்டிய அளவு கரடானதுமான தளமொன்றின் வழியே கீழ்நோக்கி உருளும் ஒருமெல்லிய வட்டவளையத்தின் ஆர்முடுகல் $\frac{1}{2} g \sin\alpha$ எனக் காட்டுக. வழுக்குதலைத் தடுப்பதற்குத் தேவையான மிகக்குறைந்த உராய்வுக் குணகம் $\frac{1}{2}\tan\alpha$ எனவும் காட்டுக.

3. உள், வெளி ஆரைகள் a, b ஆகவும் M திணிவையும் உடைய சீரான உருளையொன்றின், அதன் அச்சுபற்றிய சடத்துவத்திருப்பம் $\frac{1}{2}M\left(a^2+b^2\right)$ எனக் காட்டுக.
இவ்வுருளையானது, அச்சுக்கிடையாக அமையுமாறு α சாய்வுள்ள சாய்தளத்தில் கீழ்நோக்கி ஓய்விலிருந்து உருளுகின்றது. தளத்தின் வழியே தூரம் ℓ ஐக் கடக்க எடுத்த நேரம் T ஆனது.

$\ell\left(3+\frac{a^2}{b^2}\right) = gT^2 \sin\alpha$ என்பதால் தரப்படுமெனக் காட்டுக.

4. ஒரு சீரான வட்ட வளையத்தின் ஒருபுள்ளி P யிலே, வளையத்தின் திணிவுக்குச் சமமான திணிவுடைய துணிக்கையொன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. வளையம் ஒரு பூரண கரடான கிடைமேசை மீது ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்திலே உருளுகிறது. P அதியுயர் புள்ளியிலிருக்கையில் தொகுதி ஓய்விலிருந்து புறப்பட்டால் கீழ்முகநிலைக்குத்துடன் P யினூடான ஆரை ஆக்கும் கோணம் θ ஆக இருக்கும் போதுள்ள கோணவேகம் ω ஆனது,

$\omega^2 = \frac{g}{a} \cdot \frac{1+\cos\theta}{2-\cos\theta}$ என்பதால் தரப்படுமெனக் காட்டுக.

5. $2a$ பக்க சதுரவடிவான M திணிவு கொண்ட தளத்தட்டொன்று, அதன் அதி தாழ்புள்ளி ஓர் ஒப்பக்கிடைமேசையில் ஒருமூலை விட்டம் ஏறத்தாழ நிலைக்குத்தாக இருக்கும்படி வைக்கப்பட்டு, இந்நிலையிலிருந்து விழுகின்றது. விழும்போது, அது நிலைக்குத்துத் தளத்தைவிட்டு நீங்கவில்லை. நிலைக்குத்தாயிருந்த மூலைவிட்டம் நிலைக்குத்துடன் θ கோணத்தை ஆக்கும் போது, தட்டின் கோணவேகம் ω எனின்,

$\omega^2 = \frac{3\sqrt{2}\, g(1-\cos\theta)}{a\left(1+3\sin^2\theta\right)}$ எனக் காட்டுக.

6. m திணிவும் a ஆரையும் உடைய சீரான வட்டத்தட்டொன்று கரடான கிடைமேசையொன்றின் மீது, நிலைக்குத்துத்தளமொன்றில் உருளுவதற்குச் சுயாதீனமுடையது. தட்டின் ஆரையொன்றின் நடுப்புள்ளியில் $\frac{m}{2}$ திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கையானது, வட்டத்தட்டின் மையத்திற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே இருக்கத் தொகுதியானது ஓய்விலிருந்து உருளத் தொடங்குகிறது. தட்டானது கோணம் θ இனூடு திரும்பியதும், அதன்

www.aswarphysics.weebly.com

கோணக்கதி $\sqrt{\frac{4g}{a}\cdot\frac{1-cos\theta}{17+4cos\theta}}$ எனக் காட்டுக.

மேலும், துணிக்கையானது தட்டின் மையத்தின் மட்டத்திலிருக்கும் போது உராய்வு விசையானது தொகுதியின் மொத்த நிறையின் $\frac{92}{867}$ எனக் காட்டுக.

7. m திணிவும் 2ℓ நீளமும் கொண்ட AB என்னும் சீரான கோலானது, அதன் முனை B யானது ஒரு அழுத்தமான கிடைத்தரையிலும், முனை A யானது ஒரு அழுத்தமான நிலைக்குத்துச் சுவருடனும் தொடுகையிலுள்ளவாறு ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் ஓய்விலுள்ளது. தொடக்கத்தில் AB யானது நிலைக்குத்துடன் 30^0 ஐ ஆக்கும் போது ஓய்விலிருந்து விடப்படுகிறது. கோல் நிலைக்குத்துடன் θ கோணத்தை ஆக்கும் போது

$\frac{4}{3}\ell\dot{\theta}^2=\left(\sqrt{3}-2cos\theta\right)g$ எனக் காட்டுக.

A யிலுள்ள மறுதாக்கம் S எனின்,

$S=\frac{3mg}{4}sin\theta\left(3cos\theta-\sqrt{3}\right)$ எனக் காட்டுக.

கோல், சுவரை விட்டு நீங்கும் போது, அது நிலைக்குத்துடன் அமைக்கும் கோணத்தையும் காண்க.

8. $\frac{m}{10}$ திணிவைக் கொண்ட P என்னும் ஒரு துணிக்கையானது O வை மையமாகவும், திணிவு m உம், ஆரை a உம் கொண்ட ஒரு சீரான திண்மக் கோளத்தின் மேற்பரப்பிற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. கோளம் கரடான கிடை மேசையொன்றின் மேல் வைக்கப்பட்டுத் தொடக்கத்தில் OP யானது மேன்முக நிலைக்குத்துடன் கோணம் $\frac{\pi}{3}$ ஆக்கும் நிலையில் ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. கோளம் வழுக்காது உருளுகின்றது. OP யானது நேரம் t இல் நிலைக்குத்துடன் கோணம் θ வை ஆக்கும்போது P யின் இயக்கசக்தி $\frac{ma^2}{10}\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\left(1+cos\theta\right)$ எனக் காட்டுக.

கோளத்தின் இய்க்க சக்தியை $m,a,\theta,\frac{d\theta}{dt}$ இன் உறுப்புக்களில் காண்க.

இதிலிருந்தோ அல்லது வேறு வழியாகவோ

$g\left(1-cos\theta\right)=2a\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\left(8+cos\theta\right)$ எனக் காட்டுக.

OP யானது முதலில் கிடையாக வரும்போது O,P என்பவற்றின் வேகங்களைக் காண்க.

9. $3m$ திணிவும் $2a$ நீளமும் கொண்ட AB என்னும் சீரான கோலின்முனை A யில் m திணிவுள்ள ஒரு சிறிய வளையம் இணைக்கப்பட்டு, இவ்வளையமானது ஒப்பமான ஒருநிலைத்த கிடைக்கம்பியில் கோர்க்கப்பட்டுள்ளது. தொடக்கத்தில் கோலானது கம்பியுடன் சேர்த்துக் கிடை நிலையில் பிடிக்கப்பட்டு ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. AB நிலைக்குத்தாக வரும்போது, கோணவேகம் $2\sqrt{\frac{6g}{7a}}$ எனக் காட்டுக. இந்நிலையில் B யின் வேகத்தைக் காண்க.

10. திணிவு m உம், ஆரை a உம் உடைய சீரான வட்டத்தட்டு ஒன்று கிடையுடன் α சாய்வுடைய சாய்தளத்தில் கீழ்நோக்கி (வழுக்காது) உருளுகின்றது. தட்டுக்கு தளத்திற்குமிடையேயான உராய்வுக் குணகம் μ ஆகும். தட்டின் மையத்தின் ஆர்முடுகல் $\frac{2}{3}g\,sin\alpha$ எனவும், $\mu\geq\frac{1}{3}tan\alpha$ எனவும் காட்டுக.

G திருப்பமுடைய மாறா இணையொன்று (இயக்கத்தைத் தடுக்கும்) தட்டிற்குப் பிரயோகிக்கப்படின்,

$\mu\geq\frac{1}{3}tan\alpha+\frac{2G\,sec\alpha}{3mag}$ எனின், தட்டு தொடர்ந்தும் கீழ்நோக்கி உருளும் எனக் காட்டுக.

11. ஒரு நூற் கட்டையிலே சுற்றப்பட்டுள்ள நூலின் ஒரு நுனி நிலைப்பட்டுள்ளது. நூற்கட்டையின் அச்சு கிடை ஆகுமாறும், குலைந்த நூல் நிலைக்குத்தாகுமாறும் நூற்கட்டையானது நிலைக்குத்தாக விழுகிறது. நூற்கட்டையானது a ஆரையும் M திணிவும் கொண்ட உருளையாயின், நூற்கட்டையின் மைய ஆர்முடுகல் $\frac{2}{3}g$ எனவும், நூலின் இழுவை $\frac{1}{3}Mg$ எனவும் காட்டுக.

12. திணிவு m உம் நீளம் $2a$ உம் உடைய சீரான கோலொன்றின் ஒருமுனை ஒரு ஒப்பமான நிலைக்குத்துச் சுவரைத் தொடவும் மறுமுனை ஓர் ஒப்பமான கிடைத்தளத்தைத் தொடவும் சுவருக்குச் செங்குத்தான நிலைக்குத்துத் தளமொன்றில் வைக்கப்பட்டு ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. தொடக்கத்தில் கோல் சுவருடன் ஆக்கும் கோணம் α ஆகும்.

www.aswarphysics.weebly.com

கோல் சுவருடன் கோணம் θ வை ஆக்கும்போது,

(i) கோலின் கோண வேகம் $\dot{\theta}$ ஆனது,

$2a\dot{\theta}^2 = 3g(\cos\alpha - \cos\theta)$ இனால் தரப்படும்.

(ii) கோலின் மேன் முனையானது ஆரம்பத்தில் தரையிலிருந்து உள்ள உயரத்தின் $\frac{2}{3}$ பங்கு உயரத்தில் உள்ள போது சுவரை விட்டுநீங்கும்.

(iii) தரையின் மறுதாக்கம் $\frac{mg}{4}\left(1-6\cos\alpha\cos\theta+9\cos^2\theta\right)$

(iv) கோல் தரையை விட்டு ஒருபோதும் நீங்காது எனக் காட்டுக.

13. m திணிவும் a ஆரையும் உடைய சீரான வட்டத்தட்டு ஒன்று அதின் தளம் நிலைக்குத்தாக இருக்கக் கரடான கிடை மேசை ஒன்றின் மீது ஓய்கின்றது. தொடுகைப்புள்ளியில் உராய்வுக்குணகம் μ ஆகும். தட்டின் தளத்தில் λmga மாறா இணையொன்று தட்டிற்குப் பிரயோகிக்கப்படுகிறது. தட்டானது உருளுகின்றதெனக் கொண்டு, அதன் மையத்தின் ஆர்முடுகல் $\frac{2\lambda g}{3}$ எனக் காட்டுக.

இவ்வகையில் $\mu \ge \frac{2\lambda}{3}$ எனவும் காட்டுக.

14. நிலைக்குத்தாக நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஒப்பமான வட்டக்கம்பியொன்றின் மீது, m திணிவும் $2a$ நீளமும் உடைய சீரான கோல் ஒன்றின் முனைகள் வழுக்கிச் செல்லுமாறு உள்ளன. கோலின் நடுப்புள்ளி C யிற்கும், வட்டக்கம்பியின் மையம் O விற்குமிடையேயான தூரம் B ஆகவும், OC கீழ்நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் ஆக்கும் கோணம் θ வை ஆக்கும்போது

$\dot{\theta}^2 = \frac{6bg}{3b^2+a^2}(\cos\theta-\cos\phi)$ என நிறுவுக.

இங்கு $\phi\left(<\frac{\pi}{2}\right)$ ஆனது இயக்கத்தின் போது, θ இன் உயர்வுப் பெறுமானமாகும்.

15. திணிவு m உம் நீளம் 2ℓ உம் உடைய சீரான கோலின் ஒருமுனையில் சிறிய இலேசான வளையம் ஒன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இவ்வளையம் ஒப்பமான நிலைத்த கிடைக்கம்பி ஒன்றில் வழுக்கிச் செல்லச் சுயாதீனமுடையது. கோல் நிலைக்குத்தாகச் சமநிலையில் தொங்கிக் கொண்டிருக்கையில் அதன் கீழ்முனையில் கம்பிக்கு சமாந்தரமாகக் கிடைத்திசையில் 2 mV பருமனுடைய கணத்தாக்கு ஒன்று கொடுக்கப்படுகிறது. கோலின் கீழ்முனையானது $8V$ என்னும்

கதியுடன் இயங்கத் தொடங்குகிறது எனக்காட்டி, கோல் நிலைக்குத்துடன் கோணம் θ வை ஆக்கும்போது, $(1+3\sin^2\theta)\ell^2\dot{\theta}^2 = 36V^2-6g(1-\cos\theta)$ எனக் காட்டுக.

16. M திணிவும் $2a$ நீளமும் உடைய சீரான கோல் AB, சுழற்சியின்றி AB கிடையாக இருக்க புவியீர்ப்பின் கீழ் சுயாதீனமாக விழுகின்றது. கோலின் கதி v ஆக இருக்கையில், அதன்முனை A திடீரென நிலைப்படுத்தப்படுகிறது. கோல் சுழலத் தொடங்கும் கோணக்கதியைக் காண்க.

17. m திணிவும் $2a$ நீளமும் உடைய சீரான கோல் AB ஓர் ஒப்பமான கிடைமேசையில் ஓய்விலுள்ளது. கோலிலுள்ள ஒரு புள்ளி P யிற்கு பிரயோகிக்கப்படுகிறது. கணத்தாக்கிற்கு உடனடியாகப்பின், முனை A நிலையாக இருப்பின், AP யின் தூரத்தைக் கணிக்க.
கோலின் ஆரம்பத்திசைக்குச் செங்குத்தாக முதலில் அது வரும்பொழுது, கோலின் திணிவுமையம் $\frac{\pi a}{2}$ தூரம் இயங்கியிருக்குமெனக் காட்டுக.

18. ஒவ்வொன்றும் m திணிவுடைய இரு துணிக்கைகள் A, B ℓ நீளமுடைய இலேசான கோல் ஒன்றினால் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. தொகுதியானது, B மேசையுடன் நிலைப்படுத்தப்பட்டு ஒப்பமான கிடைமேசை ஒன்றின் மேல் ஓய்விலுள்ளது. A இற்கு, BA யுடன் $\frac{\pi}{3}$ கோணத்தை ஆக்கும் திசையில் ஒரு கிடைக் கணத்தாக்கு J கொடுக்கப்பட்டது. AB யின் கோண வேகத்தைக் காண்க.
A, B இரண்டும் இயங்குவதற்குச் சுயாதீனம் உடையவை எனின், தொடக்கத்தில் A யானது, BA உடன் θ கோணத்தை ஆக்கும் திசையில் இயங்கத் தொடங்கும் எனக் காட்டுக. இங்கு $\tan\theta = 2\sqrt{3}$ இவ்வகையில் கணத்தாக்கினால் பிறப்பிக்கப்பட்ட இயக்கசக்தியைக் காண்க.

19. திணிவு m உம், ஆரை a உம் மையம் O வும் உடைய சீரான வட்டத்தட்டு ஒன்று ஓர் ஒப்பமான கிடைமேசை மீது ஓய்கின்றது. இவ்வடருக்கு, அதன் விளிம்பிலுள்ள A என்னுமொரு புள்ளியில், புள்ளி A யின் தொடக்கவேகத்தின் பருமன் V ஆகவும், AO உடன் 45^0 கோணத்தை ஆக்குமாறும் கணத்தாக்கு ஒன்று கொடுக்கப்படுகிறது. கணத்தாக்கின் பருமன் $\frac{mV\sqrt{5}}{3}$ எனவும். தட்டின் இயக்கசக்தி $\frac{mV^2}{3}$ எனவும் காட்டுக

www.aswaraphysics.weebly.com

தட்டு ஒரு பூரண சுழற்சியை ஆக்கும்போது மையம் O அசைந்த தூரத்தைக் காண்க.

20. ஆரை a உடைய சீரான வட்டத்தட்டு ஒன்று அதன் தளம் நிலைக்குத்தாக அமைய, கரடான கிடைத்தளமொன்றில் சீரான கோணக்கதி ω உடன் உருள்கிறது. கிடைத்தளத்திற்கு மேல் $\frac{1}{3}a$ உயரத்திலுள்ளதும் தட்டின் தளத்திற்கு செங்குத்தாக உள்ளதுமான நிலைத்த மீள்தன்மையற்ற கிடைக்கோலொன்றினை இவ்வடர் அடிக்கிறது. கோல், வழுக்குதலைத் தடுப்பதற்குப் போதியளவு உராய்வுடைய தெனக் கொண்டு

$$36g < 49\,a\omega^2 < 54g$$ எனின்,

தட்டானது கோலுடன் தொடுகையை இழக்காது, மேற்போந்து (surmount) செல்லுமெனக் காட்டுக.

21. பூரண கரடானதும் a ஆரையுடையதுமான சீரான வட்டவளையம் ஒன்று கிடைத்தளமொன்றில் மீள்தன்மையற்ற h உயரமான படி ஒன்றை நோக்கி u வேகத்துடன் உருளுகின்றது, $h < \frac{a}{2}$ ஆகும். வளையத்தின் தளம் நிலைக்குத்தாகவும், படியின் விளிம்பிற்குச் செங்குத்தாகவும் உள்ளது. வளையமானது படியுடன் தொடுகையை இழக்காமல் படியை மேற்போந்து செல்வதற்கான நிபந்தனை

$$4a^2 hg < u^2(2a-h)^2 < 4a^2(a-h)g$$ ஆகுமென நிறுவுக.

22. M திணிவும் a பக்க நீளமும் கொண்ட சீரான சதுர அடர் ஒன்று ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசையின் மேல் வைக்கப்பட்டுள்ளது. அடருக்கு உச்சி A யில் AB திசையில் MV பருமனுடைய கிடைக்கணத்தாக்கு ஒன்று கொடுக்கப்படுகிறது. அடர் பெற்ற இயக்கசக்தியைக் காண்க. அடரானது ஒரு பூரண சுழற்சியை ஆக்கும் போது, அதன் மையம் சென்ற தூரம் $\frac{2\pi a}{3}$ எனக் காட்டுக.

23. m திணிவும், a ஆரையுமுடைய வட்ட அடரொன்று ஒப்பமான கிடைமேசையொன்றின் மேல் அதன் மையம் O பற்றி கோணவேகம் ω உடன் சுழல்கிறது. அடரின் தளம் கிடையாக உள்ளது. அடரின் விளிம்பில் இருக்கும் ஒரு புள்ளி A யில் சடுதியாக நிறுத்தப்படும் போது புதிய கோண வேகத்தையும் A யில் பிரயோகிக்கப்பட்ட கணத்தாக்கையும் காண்க.

24. ஒவ்வொன்றும் m திணிவுடைய AB, BC என்னும் இரு சீரான கோல்கள் B யில் சுயாதீனமாக மூட்டப்பட்டு ஓர் ஒப்பமான கிடைமேசை ஒன்றின் மேல் AB, BC

ஒரு நேர்கோட்டில் அமையுமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளன. A யில், AB யிற்குச் செங்குத்தாக I பருமனுடைய கிடைக் கணத்தாக்கு ஒன்று கொடுக்கப்படுகிறது. கோல்களின் மையங்களின் ஆரம்பக் கதிகளைக் காண்க.

25. திணிவு M, ஆரை a, மையம் B ஆகியவற்றையுடைய திண்மக்கோளமொன்று, ஆரை $2a$ யும், மையம் A யும் உடைய நிலைத்த கரடான கோள மொன்றின் உச்சியில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. கோளமானது அதன் உறுதியற்ற சமநிலைத் தானத்திலிருந்து சிறிது இடம் பெயர்க்கப்படுகிறது. உருளுகின்ற கோளமானது எந்த ஒரு நேரம் t யிலும், AB நிலைக்குத்துடன் ஆக்கும் கோணம் θ ஆக,

$21a\dot{\theta}^2 = 10g(1-\cos\theta)$ எனக் காட்டுக.

இரு கோளங்களுக்குமிடையேயான உராய்வுக் குணகம் μ எனின்,

$2\sin\theta = \mu(17\cos\theta - 10)$ ஆகும்போது வழுக்குதல் நடைபெறும் எனக் காட்டுக. இங்கு $\cos\theta < \frac{10}{17}$

26. m திணிவும் a ஆரையும் கொண்ட சீரான வட்டத்தட்டு ஒன்று கிடையுடன் 30^0 சாய்ந்துள்ள கரடான சாய்தளமொன்றில் வைக்கப்பட்டு ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. தளத்திற்கும், தட்டிற்குமிடையேயான உராய்வுக் குணகம் $\frac{\sqrt{3}}{10}$ ஆகும்.

தட்டானது கீழ் நோக்கி உருளும் போது வழுக்குமெனக் காட்டுக.

தட்டின் மையமானது தளத்தின் வழியே கீழ் நோக்கி $14a$ தூரம் நகர எடுத்த நேரம் $\sqrt{\frac{80a}{g}}$ எனக் காட்டுக.

27. $5\,m$ திணிவும், a ஆரையும் கொண்ட ஒரு திண்மக் கோளமானது μ உராய்வுக் குணகம் கொண்ட ஒரு கரடான கிடைத்தரையில் மெதுவாக வைக்கப்பட்டுள்ளது. தொடக்கத்தில் கோளமானது அதனுடைய கிடைவிட்டம் ஒன்றினைப்பற்றி கோணவேகம் ω உடன் சுழல்கிறது. கோளமானது அதனுடைய மையம் $\frac{2a^2\omega^2}{49\mu g}$ எனும் தூரம் நகரும் வரை வழுக்குமெனக் காட்டுக.

வழுக்குதல் முடிவடையும் தறுவாயில் அதன் கோணவேகம் $\frac{5}{7}\omega$ எனக்காட்டுக.

www.aswarphysics.weebly.com

அலகு 11

காவிப்பிரயோகமும், தளவளையியின், வழியே துணிக்கையின் இயக்கமும் (முனைவாள் கூற்று வடிவம்)

உதாரணம் 1

$i+j+k$ என்னும் ஒருமை வேகத்துடன் இயங்கும் துணிக்கை A, $3i-7j-4k$ ஐ தானக்காவியாகவுடைய புள்ளியினூடாகச் செல்லும் அதே கணத்தில், துணிக்கை B, $i+j+pk$ ஐ தானக்காவியாகவுடையாக புள்ளியினூடாகச் செல்கிறது. B யானது ஒருமை வேகக்காவி $2i-j-5k$ ஐக் கொண்டுள்ளது.

(a) B இன் A தொடர்பான வேகத்தைக் காண்க.
(b) A உம், B உம் மோதுமெனின், p இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
(c) $p=-\frac{1}{2}$ எனின், தொடரும் இயக்கத்தில், A,B இற்கிடையேயான மிகக் குறைந்த தூரத்தைக் காண்க.

$$V_{A,E} = i+j+k$$
$$V_{B,E} = 2i-j-5k$$

(a) $V_{B,A} = V_{B,E} + V_{E,A}$

$$=(2i-j-5k)-(i+j+k)$$
$$= i-2j-6k \quad \text{———} (1)$$

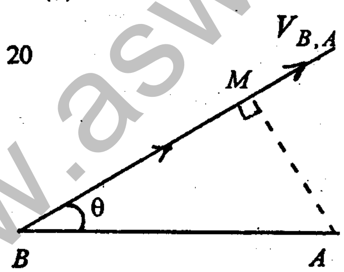
(b) A உம், B உம் மோதுவதால், $V_{B,A} \parallel \overrightarrow{BA}$

$$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}$$
$$= 4i-8j-(4+p)k \quad \text{———} (2)$$

(1), (2) இலிருந்து $\frac{-6}{-(4+p)} = \frac{1}{4}$, $\quad p=20$

(c) மிககிட்டிய தூரம் $= AM = BA \sin\theta$

$$= \frac{|\overrightarrow{BA} \wedge V|}{|V|}$$



$$= \frac{\left|41i+\frac{41}{2}j\right|}{\sqrt{41}} = \frac{\sqrt{205}}{2}m$$

2. A, B, C என்னும் மூன்று துணிக்கைகள் மாறா வேகக் காவிகள் V_A, V_B, V_C என்பவற்றுடன் இயங்குகின்றன. $V_C=-i+j+3k$ ஆகவும், A, B என்பவற்றின் C தொடர்பான வேகங்கள் முறையே $-3i-8k$ உம், $3i-3j-10k$ உம் ஆகும். V_A, V_B என்பவற்றைக் காண்க.
ஒரு குறித்த நேரத்தில் A, B, என்பவற்றின் தானக்காவிகள் முறையே $11i-2j+16k$ உம், $-7i+7j+22k$ உம் எனின், A உம் B உம் மோதுமெனக் காட்டுக.

$$V_{A,E} = V_{A,C} + V_{C,E}$$
$$=(-3i-8k)+(-i+j+3k)$$
$$=-4i+j-5k$$
$$V_{B,E} = V_{B,C} + V_{C,E}$$
$$=(3i-3j-10k)+(-i+j+3k)$$
$$=2i-2j-7k$$

t நேரத்தின்பின் A உம், B உம் மோதுமெனின்,

$$(11i-2j+16k)+tV_A = (-7i+7j+22k)+tV_B$$
$$(11-4t)i+(-2+t)j+(16-5t)k = (-7+2t)i+(7-2t)j+(22-7t)k$$

$$11-4t=-7+2t \Rightarrow t=3$$
$$-2+t=+7-2t \Rightarrow t=3$$
$$16-5t=22-7t \Rightarrow t=3$$

எனவே 3 அலகு நேரத்தில் துணிக்கைகள் மோதும்.

3. நேரம் t இல், துணிக்கை P யின் தானக்காவி r ஆனது $r = \cos t\, i + 2\sin t\, j + \sin 2t\, k$ என்பதால் தரப்படுகிறது. இங்கு i, j, k ஒன்றுக் கொன்று செங்குத்தான $1m$ பருமனுடைய அலகுக்காவிகளாகும். P யில் தாக்கும் விசைகளில் ஒன்று F, $F=2\cos t\, i+\cos 2t\, j$ என்பதால் தரப்படுகிறது. F, வேலை செய்யும் வீதத்தைக் காண்க.

www.aswarphysics.weebly.com

$t = O$ இலிருந்து $t = \frac{\pi}{2}$ க்கு F இனால் செய்யப்பட்ட வேலையைக் காண்க.

$$r = \cos t\, i + 2 \sin t\, j + \sin 2t\, k$$

$$v = \frac{dr}{dt} = -\sin t\, i + 2\cos t\, j + 2\cos 2t\, k$$

F, வேலை செய்யும் வீதம். $F.v$

$$= -2\cos t \sin t + 2\cos 2t.\cos t$$

$$= 2\cos t\,(\cos 2t - \sin t) \text{ வாற்று}$$

மாறும் விசை ஒன்றினால் செய்யப்பட்டவேலை.

$$\int P\,dt = \int (F.v)\,dt \qquad [P - \text{வலு}]$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (F\cdot v)\,dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\cos t(\cos 2t - \sin t)\,dt$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos 3t + \cos t - \sin 2t)\,dt$$

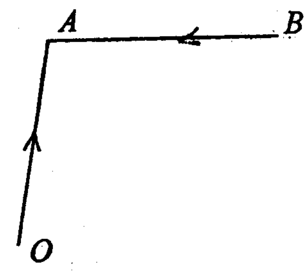
$$= \left[\frac{\sin 3t}{3} + \sin t + \frac{\cos 2t}{2}\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \left(-\frac{1}{3} + 1 - \frac{6}{2}\right) - \left(O + O + \frac{1}{2}\right)$$

$$= -\frac{1}{3} J$$

4. A, B, C என்பவற்றின் O ஐக் குறித்த தானககாவிகள் முறையே $4i + 3j$, $3i + j + 2k$, $7i + 4j + 2k$ ஆகும். இங்கு தூரங்களின் அலகு மீற்றர் ஆகும். P என்னும் ஒரு துணிக்கை O விலிருந்தும், Q என்னும் இரண்டாவது துணிக்கை B இலிருந்தும் ஒருங்கமையப் புறப்படுகின்றன. ஒவ்வொரு துணிக்கையும் மாறா வேகத்துடனும் இயங்குகின்றன. P, OA வழியேயும்.

Q, BA வழியேயும் இயங்குகின்றன. Q இன் கதி $6ms^{-1}$ உம், P இன் Q தொடர்பான வேகம் OC க்கு சமாந்தரமாகும்.
P இன் கதியைக் காண்க.
தொடரும் இயக்கத்தில்
P இற்கும் Q இற்குமிடையேயான மிகக் குறைந்த தூரம் யாது?
என்பவற்றைக் காண்க.



$V_{P,E} = \lambda(4i + 3j)$ என்க.

$$\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = i + 2j - 2k$$

$V_{Q.E} = \mu(i + 2j - 2k)$ என்க.

$$|V_{Q,E}| = 6 \Rightarrow \mu = 2$$

$$V_{Q.E} = 2i + 4j - 4k$$

$$V_{P.Q} = V_{P,E} + V_{E.Q}$$

$$= (4\lambda - 2)\,i + (3\lambda - 4)\,j + 4k \quad \text{——(1)}$$

$V_{P.Q}$, ஆனது OC இற்கு சமாந்தரமாகும்.

$$OC = 7i + 4j - 2k$$

$$\frac{4\lambda - 2}{7} = \frac{3\lambda - 2}{4} = \frac{4}{2}$$

$\lambda = 4$ ஆகும். ——(2)

$$V_{P,E} = 4(4i + 3j) = 16i + 12j$$

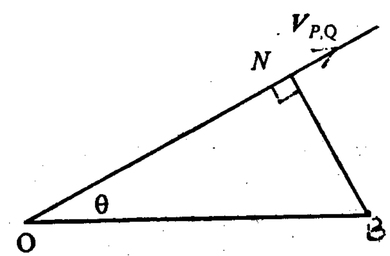
P இன் கதி $= \sqrt{16^2 + 12^2} = 20ms^{-1}$ ——(2)

(1), (2) இலிருந்து
$V_{P.Q} = 14i + 8j + 4k$ ஆகும்.
மிகக்கிட்டிய தூரம் $BN = OB \sin\theta$

$$BN = \frac{|\vec{OB} \wedge V|}{|V|}$$

$$= \frac{|-12i + 16j + 10k|}{|14i + 8j + 4k|}$$

$$= \sqrt{\frac{500}{276}} = 1.35m$$



www.aswarphysics.weebly.com

5. நேரம் $t=0$ இல் துணிக்கை A உற்பத்தியிலும், துணிக்கை B, $5i-10j-12k$ ஐ தானக்காவிகளாக உடைய புள்ளியில் உள்ளன. A, ஒருமை வேகக்காவி $2i$ உடனும், B ஒருமை வேகக்காவி $4i+4j+5k$ உடனும் இயங்குகின்றன.

தொடரும் இயக்கத்தில் A, B இற்கிடையேயான மிகக்குறைந்த தூரம் $\sqrt{89}\ m$ ஆகும்.

மூன்றாம் துணிக்கை C, நேரம் $t=0$ இல் $-i+8j$ ஐ தானக்காவியாக உடைய புள்ளியில் உள்ளது. அது சீரான வேகத்துடன் சென்று $t=3$ இல், B உடன் மோதுகிறது. C இன் வேகக்காவியைக் காண்க.

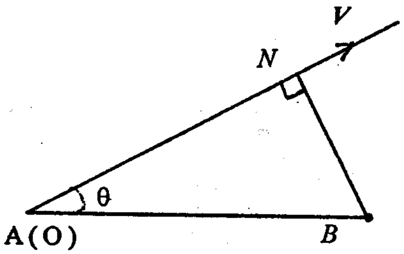
$V_{A,E}=2i$

$V_{B,E}=4i+4j+5k$

$V_{A,B}=V_{A,E}+V_{E,B}$

$=2i-(4i+4j+5k)$

$=-2i-4j-5k$



$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}=5i-10j-12k$

மிகக்கிட்டிய தூரம் $=AB\sin\theta$

$$=\frac{|\overrightarrow{AB}\wedge V|}{|V|}$$

$$=\frac{|2i+49j-40k|}{|2i-4j-5k|}$$

$$=\frac{\sqrt{4005}}{\sqrt{45}}=\sqrt{89}$$

C யின் வேகம் V_C என்க.

$$(-i+8j)+3V_C=(5i-10j-12k)+3(4i+4j+5k)$$

$$3V_C=18i-6j+3k$$

$$V_C=6i-2j+k$$

6. (a) கோள மொன்றின் வேகம் $2i-5j$ ஆகும். இது j இற்குச் செங்குத்தான ஒப்பமான சுவரை மோதுகிறது. கோளத்திற்கும், சுவருக்குமிடையேயான மீளமைவுக் குணகம் $\frac{2}{3}$ எனின், மோதுகையின் பின் கோளத்தின் வேகத்தைக் காண்க.

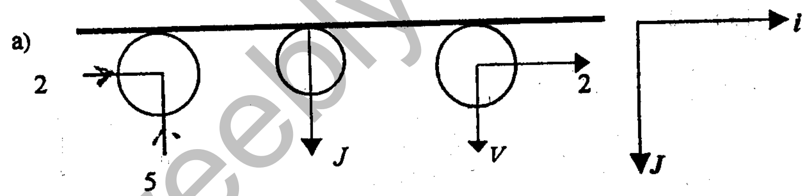
(b) m திணிவுள்ள ஒரு கோளம் $3i-2j$ வேகத்துடனியங்கி, $12i+5j$ இன் திசையிலான ஒப்பமான சுவர் ஒன்றுடன் மோதுகிறது. மோதுகையின் பின்னர், கோளத்தின் வேகம் $\frac{3}{2}i+\frac{8}{5}j$ ஆகும்.

(i) மொத்தலினால் ஏற்பட்ட கணத்தாக்கு

(ii) சுவருக்கும், கோளத்திற்குமிடையேயான மீளமைவுக் குணகம்.

(iii) மொத்தலினால் ஏற்பட்ட சக்தி நட்டம் என்பவற்றைக் காண்க.

a)



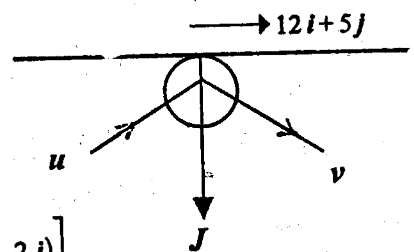
நியூட்டனின் மீளமைவு விதிப்படி,

$$V=\frac{2}{3}\times 5=\frac{10}{3}$$

மோதுகையின் பின் கோளத்தின் வேகம் $2i+\frac{10}{3}j$ ஆகும்.

(b) $u=3i-2j$

$v=\frac{3}{2}i+\frac{8}{5}j$



(i) $J=m(v-u)$

$$=m\left[\left(\frac{3}{2}i+\frac{8}{5}j\right)-(3i-2j)\right]$$

$$=m\left[-\frac{3}{2}i+\frac{18}{5}j\right]$$

$$=m\left[-\frac{15}{10}i+\frac{36}{10}j\right]$$

$$=\frac{3m}{10}[-5i+12j] \quad \text{——— (1)}$$

www.aswarphysics.weebly.com

(ii) J இன் திசையிலான அலகுக் காவி $\frac{1}{13}(-5i+12j)$

நியூட்டனின் மீளமைவு விதி

$$\left(\frac{3}{2}i+\frac{8}{5}j\right)\cdot\frac{1}{13}(5i+12j)=e(3i+2j)\cdot\left(-\frac{1}{13}\right)(-5i+12j)$$

$$\frac{1}{13}\left[-\frac{15}{2}+\frac{96}{5}\right]=\left(-\frac{1}{13}\right)e(-15-24)$$

$$e=\frac{3}{10}$$

(iii) சக்தி மாற்றம் $=\frac{1}{2}mu^2-\frac{1}{2}mv^2$

$$=\frac{1}{2}m\left[\frac{481}{100}-13\right]$$

$$=-\frac{819}{200}m$$

சக்தி நட்டம் $=\frac{819}{200}m$

7. $P_1=5i+12j$, $P_2=12i-5j$ என்பன ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான காவிகள் எனக் காட்டுக. P_1, P_2 இன் திசைகளிலான அலகுக் காவிகள் முறையே n, t எனின் $13i+13j=17n+7t$ எனவும், $26i=10n+24t$ எனவும் காட்டுக.

இரு பூரண மீள்தன்மைக் கோளங்கள் S_1, S_2 என்பன சமதிணிவும், சம ஆரையும் உடையன. இரண்டும் ஒப்பமான மேசையொன்றின் மீது $V_1=13i+13j$, $V_2=26i$ என்ற வேகங்களுடன் மோதுகின்றன. மோதும் கணத்தில் மையமிணை கோட்டின் வழியேயான அலகுக்காவி n ஆகும். மோதுகையின் பின்னர் S_1, S_2 இன் வேகக்காவிகளை n, t இல் கண்டு, பின் அக்காவிகளை i, j இல் தருக.

$$P_1\cdot P_2=(5i+12j)\cdot(12i-5j)=0$$

எனவே P_1, P_2 செங்குத்தானவை.

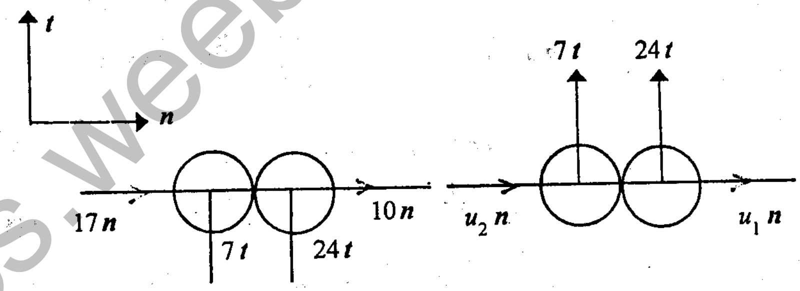
$$n=\frac{1}{13}[5i+12j],\qquad t=\frac{1}{13}[12i-5j]$$

$$V_1=13i+13j=[(13i+13j)\cdot n]n+[(13i+13j)\cdot t]t$$

$$=17n+7t$$

$$V_2=26i=[26i.n]n+[26i.t]t$$

$$=10n+24t$$



உந்தக்காப்புவிதி $u_1+u_2=17+10$

நியூட்டனின் விதி $u_1-u_2=17-10$

$u_1=17,\ u_2=10$

மோதுகையின் பின் S_1 இன் வேகம் $=10n+7t \quad =\frac{1}{13}[134i+85j]$

S_2 இன் வேகம் $=7n+24t \quad =\frac{1}{13}[373i+84j]$

8. தளமொன்றில் இயங்கும் துணிக்கை ஒன்றின், ஆரைவழியே அதற்குச் செங்குத்தான ஆர்முடுகலின் கூறுகள் $(\ddot{r}-r\dot{\theta}^2)$, $(r\ddot{\theta}+2\dot{r}\dot{\theta})$ எனக் காட்டுக.

$OP=r$ கோணம் $POA=\theta$

OP வழியேயான அலகுக்காவி ℓ உம், OP இற்குச் செங்குத்தாக θ அதிகரிக்கும் திசையில் அலகுக்காவி m உம் என்க.

$$\frac{d\ell}{dt}=\dot{\theta}m,\quad \frac{dm}{dt}=-\dot{\theta}\ell \text{ ஆகும்.} \left[\frac{d\theta}{dt}=\dot{\theta}\right]$$

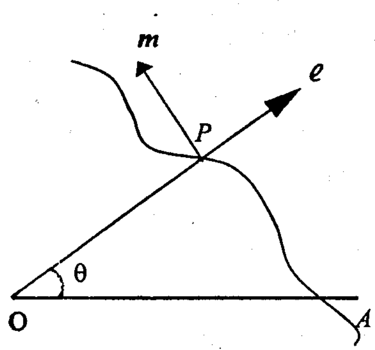
$$\overrightarrow{OP}=r=r\ell$$

www.aswarphysics.weebly.com

$$v = \frac{dr}{dt} = \frac{d}{dt}(r\boldsymbol{e})$$

$$= \frac{dr}{dt}\boldsymbol{e} + r\frac{d\boldsymbol{e}}{dt}$$

$$= \frac{dr}{dt}\boldsymbol{e} + r\dot{\theta}\boldsymbol{m}$$



$$f = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt}\left[\frac{dr}{dt}\boldsymbol{e} + r\dot{\theta}\boldsymbol{m}\right]$$

$$= \frac{d^2 r}{dt^2}\boldsymbol{e} + \frac{dr}{dt}\left(\frac{d\boldsymbol{e}}{dt}\right) + \frac{d}{dt}(r\dot{\theta})\boldsymbol{m} + r\dot{\theta}\frac{d\boldsymbol{m}}{dt}$$

$$= \frac{d^2 r}{dt^2}\boldsymbol{e} + \left(\frac{dr}{dt}\right)\dot{\theta}\boldsymbol{m} + \frac{d}{dt}(r\dot{\theta})\boldsymbol{m} + r\dot{\theta}(-\dot{\theta}\boldsymbol{e})$$

$$f = \left(\frac{d^2 r}{dt^2} - r\dot{\theta}^2\right)\boldsymbol{e} + \left[\frac{d}{dt}(r\dot{\theta}) + \frac{dr}{dt}\dot{\theta}\right]\boldsymbol{m}$$

$$= \left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)\boldsymbol{e} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\boldsymbol{m}$$

(i) துணிக்கை ஒன்று $r = 3e^{\theta}$ என்ற வளையியின் வழியே இயங்குகின்றது. முனைவு O விலிருந்து துணிக்கை r தூரத்திலிருக்கையில், துணிக்கையின் ஆரை வழியேயான வேகம் $\frac{2}{r}$ ஆகவுள்ளது. துணிக்கையின் ஆர்முடுகல் O வை நோக்கி $\frac{8}{r^3}$ எனக் காட்டுக.

$$r = 3e^{\theta}$$

$$\frac{dr}{dt} = \dot{r} = 3e^{\theta}\dot{\theta} = r\dot{\theta}$$

ஆரை வழியேயான வேகம் $= \dot{r} = r\dot{\theta} = \frac{2}{r}$

$$r^2\dot{\theta} = 2$$

$$\dot{\theta} = \frac{2}{r^2}$$

$$\dot{r} = r\dot{\theta} \qquad \ddot{\theta} = -\frac{4}{r^3}\cdot\frac{dr}{dt}$$

$$\ddot{r} = \dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta} \qquad = -\frac{4}{r^3}\dot{r}$$

$$= r\dot{\theta}^2 + r\ddot{\theta}$$

ஆர்முடுகலின், ஆரை வழியேயான கூறு $= \ddot{r} - r\dot{\theta}^2$

$$= \left(r\dot{\theta}^2 + r\ddot{\theta}\right) - r\dot{\theta}^2$$

$$= r\ddot{\theta} = r \times \left(\frac{-4}{r^3} \times r\dot{\theta}\right)$$

$$= -\frac{8}{r^3}$$

ஆரைக்குச் செங்குத்தான வழியேயானகூறு $= r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta}$

$$= r\left(\frac{-4}{r^3}\right)r\dot{\theta} + 2(r\dot{\theta})\dot{\theta}$$

$$= r\left(\frac{-4}{r^3}\right)\left(\frac{2}{r}\right) + 2\left(\frac{2}{r}\right)\left(\frac{2}{r^2}\right)$$

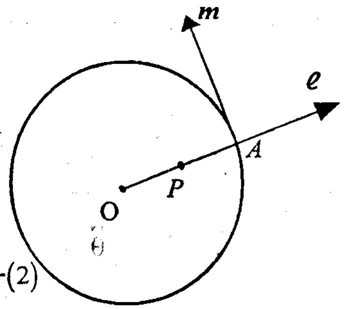
$$= \frac{-8}{r^3} + \frac{8}{r^3} = 0$$

எனவே, ஆர்முடுகல் O வை நோக்கி $\frac{8}{r^3}$ ஆகும்.

(ii) சில்லு ஒன்று அதன் மையம் O பற்றி ω என்னும் ஒருமைக் கோணவேகம் ω உடன் சுழல்கிறது. பூச்சி ஒன்று O விலிருந்து ஆரையொன்றின் வழியே சில்லுத்தொடர்பாக u என்னும் ஒருமைக்கதியுடன் இயங்குகிறது. O விலிருந்து

www.aswarphysics.weebly.com

பூச்சி இயங்கத் தொடங்கி t நேரத்தின் பின், P யின் ஆர்முடுகலின் ஆரைவழியேயான, ஆரைக்குச் செங்குத்தான கூறுகளைக் காண்க.
$t=2$ இல் P இன் வேகத்தினதும், ஆர்முடுகலினதும் ஆரைக்குச் செங்குத்தான கூறுகளைக் காண்க.
சில்லு $-W$, பூமி - E, பூச்சி I.



$$V_{I,E} = V_{I,W} + V_{W,E}$$

$$V = u\ell + (ut)\omega m \quad \text{———(1)}$$

$$f = \frac{dv}{dt} = u\frac{d\ell}{dt} + u\omega m + (u\omega t)\frac{dm}{dt}$$

$$= (-\omega^2 ut)\ell + (2u\omega)m \quad \text{———(2)}$$

ஆரை வழியேயானகூறு $= -\omega^2 u$

தொடலி வழியேயானகூறு $= 2u\omega$

(1) இலிருந்து $t=2$ இல் தொடலிவழியேயான வேகக்கூறு $= 2u\omega$

(2) இலிருந்து $t=2$ இல் தொடலிவழியேயான ஆர்முடுகல் $= 2u\omega$

(iii) m திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை A ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசையில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. நீட்டமுடியாத இழையொன்றின் ஒருநுனி துணிக்கை A இற்கு இணைக்கப்பட்டு, இழையானது மேசையிலுள்ள ஒரு சிறு துவாரம் H இனூடு சென்று, இழையின் மறுமுனையில் அதே m திணிவையுடைய B என்னுமொரு துணிக்கை இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை B சுயாதீனமாகத் தொங்குகிறது. தொடக்கத்தில் $AH = a$ ஆகவும், துணிக்கை A யானது, மேசைவழியே இழைக்குச் செங்குத்தாக $\sqrt{2gh}$ கதியுடனும் இயங்குகிறது.

இங்கு $h > \frac{a}{2}$ நேரம் t இன் பின்னர் தூரம் AH ஆனது r எனின்,

$$\dot{r}^2 = gh\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) + g\,(a-r)$$ எனக் காட்டுக.

துணிக்கை B ஆனது மேசையை அடையுமெனின், இழையின் நீளம் $\left[h + \sqrt{h^2 + 4ah}\,\right]\big/2$ இலும் பெரிதாகாது எனவும் காட்டுக.

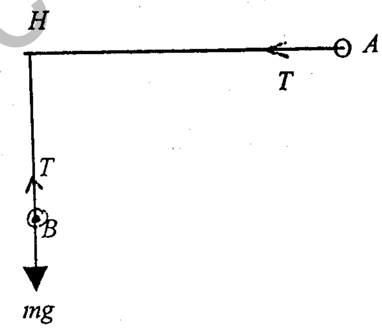
$P = mf$ பிரயோகிக்க.

$B, \uparrow \quad T - mg = m\ddot{r}$ ———(1)

$\xrightarrow{A}\quad -T = m\left(\ddot{r} - r\dot{\theta}^2\right)$ ———(2)

$(1)+(2)\quad 2\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 = -g$ ———(3)

A இற்கு AH இற்குச் செங்குத்தாக,



$$O = m \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{d}{dt}\left(r^2\dot{\theta}\right) \quad \text{———(4)}$$

$$\Rightarrow \frac{d}{dt}\left(r^2\dot{\theta}\right) = O$$

$$\Rightarrow r^2\dot{\theta} = \text{மாறிலி}$$

$$\Rightarrow r\dot{\theta}^2 = \frac{k}{r^3} \quad \text{———(5)}$$

(3), (5) இலிருந்து,

$$2\ddot{r} = \frac{k}{r^3} - g$$

$$2\dot{r}\ddot{r} = \frac{k}{r^3}\dot{r} - g\dot{r}$$

$$\frac{d}{dt}\left(\dot{r}^2\right) = \frac{d}{dt}\left(\frac{-k}{2r^2}\right) - g\frac{d}{dt}(r)$$

$$\int \frac{d}{dt}\left(\dot{r}^2\right)dt = \int \frac{d}{dt}\left(\frac{-k}{2r^2}\right)dt - \frac{d}{dt}\int gr.dt$$

$$\dot{r}^2 = \frac{-k}{2r^2} - gr + A \quad \text{———(6)}$$

$t=O$ இல் $r=a$, $\dot{r}=O$ என (6) இல் பிரதியிட

$$A = ga + \frac{k}{2a^2} \quad \text{———(7)}$$

$t=O$ இல் $r=a$, $r\dot{\theta} = \sqrt{2gh}$ என (5) இல் பிரதியிட,

www.aswarphysics.weebly.com

$$(r\dot{\theta})^2 = \frac{k}{2r^2} \Rightarrow 2gh = \frac{k}{a^2}$$

$$k = 2gha^2 \qquad \text{———} (8)$$

(6), (7), (8) இலிருந்து $\dot{r}^2 = gh\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) + g(a - r)$ ———(A)

$r = \ell$ ஆக, $\dot{r} = 0$ என்க. (A) இலிருந்து

$$h\left(\ell^2 - a^2\right) + \ell^2(a - r) = 0$$

$$h(\ell + a) - \ell^2 = 0 \quad [\ell - a = 0; \text{ ஆரம்பத்தில் } t = 0]$$

$$\ell^2 - \ell h - ah = 0$$

$$\ell = \frac{h \pm \sqrt{h^2 + 4ah}}{2}, \ \ell > 0 \text{ ஆகவே } \ell = \frac{h + \sqrt{h^2 + 4ah}}{2}$$

பயிற்சி 11

1. வாணம் ஒன்று அது ஏவப்பட்டு t நேரத்தில் அதன் வேகம் V ஆனது $V = 50\,i + (70 - 10t)\,j$ ஆகுமாறு அசைகிறது. இங்கு i, j என்பன கிடை, நிலைக்குத்துத் திசைகளிலான (மேல்நோக்கிய) அலகுக் காவிகளாகும்.
- (a) ஏவுகணையின் தொடக்கவேகம் என்ன?
- (b) $t = 2$ இல் அதன் கதியைக் காண்க.
- (c) $t = 3$ இல் ஆர்முடுகல் யாது?
- (d) t நேரத்தில், ஏவப்பட்ட புள்ளியிலிருந்து இடப்பெயர்ச்சியைக் காண்க.
- (e) எப்பொழுது அதிஉயர் உயரத்தை அடையும்?
- (f) அடைந்த அதி உயர் உயரம் என்ன?

2. துணிக்கை ஒன்று $u = 24\,i + 40\,j$ என்னும் தொடக்க வேகத்துடனும், $a = 2\,i - 10\,j$ எனும் சீரான ஆர்முடுகலுடனும் இயங்குகிறது. இங்கு i, j என்பன Ox, Oy திசைகளில் அலகுக்காவிகளாகும்.
- (a) 2 செக்கன்களின் பின்
- (b) t செக்கன்களின் பின் துணிக்கையின் வேகம் என்ன?
- (c) ஆரம்பத்தில் இயக்கத்திசை Ox உடன் ஆக்கும் கோணம் என்ன?
- (d) எந்நேரங்களில் Ox இன் நேர்த்திசையுடன் 45^0 ஆக்கும் திசையில் இயங்கும்?
- (e) எந்நேரத்தில் ஆரம்ப இயக்கத் திசைக்கு செங்குத்தாக இயங்கும்?

3. 80 m உயரமான கோபுரத்தின் உச்சியிலிருந்து புறப்பட்டுச் செல்லும் ஏவுகணை ஒன்றின், t நேரத்தின்பின் அதன் இடப்பெயர்ச்சியானது $3t\,i + 4t\,j + 5t^2\,k$ என்பதால் தரப்படுகிறது. இங்கு i, j, k என்பன முறையே மேற்கு, வடக்கு, கீழ்நோக்கிய நிலைக்குத்துத் திசைகளிலான அலகுக்காவிகளாகும்.
- (a) t செக்கன்களின் வேகம் யாது?
- (b) ஆரம்பத்தில் கிடையாக இயங்குகிறதெனக்காட்டி திசைகோளைக் காண்க.
- (c) 2 செக்கன்களின் பின் கதி $5\sqrt{17}\ \text{ms}^{-1}$ எனக் காட்டுக.
- (d) புறப்பட்டு 2 செக்கன்களின் பின் தூரத்தைக் காண்க.
- (e) அது எப்போது பூமியை அடிக்குமெனக் காண்க.

4. விமானம் ஒன்று தெற்கு நோக்கிய ஓடுபாதையிலிருந்து கிடையுடன் $\tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$ எனும் கோணத்தில் $225\sqrt{5}\ kmh^{-1}$ உடன் புறப்பட்டுச் செல்கிறது. ஓடுபாதையின் முடிவு குறித்து, புறப்பட்டு t நேரத்தில் விமானத்தின் தானக்காவி $r = \left(\frac{t}{16}\right)(2\,i + k)$ எனக் காட்டுக. இங்கு i, j, k என்பன தெற்கு, கிழக்கு, நிலைக்குத்தாக மேனோக்கிய திசைகளில் 1 km நீளமுள்ள காவிகளைக் குறிக்கின்றன.
இவ்விமானம் ஓடுபாதையை விட்டுக்கிளம்பும் அதே கணத்தில் இரண்டாவது விமானம் ஒன்று $720\sqrt{2}\ kmh^{-1}$ உடன் தென்மேற்குத்திசையில் கிடையாகப் பறக்கிறது. அப்பொழுது அதன் தானக்காவி $-1.2\,i + 3.2\,j + k$ ஆகும். நேரம் t இல் அதன் தானக்காவியைக் காண்க. விமானங்களின் பாதை மாற்றப்பட்டாலொழிய மோதுகை ஒன்று நடை பெறுமெனக்காட்டி, மோதுகை நடைபெறும் நேரத்தைக் காண்க.

5. A, B என்பன இரு சந்திகளாகும். j என்பது A யிலிருந்து B இற்குத் திசை கொண்ட அலகுக்காவியாகும். j என்பது AB இற்குச் செங்குத்தான அலகுக் காவியாகும். நேரம் $t = 0$ இல், C_1 எனும் சைக்கிளோட்டி A யிலிருந்து $\frac{\sqrt{3}}{2}f\,i + \frac{1}{2}f\,j$ எனும் ஒரு சீரான ஆர்முடுகலுடன் புறப்படுகிறான். நேரம் t_0 செக்கனின் பின்னர் C_2 எனும் சைக்கிளோட்டி B இலிருந்து புறப்பட்டு $\frac{\sqrt{3}}{2}f\,i + \frac{3}{2}f\,j$ எனும் சீரான ஆர்முடுகலுடன் செல்கிறான். $(t_0 + t_c)$ செக்கன்களின் இருவரும் சந்திக்கிறார்கள். ஒரே வரிப்படத்தில் C_1, C_2 இன்

www.aswarphysics.weebly.com

பாதைகளையும், ஒரேவரிப்படத்தில் C_1, C_2 இன் கதிநேர வளையிகளையும் வரைக

$$t_c = \frac{t_0}{2}\left(1+\sqrt{3}\right)$$ எனக் காட்டுக.

6. t நேரத்தில் ஒரு துணிக்கையின் தானக்காவி $r(t)$ ஆகும். வேகக்காவி V ஐயும், ஆர்முடுகல் காவி f ஐயும் வரையறுக்க.
காவி $r = b + gt + ce^{-kt}$ $(k > 0)$ என்பதால் ஒரு துணிக்கையின் நிலை தரப்படுகிறது. இங்கு b, g, c என்பன ஒருமைக்காவிகள். t நேரத்தில் இத் துணிக்கையின் வேகம் V ஐயும் ஆர்முடுகல் f ஐயும் துணிந்து $f = g - kV$ எனக் காட்டுக. இந்தச் சமன்பாடு எழக்கூடிய பௌதீகச் சூழ்நிலையை விபரிக்கவும்.

7. Oxy என்பது செங்கோண தெக்காட்டின் மாட்டேற்றுச் சட்டம் ஆகும். i, j என்பன முறையே Ox, Oy அச்சுக்களுக்குச் சமாந்தரமான அலகுக் காவிகளாகும். θ என்பது எண்ணி t யின் ஒரு சார்பாக இருக்க, $\ell = \cos\theta\, i + \sin\theta\, j$, $m = -\sin\theta\, i + \cos\theta\, j$ என்பவற்றால் வரையறுக்கப்படும். ℓ, m என்பன தம்முள் செங்குத்தான அலகுக்காவிகளாகுமெனக் காட்டுக.

$$\frac{d\ell}{dt} = \frac{d\theta}{dt}m, \quad \frac{dm}{dt} = -\left(\frac{d\theta}{dt}\right)\ell$$ எனவும் காட்டுக.

உற்பத்தி O, தொடக்கக்கோடு Ox என்பன குறித்து நேரம் t யில் P யின் தள முனைவாள் கூறுகள், (r, θ) எனின், $OP = r\ell$ என மேலும் காட்டுக.
P யின் ஆர்முடுகல்

$$\left\{\frac{d^2 r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2\right\}\ell + \left\{\frac{1}{r}\cdot\frac{d}{dt}\left(r^2\cdot\frac{d\theta}{dt}\right)\right\}m$$ ஆகுமென உய்த்தறிக.

8. U, V, a, ω என்பன ஒருமைகளாகவும், i, j என்பன தளம் Oxy இல் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான அச்சுகள் Ox, Oy வழியேயான அலகுக்காவிகளாகவுமிருக்க P, Q எனுமிரு துணிக்கைகளின் தானக்காவிகள்

$$r_1 = Ut\,i + Vt\,j, \quad r_2 = (a + ut + a\cos\omega t)i + (Vt + a\sin\omega t)r$$ என்பதால்

தரப்படுகிறது. நேரம் t இல் P இனதும், Q இனதும் வேகக்காவியையும், ஆர்முடுகல் காவியையும் காண்க.
P தொடர்பாக Q ஒரு வட்டத்தை வரைகின்றதெனவும், P, Q என்பவற்றின் தானங்கள் ஆவர்த்தன முறையில் பொருந்துகின்றன எனவும் நிறுவுக. P, Q ஆகியவை பொருந்தும் போது அவற்றின் இயக்கத் திசைகளுக்கிடையான கோணத்தைக் காண்க.

9. நேரம் $t = 0$ இல் கப்பல் A ஆனது புள்ளி O இலும், கப்பல் B ஆனது O ஐக் குறித்து $10\,j$ ஐ தானக்காவியாகக் கொண்ட புள்ளியிலும் உள்ளன. இருகப்பல்களும் சீரான வேகங்களுடன் இயங்குகின்றன. A யின் கதி $34\,kmh^{-1}$ ஆகவும், அதன் திசை காவி $8i + 15j$ இன் திசையிலும் உள்ளது. B யின் கதி $30\,kmh^{-1}$ ஆகவும், காவி $3i + 4j$ இன் திசையிலும் உள்ளது.
(a) கப்பல்கள் A, B இன் வேகக்காவி.
(b) B இன் A தொடர்பான வேகக்காவி.
(c) நேரம் t இல் B இன் A தொடர்பான தானக்காவி என்பவற்றை எழுதுக. ஒன்றையொன்று தொடர்பு கொள்ளக்கூடிய தூரம் 10 km எனில் மூன்று மணித்தியாலங்கட்கு ஒன்றுடனொன்று தொடர்பு கொள்ளலாம் எனக் காட்டுக.

10. A எனும் கப்பல் கிழக்குநோக்கி $24\,kmh^{-1}$ உடன் செல்கின்றது. நண்பகல் 12 மணிக்கு இரண்டாவது கப்பல் B ஆனது, A இற்கு வடகிழக்குத் திசையில் $8km$ தூரத்தில் உள்ளது. ஒரு மணித்தியாலத்தின் பின்னர் B என்னும் கப்பல் மீண்டும் $8\,km$ தூரத்தில் தென்கிழக்குத் திசையிலிருக்கிறது. B சீரான வேகத்துடன் செல்கின்றதெனக் கொண்டு B இன் வேகத்தைக் காண்க.
A இற்கும் B இற்குமிடையேயான மிகக் குறைந்த தூரத்தைக் காண்க. இந் நிலையில் கப்பல் B ஆனது, A இற்கு நேர்கிழக்கே இருக்குமெனக் காட்டுக.

11. P எனும் துணிக்கை $(i + j)$ என்ற வேகத்துடனும், Q என்ற துணிக்கை $(-i + 2j)$ என்ற வேகத்துடனும் இயங்குகின்றன. P தொடர்பான Q இன் வேகத்தை எழுதுக.
துணிக்கை P உற்பத்திப் புள்ளியில் இருக்கும் அதே வேளையில் துணிக்கை Q $(2i + j)$ ஐ தானக்காவியாகவுள்ள புள்ளியில் உள்ளது. தொடரும் இயக்கத்தில் P, Q இற்கிடையேயான மிகக் குறைந்த தூரத்தைக் காண்க.

12. கிழக்கு, வடக்கு திசைகளிலான அலகுக்காவிகள் i, j ஆக இருக்க வெளிச்ச வீடு O குறித்து, நண்பகல் 12 மணிக்கு A, B எனும் இரு கப்பல்களின் தானக்காவிகள் முறையே $(5i + 20j)$, $(-20i - 10j)$ ஆகும். A, B என்பவற்றின் சீரான வேகங்கள் முறையே $(-21i - 5j)$, $(15i + 25j)$ ஆகும். (அலகுகள் km, kmh^{-1} ஆகும்.) A இன் B தொடர்பான வேகத்தைக் காண்க.
t மணித்தியாலங்களின் பின் A இன் B தொடர்பான தானக்காவியை எழுதுக. இரு கப்பல்களும் மிகக் கிட்டவரும் நேரத்தைக் காண்க.

13. நண்பகல் 12 மணிக்கு விமானம் A இன் தானக்காவி $5i + j$ ஆகவும், அதன் சீரான வேகம் $-i + 3j$ ஆகவும் உள்ளது. அதே கணத்தின் இரண்டாவது விமானம் B இன் தானக்காவி $3i - 3j$ ஆகவும், அதன் சீரானவேகம் $2i + 5j$ ஆகவும் உள்ளது. நண்பகல் 12 மணிக்கு, A, B ஆகிய இரண்டு விமானங்களும், $r = 4i - j + \lambda(2i - j)$ என்ற காவிச் சமன்பாட்டினால் தரப்படும் கோட்டிலுள்ள

www.aswarphysics.weebly.com

எந்த ஒருபுள்ளியிலுமிருந்து சமதூரத்தில் உளளதெனக் காட்டுக. (i - j) எனும் புள்ளியிலிருந்தும், இக்கோட்டிலுள்ள எந்த ஒரு புள்ளியிலிருந்தும், சமதூரத்திலிருக்குமாறு இக்கோட்டிலுள்ள புள்ளியைக் காண்க.
A யும் B யும் மிகக் கிட்டியதாக இருக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

14. $5kg$ திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று ஓர் ஒப்பமான கிடைமேற்பரப்பில் ஓய்விலுள்ளது. அத்துணிக்கை மீது P, Q, R எனும் விசைகள் தொழிற்படுகின்றன. $P = i + 7j$, $Q = 6i - 3j$, $R = -2i + 6j$ நியூட்டன்கள் ஆகும். இங்கு i, j என்பன ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தான கிடையான அலகுக் காவிகள் ஆகும். 4 செக்கன்களின் முடிவில் துணிக்கையின் இடப்பெயர்ச்சியையும், வேகத்தையும் காண்க.

15. i, j, k என்பன கிடையாக கிழக்கு, வடக்கு, நிலைக்குத்தாக மேனோக்கிய திசைகளிலான அலகுக் காவிகளாகும். ஒப்பமான கிடைத்தளத்திலிருக்கும் $5kg$ திணிவொன்றிற்கு விசைகள் $F_1 = 3i - j + 2k$, $F_2 = 2i + j - 2k$ நியூட்டன் விசைகள் பிரயோகிக்கப்படுகின்றன. எத்திசையில் துணிக்கை அசையத் தொடங்கும் எனவும், 2 செக்கனில் அது செல்லும் தூரத்தையும் காண்க.

16. $2kg$ திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்றின் நிலையானது O எனும் நிலைத்த புள்ளி குறித்து $2i + 4j + 10k$ மீற்றர் என்பதால் தரப்படுகிறது. ஓய்விலிருக்கும் இத்துணிக்கை மீது F_1, F_2, F_3 ஆகிய விசைகள் தொழிற்படுகின்றன.

இங்கு $F_1 = i + 2j - 3k$, $F_2 = 2i - j - 4k$, $F_3 = i - 2j + 2k$ நியூட்டன்கள் ஆகும். இரு செக்கன்கள் முடிவில் O விலிருந்தான இடப் பெயர்ச்சியைக் காண்க.

17. இரு விசைகள் $F_1 = 2i + j$ N, $F_2 = i - 3j$ N. துணிக்கை ஒன்றின் மீது தாக்கி $15i - 10j$ m எனும் இடப்பெயர்ச்சியைக் கொடுக்கிறது. ஒவ்வொரு விசையினாலும், விளையுள் விசையாலும் செய்யப்பட்ட வேலையைக் காண்க.

18. வெளியில் இயங்கும் திணிவு m ஐ உடைய துணிக்கை ஒன்றின் ஆர்முடுகல் a ஆனது $a = (\cos t)i + \sin t\, j$ என்பதால் தரப்படுகிறது. நேரம் $t = 0$ இல் துணிக்கை, உற்பத்தியில் $-j + k$ எனும் வேகத்துடன் இயங்கத் தொடங்கியதெனின், நேரம் t இல் துணிக்கையின் தானக் காவியையும், வேகக்காவியையும் காண்க. நேரம் t இல் துணிக்கையின் இயக்கசக்தியையும், அதில் தாக்கும் விசையின் பருமனையும் காண்க.

19. இயங்கும் துணிக்கை ஒன்றின் தானக்காவி f, நேரம் t இல்,
$r = (5 + 20t)i + (95 + 10t - 5t^2)j$ என்பதால் தரப்படுகிறது.
(i) துணிக்கையின் தொடக்க வேகத்தைக் காண்க.
(ii) நேரம் $t = T$ இல், துணிக்கை தொடக்க இயக்கத் திசைக்குச் செங்குத்தாக இயங்குகின்றதெனின், T இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
(iii) T இன் இப் பெறுமானத்திற்கு, ஆரம்ப நிலையிலிருந்து துணிக்கையின் தூரத்தைக் காண்க.

20. P_1, P_2 என்பவற்றின் தானக்காவிகள் முறையே $2i - 5j + k$ உம், $-8i - j + 4k$ உம், Q_1, Q_2 என்பவற்றின் தானக்காவிகள் முறையே $13j + 5k$, உம் $4i - 3j - 3k$ உம் ஆகும்.
(a) $P_1 P_2$, $Q_1 Q_2$ என்னும் கோடுகள் ஒன்றையொன்று செங்கோணத்தில் வெட்டுமெனக் காட்டி, வெட்டும் புள்ளியின் தானக்காவியைக் காண்க.
(b) $P_1 Q_2$ இன் திசையில் தாக்கும், F பருமனையுடைய விசை ஒன்று, ஒரு துணிக்கையை P_2 இலிருந்து Q_2 இற்கு இயங்குகிறது. இவ்விசை செய்த வேலையைக் காண்க.

21. A, B என்னும் இரு துணிக்கைகள் முறையே மாறா வேகக்காவிகள் $V_1 = 5i + 3j - k$, $V_2 = 3i + 4j - 3k$ என்பவற்றுடன் இயங்குகின்றன. A இன் B தொடர்பான வேகக்காவியைக் காண்க.
நேரம் $t = 0$ இல் துணிக்கை A யின் தானக்காவி $-4i + 7j + 6k$ ஆகும். $t = 5$ இல், இரு துணிக்கைகளும் மோதும் எனின், $t = 0$ இல் B இன் தானக்காவியைக் காண்க.
இயங்கிக் கொண்டிருக்கும் மூன்றாம் துணிக்கை C தொடர்பாக A இன் வேகட $2i + j - 2k$ இன் திசையிலுள்ளது. C தொடர்பான B இன் வேகம் $2i + 3j - 6k$ இன் திசையிலுள்ளது. வேகம் C யின் பருமனையும், திசையையும் காண்க.

22. A, B என்னுமிரு துணிக்கைகள், முறையே $-11i + 17j - 14k$, $-9i + 9j - 32k$ என்பவற்றைத் தானக் காவிகளாகக் கொண்ட புள்ளிகளிலிருந்து ஒரே நேரத்தில் இயங்க ஆரம்பிக்கின்றன. A, B என்பவற்றின் வேகங்கள் முறையே $6i - 7j + 8k$ உம், $5i - 3j + 17k$ உம் ஆகும். A, B என்பன மோதும் என நிறுவுக.
மூன்றாவது துணிக்கை C யின், A தொடர்பான வேகம் $2i + 3j + 4k$ இற்கு சமாந்தரமாகவும், C யின் B தொடர்பான வேகம் $i + 2j + 3k$ இற்கு சமாந்தரமாகவும் உள்ளது. C யின் வேகத்தைக் கண்டு, மூன்று துணிக்கைகளும், ஒரேநேரத்தில் மோதுமெனில், C யின் ஆரம்ப நிலையைக் காண்க.

23. இயங்கிக் கொண்டிருக்கும் $3kg$, $4kg$ திணிவுள்ள இரு துணிக்கைகள் A, B என்பவற்றின், நேரம் t இலான தானக்காவிகள் r_A, r_B ஆகும். இங்கு

$r_A = (t-1)i + \sin \pi t\, j + (t^2 + 2)k$ $r_B = \sin\frac{\pi t}{4} i + (t^3 - 8)j + 3t\,k$ ஆகும்.

www.aswarphysics.weebly.com

(a) நேரம் t இல் துணிக்கைகளின் மொத்த இயக்கசக்தி.
(b) நேரம் t இல் துணிக்கை A இல் தொழிற்படும் விசையின் பருமன்
(c) $t=1$ இல், A யின் ஆர்முடுகல், A யின் பாதையுடன் அமைக்கும் கோணத்தின் கோசைன்,

இறுதியில் A யும், B யும் மோதுமெனக்காட்டி, மோதும் புள்ளியின் தானக்காவியைக் காண்க.

24. $2kg$ திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று, $4\,\mathbf{i}+3\,\mathbf{j}+2\,\mathbf{k}$ என்னும் தானக் காவியாகவுடைய புள்ளி A யிலிருந்து $\mathbf{i}+2\,\mathbf{j}+3\,\mathbf{k}$ என்ற வேகத்துடன் இயங்கத் தொடங்குகிறது. துணிக்கையானது, தன் நிறையின் தாக்கத்தின் கீழும், மாறாவிசை $\mathbf{F}=3\mathbf{i}+4\,\mathbf{j}+8\,\mathbf{k}$, இன் கீழும் இயங்கி 4 செக்கன்களில் B ஐ அடைகிறது.
B இன் தானக்காவியையும், B ஐத் துணிக்கை அடைகையில் அதன் கதியையும் காண்க.
துணிக்கை A யிலிருந்து B இற்கு இயங்குகையில், $\mathbf{F}$ ஆல் செய்யப்பட்ட வேலையைக் காண்க.
[இங்கு காவி $\mathbf{k}$ நிலைக்குத்தாக மேனோக்கி உள்ளதெனவும், $g=10\,\text{ms}^{-2}$ எனவும் விசை, நியூட்டனிலும், தூரங்கள், மீற்றரிலும் உள்ளன எனவும் கொள்க.]

25. $2kg$ திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்றின் தானக்காவி, நேரம் t இல் $\mathbf{r}=e^{-t}\{\cos t\,\mathbf{i}+\sin t\,\mathbf{j}\}$ என்பதால் தரப்படுகிறது. எல்லா t இற்கும், தானக்காவி $\mathbf{r}$ உம், ஆர்முடுகல் காவி $\mathbf{a}$ உம் ஒன்றுக் கொன்று செங்குத்தானவை எனக்காட்டி, துணிக்கையில் தாக்கும் விளையுள் விசையைக் காண்க.

$t=0$ இல் துணிக்கையின் இயக்க சக்தி 2 யூல்கள் எனக்காட்டி, $t=\frac{\pi}{2}$ இல் துணிக்கையின் இயக்க சக்தியைக் காண்க.

இதிலிருந்து $t=0$ இலிருந்து $t=\frac{\pi}{2}$ வரையிலான ஆயிடையில் துணிக்கையில் தாக்கும் விசையில் செய்யப்பட்ட வேலையைக் காண்க.

26. சம ஆரையும் முறையே m, $2m$ திணிவுகளுமுடைய A, B என்னுமிரு கோளங்கள், ஒப்பமான மேசையொன்றின் மீது இயங்குகின்றன. A, B இன் வேகங்கள் முறையே $\lambda(\mathbf{i}+\mathbf{j})\ \mathbf{j}$ ஆகும். இங்கு $\lambda>0$ ஆகும். கோளங்களின் மையமிணைகோடு காவி $\mathbf{i}$ இற்குச் சமாந்தரமாக இருக்கையில், அவை மோதுகின்றன. மீளமைவுக்குணகம் $e\,(\le 1)$ ஆகும். மோதுகைக்குப் பின் கோளம் B $\mathbf{i}+2\mathbf{j}$ இன் திசையில் இயங்குகிறது.

$\frac{3}{4}\le\lambda\le\frac{3}{2}$ எனக் காட்டுக.

$\lambda=\frac{5}{4}$ எனின் e இன் பெறுமானத்தையும், மோதுகையால் ஏற்பட்ட இயக்க சக்தி நட்டத்தையும் காண்க.

27. காவிகள் $\mathbf{p}_1=3\mathbf{i}+4\,\mathbf{j}$, $\mathbf{p}_2=4\mathbf{i}-3\,\mathbf{j}$ ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவை எனக் காட்டுக. $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2$ என்பவற்றின் திசைகளிலான அலகுக்காவிகள் முறையே $\mathbf{n}, \mathbf{t}$ எனின் $V_1=3\mathbf{i}$, $V_2=\mathbf{i}+\mathbf{j}$ என்பவற்றை $V=a\mathbf{n}+b\mathbf{t}$ என்ற வடிவில் எழுதுக.
சமதிணிவும், சமஆரையுமுடைய இருபந்துகள் மோதும் கணத்தில் V_1, V_2 என்னும் வேகங்களைக் கொண்டுள்ளது. மோதும் கணத்தில் மையமிணை கோடு காவி $\mathbf{n}$ இற்கு சமாந்தரமாகும். மீளமைவுக்குணகம் $\frac{1}{2}$ எனின், மோதுகையின் பின்னர், அவற்றின் வேகங்களை $\mathbf{n}, \mathbf{t}$ இன் உறுப்புக்களில் காண்க.
இதிலிருந்து கோளங்களின் வேகங்களை $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ இன் உறுப்புக்களில் தருக.

28. $6\mathbf{i}+13\mathbf{j}=\alpha(3\mathbf{i}+4\mathbf{j})+\beta(4\mathbf{i}-3\mathbf{j})$ எனின் α, β ஐக் காண்க. ஒப்பமான செவ்வக மேசை $OABC$ இல், கோளம் P ஓய்விலுள்ளது. $(16\mathbf{i}+13\mathbf{j})u$ வேகத்துடன் மேசை வழியே இயங்கும் இன்னொரு கோளம் Q, P ஐ மோதுகிறது. இங்கு $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ முறையே OA, OC திசைகளிலான அலகுக் காவிகளாகும். மோதுகையின் பின் P, Q இன் வேகங்கள் முறையே $3\mathbf{i}+4\mathbf{j}, 7\mathbf{i}+\mathbf{j}$ இன் திசைகளிலுள்ளன. கோளங்களுக்கிடையேயான மீளமைவுக் குணகம் $\frac{1}{2}$ எனக் காட்டுக.

29. சம ஆரையும், m, M திணிவுமுடைய இரு ஒப்பமான கோளங்கள் A, B என்பன ஒப்பமான கிடைமேசையோன்றில் இயங்குவதற்கு சுயாதீனமுடையவை. கோளம் B, மேசையில் ஓய்வுநிலையில் உள்ளபோது கோளம் A, வேகம் $\mathbf{u}$ உடன் B ஐ மோதுகிறது. மோதுகையின் போது வேகக்காவி $\mathbf{u}$ உம், மையமிணை கோட்டின் திசையும் θ என்னும் கூர்ங்கோணத்தை ஆக்குகிறது. மோதுகையின் பின் A இன் இயக்கத்திசை, அதன் முன்னைய இயக்கத் திசைக்குச் செங்குத்தெனின் $\tan^2\theta=\frac{eM-m}{M+m}$ எனக் காட்டுக.

மேலும் B இன் வேகத்தின் பருமன் $\frac{mu}{M\cos\theta}$ எனக் காட்டுக.

www.aswarphysics.weebly.com

30. நேரம் $t=0$ இல், ஒரு துணிக்கையானது $r = (-15 + 5t)i + (70 + 30t - 5t^2)k$ என்னும் பாதை வழியே இயங்குமாறு எறியப்படுகிறது.
(தூரம், மீற்றரிலும், நேரம் செக்கனிலும் அளக்கப்படுகிறது)
(a) எறியல் புள்ளியின் தானக்காவியையும், எறியல் வேகத்தையும் காண்க.
(b) நேரம் t இல் துணிக்கையின் வேகம் யாது?
துணிக்கையானது, $5i$ ஐ தானக்காவியாகவுடைய புள்ளியினூடு செல்கின்றதும் $i + 19k$ ஐ படித்திறனாகவும் கொண்ட நேர்கோட்டினை புள்ளி A யில் சந்திக்கின்றது. $t=5$ ஆக, இது நடைபெறுமெனக் காட்டுக. A யின் தானக்காவியைக் காண்க.
ஆரம்பத்திசைக்குச் செங்குத்தாகத் துணிக்கை இயங்கும் நேரத்தைக் காண்க.

31. தளமொன்றில் இயங்கும்துணிக்கை யொன்றின் முனைவாள் கூறு (r, θ), நேரம் t இல்
$\dot{r} = 24\sin\theta,\ \dot{\theta} = (5 + 3\cos\theta)^2$ என்ற சமன்பாடுகளைத் திருப்தி செய்கிறது. $\theta = 0$ ஆக, $r=1$ எனத் தரப்படின் r ஐ, θ இன் உறுப்புக்களில் காண்க.
$\theta = 0$ என்ற கோட்டிற்குச் சமாந்தரமாகத் துணிக்கை இயங்கும் r இன் பெறுமானம் யாது? இப்புள்ளியில் ஆரை வழியேயான ஆர்முடுகலைக் காண்க.

32. தளமொன்றிலே இயங்கும் துணிக்கையொன்றின் முனைவு O பற்றி முனைவாள் கூறு (r, θ) ஆகும். துணிக்கை $r = a(1 + \sin\theta)$ எனும் வளையின் வழியே இயங்குகிறது. இங்கு $a > 0$. OP யானது சீரான கோணக்கதி ω உடன் இயங்குகிறது. துணிக்கையின் கதியை a, ω, θ இன் உறுப்புக்களில் காண்க, கதி, அதிஉயர்வாக இருக்கும் θ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

33. தளமொன்றில் இயங்கும் அலகுத்திணிவுள்ள துணிக்கை ஒன்றின், நேரம் t இலான முனைவாள்கூறு (r, θ) ஆகும். துணிக்கை மீது தாக்கும் ஒரே விசை

$F = \frac{\mu}{r^3} e$ ஆகும். இங்கு e ஆரைத்திசையிலான அலகுக்காவியாகும். μ ஒரு மாறிலி,

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{C}{r^2},\quad \frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{\mu + C^2}{r^3}$$ எனக் காட்டுக. இங்கு C ஒருமை.

34. தளமொன்றில் இயங்கும் m திணிவுடைய துணிக்கையொன்றின் பாதை $r = ae^{\theta}$ என்பதால் தரப்படுகிறது. $a > 0$ ஒருமையும் (r, θ) முனைவாள்கூறும் ஆகும். துணிக்கையின் மீது தாக்கும் விசை, முனைவை நோக்கி $F(r)$ ஆகும்.

$F(r) = \frac{2mh^2}{r^3}$ எனக் காட்டுக. இங்கு h ஒருமையாகும். துணிக்கையின் கதி

$\frac{h\sqrt{2}}{r}$ எனவும் காட்டுக.

35. P என்னும் ஒரு துணிக்கை, O வை முனைவாகவும், OA ஐ தொடக்கக் கோடாகவும் கொண்டு, அதன் பாதையின் சமன்பாடு $r = \frac{2}{2+\cos\theta}$ என்ற வடிவில் தரப்படுகிறது. இயக்கத்தின்போது எந்த ஒரு நேரம் t இலும் $r^2\dot{\theta} = 2$ ஆகும். $r\dot{\theta}$ இற்கான கோவையை θ இன் உறுப்புக்களில் எழுதி $\dot{r} = \sin\theta$ எனக் காட்டுக.
P யின் ஆர்முடுகல், O வை நோக்கியுள்ளதெனவும், அதன் பருமன் r^2 இற்கு நேர்மாறு விகிதசமம் எனவும் காட்டுக.

36. முனைவு O குறித்து, இயங்கும் புள்ளி P யின், நேரம் t இலான முனைவாள் கூறு (r, θ) ஆகும். ஆரைக்காவி OP வழியேயும், OP இற்கு செங்குத்தாகவும், ஆர்முடுகலின் கூறுகளைக் காண்க.
m திணிவுடைய துணிக்கை P, கிடைத்தளத்திலுள்ள வளையி $r(1 + \cos\theta) = 2a$ இன் வழியே இயங்குகிறது. ஆரைக்காவி OP, மாறாக் கோணக்கதி ω உடன் சுழல்கிறது. எந்த ஒரு கணத்திலும் துணிக்கையின் கதி $\omega\sqrt{\frac{r^3}{a}}$ எனக் காட்டுக. $\theta = \frac{\pi}{2}$ ஆகும்போது, துணிக்கையின் மீது தாக்கும் விளையுள் கிடை விசையின் பருமன் $2ma\omega^2\sqrt{5}$ எனக் காட்டுக.

37. தளமொன்றில் இயங்கும் துணிக்கை P யின், ஆள்கூறு முனைவாள் கூறில் தரப்பட்டுள்ளது. OP வழியே, OP இற்கு செங்குத்தான திசையில் ஆர்முடுகல் கூறுகளைக் காண்க.
ஒரு துணிக்கை Q ஆனது, தளமொன்றில் ஒரு நிலைத்த புள்ளி O பற்றி ஒருமைக் கோணவேகம் ω உடன் இயங்குகிறது. OQ வழியே ஆர்முடுகல் பூச்சியமாகும். தூரம் OQ ஆனது r ஆல் குறிக்கப்படுகிறது. $t=0$ ஆகும்போது $r=a$ எனவும் $\frac{dr}{dt}3a\omega$ எனவும் தரப்படின், நேரம் t இல் $r = a\left(2e^{\omega t} - e^{-\omega t}\right)$ எனக் காட்டுக.

38. ஓரலகு திணிவுடைய துணிக்கை P ஒப்பமான கிடைத் தளமொன்றில், தளத்தில் உள்ள நிலையான புள்ளி O ஐ நோக்கியுள்ளதும், $\omega^2 r + \frac{\omega^2 a^3}{r^2}$ பருமன் உள்ளதுமான விசை ஒன்றின் தாக்கத்தின் கீழ் இயங்குகிறது. இங்கு ω ஓர் ஒருமையும், $OP = r$ உம் ஆகும். $t=0$ இல் துணிக்கையானது O இலிருந்து a தூரத்திலுள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து OP இற்கு செங்குத்தான திசையில்

www.aswarphysics.weebly.com

$\frac{4a\omega}{\sqrt{3}}$ பருமன் கதியுடன் கிடையாக எறியப்படுகிறது. தொடரும் இயக்கத்தில்

$\dot{r}^2 = \frac{-\omega^2(r-a)(r-2a)(3a^2+9ar+8a^2)}{3r^2}$ எனக் காட்டி r, a இற்கும் $2a$ இற்குமிடையில் இருக்குமெனக் காட்டுக.

39. தளவளையி ஒன்றின் வழியே இயங்கும் துணிக்கை ஒன்றிற்கான ஆரை வழியேயும், அதற்குச் செங்குத்தான திசையிலுள்ளதுமான ஆர்முடுகலின் கூறுகளைக் காண்க.
கோணவேகம் ω ஒருமை எனவும், ஆரை வழியேயான ஆர்முடுகலின் கூறு $(a-2r)\omega^2$ அதற்குச் செங்குத்தானகூறு $4a\omega^2 \cos\theta$; ஓர் ஒருமை எனவும் தரப்படின் வளையியின் சமன்பாட்டைக் காண்க.
வளையியை பருமட்டாக வரைந்து விளையுள் ஆர்முடுகல் உயர்வாக இருக்கும் புள்ளியை வளையியில் காண்க.

40. தளமொன்றில் இயங்கும் துணிக்கை ஒன்றிற்கு, ஆரை வழியேயும், அதற்கு செங்குத்தான திசையிலும் ஆர்முடுகலின் கூறுகளைக் காண்க.
$1kg$ திணிவுடைய ஒரு துணிக்கை P ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசையில் இயங்குகிறது. இத்துணிக்கை P, மேசையிலுள்ள O என்னும் நிலையான புள்ளிக்கு 1மீற்றர் இயற்கை நீளமும், $\frac{8}{9}N$. மீள்தன்மை மட்டும் கொண்ட இழையினால் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. மேசையில் P இன் நிலை O ஐக் குறித்து முனைவாள் கூறு (r, θ) ஆல் தரப்படுகிறது. OA ஆரம்பக் கோடாகவும், $OP = r$ ஆகவும் உள்ளது.
தொடக்கத்தில் P ஆனது OA இல் உள்ள ஒரு புள்ளியில் இழை மட்டாக இறுக்கமாக இருக்குமாறு பிடிக்கப்பட்டு OA இற்குச் செங்குத்தாக 2ms^{-1} கதியுடன் எறியப்படுகிறது. எறியப்பட்டு t செக்கன்களின் பின்னர்.

(a) $\frac{d^2r}{dt^2} = \frac{4}{r^3} - \frac{8}{9}(r-1)$, எனவும்

(b) $\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = 4 - \frac{4}{r^2} - \frac{8}{9}(r-1)^2$ எனவும் காட்டுக.

41. ஒப்பமான கிடைத்தளமொன்றில் இயங்கும் துணிக்கை வரையும் வளையியின் சமன்பாடு $r = \frac{2a}{2-\sin\theta}$ என்பதால் தரப்படுகிறது. துணிக்கையின் மீது தாக்கும் விசை $r=0$ ஐ நோக்கியுள்ளது. $r=2a$ ஆக, துணிக்கையின் கதி V ஆகும்.
$r^2\frac{d\theta}{dt}$ ஆனது, $2aV$ இற்குச் சமமான ஒருமை எனக் காட்டுக.

(a) $\frac{dr}{dt} = V\cos\theta$

(b) $\frac{d^2r}{dt^2} = -\frac{2aV^2\sin\theta}{r^2}$ எனவும் காட்டுக.

துணிக்கையின் கதி உயர்வாக இருக்கையில் அதன் ஆர்முடுகலைக் காண்க.

42. தளமொன்றில் இயங்கும் துணிக்கையொன்றின் முனைவாள்கூறு (r, θ) ஆகும். ஆரைவழியேயும், ஆரைக்குச் செங்குத்தாகவும், துணிக்கையின் ஆர்முடுகலின் கூறுகளைக் காண்க.
நிலையான நீரில் ஒரு வள்ளம் B, $3u$ கதியுடன் செல்லக்கூடியது. சீரானகதி u உடன் பாய்கின்ற ஆற்றின் ஒருகரையிலுள்ள A என்னும் புள்ளியிலிருந்து, வள்ளம் அதன் முனை, A இற்கு நேர் எதிரே மறுகரையிலுள்ள O என்னும் புள்ளியை நோக்கியிருக்கச் செலுத்தப்படுகிறது. ஆறு OA யின் திசைக்குச் செங்குத்தாகப் பாய்கிறது. OB யின் தூரம் r எனவும், கோணம் $AOB = \theta$ எனவும் தரப்படின்,

$\cos\theta \cdot \frac{dr}{d\theta} = r(\sin\theta - 3)$ எனக் காட்டுக.

43. Oxy தளத்தில் ஒரு துணிக்கை P ஆனது, நேரம் t இல் அதன் தானக் காவி $\mathbf{r}$ ஆனது,
$\mathbf{r} = 2a\cos\omega t\,[\cos\omega t\,\mathbf{i} + \sin\omega t\,\mathbf{j}]$ ஆகுமாறு இயங்குகிறது.
$\mathbf{i}, \mathbf{j}, Ox, Oy$ திசையிலான அலகுக் காவிகளாகும்.
(i) துணிக்கையின் பாதை, புள்ளி $C \equiv (a, 0)$ இல் மையத்தைக் கொண்டதும் a ஆரையுடையதுமான ஒரு வட்டம் எனவும்
(ii) துணிக்கையின் கதி $2a\omega$ பருமனையுடையதும் CP யிற்கு செங்குத்தானதெனவும்
(iii) துணிக்கையின் ஆர்முடுகல் $4a\omega^2$ பருமனுடையதும் $\overrightarrow{PC}$ வழியே உள்ளது எனவும் காட்டுக.

www.aswarphysics.weebly.com

(iv) OA விட்டமாக இருக்க OP, CP, AP என்பவற்றின் கோண வேகங்களைக் காண்க.

(v) துணிக்கை O வை அடைய எடுத்த நேரத்தையும் காண்க.

44. தளம் ஒன்றில் இயங்கும் துணிக்கையொன்றின், முனைவாள் கூறுகள் (r, θ) r ஆனது துணிக்கையின் ஆர்முடுகலின் ஆரை வழியேயானதும், அதற்குச் செங்குத்தானதுமான கூறுகள் முறையே

$$\frac{d^2 r}{dt^2} - r\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2, \quad \frac{1}{r}\frac{d}{dt}\left(r^2 \frac{d\theta}{dt}\right) \text{ எனக் காட்டுக.}$$

2a நீளமுடைய மெல்லிய நீளா இழையொன்று ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசையின் மீதுள்ள O என்னும் நிலைத்த புள்ளியிலுள்ள ஒப்பமான வளையத்தினூடு சென்று, முனைகளில் ஒவ்வொன்றும் m திணிவுடைய P, Q என்னுமிரு துணிக்கைகளைக் கொண்டுள்ளது. ஆரம்பத்தில் துணிக்கைகள் மேசையின்மீது $OP = OQ = a$ ஆகுமாறும், POQ ஒரு நேர்கோடு ஆகுமாறும் உள்ளன. POQ ஆனது Ox அச்சாக எடுக்கப்படுகிறது. Ox இற்குச் செங்குத்தாக P இற்கு u என்னும் வேகம் கொடுக்கப்படுகிறது. நேரம் t இல் $OP = r$, கோணம் $POX = \theta$ ஆகும்.

துணிக்கைகள் P, Q விற்கு இயக்கச் சமன்பாடுகளை எழுதி, இதிலிருந்து

(i) $\dfrac{d^2 r}{dt^2} = \dfrac{a^2 u^2}{2r^3}$

(ii) $\left(\dfrac{dr}{dt}\right)^2 = \dfrac{u^2}{2}\dfrac{\left(r^2 - a^2\right)}{r^2}$;

(iii) இழையிலுள்ள இழுவை $T = \dfrac{ma^2 u^2}{2\left(a^2 + \dfrac{u^2 t^2}{2}\right)^{\frac{3}{2}}}$

(iv) துணிக்கை Q_1, நேரம் $\dfrac{a\sqrt{6}}{u}$ இன் பின்னர், வேகம் $\dfrac{u}{2}\sqrt{\dfrac{3}{2}}$ உடன் O வை அடையும் எனக் காட்டுக.

45. ஓரலகு திணிவுடைய ஏவுகணை ஒன்று நீரின் கீழ் u கதியுடன் கிடையாக எறியப்படுகிறது. புவியீர்ப்புத் தவிர்ந்த, வேகத்தின் k மடங்கு தடைவிசையும் ஏவுகணையின் மீது தொழிற்படுகிறது. எறியற் திசையிலான அலகுக்காவி i, நிலைக்குத்தாக மேல் நோக்கிய திசையில் அலகுக்காவி j ஆகும்.

(i) இயக்கச் சமன்பாட்டினை $V = -kV - gj$ என்னும் வடிவில் எழுதமுடியு மெனக்காட்டுக.
V இன், i, j திசையிலான கூறுகளின் பருமன் Vx, Vy எனின், Vx, Vy இற்கான இரு சமன்பாடுகளைத் தனித்தனியாகப் பெறுக.
மேற்படி இரு சமன்பாடுகளையும் தீர்த்து Vx, Vy ஐ t இன் உறுப்புக்களில் காண்க.

(ii) V இற்கு நேரம் t இலான காவிச் சமன்பாட்டை உபயோகித்து ஆர்முடுகலின் திசை ஒரு மாறிலி எனக்காட்டுக.

(iii) $t = O$ இல், ஏவுகணையானது உற்பத்தி O விலுள்ளதெனக் கொண்டு நேரம் t இல் அதன் தானக்காவி r, $r = \dfrac{u}{k}\left(1 - e^{-kt}\right)i - \left[\dfrac{gt}{k} - \dfrac{g}{k^2}\left(1 - e^{-kt}\right)\right]j$ எனக் காட்டுக.

www.aswarphysics.weebly.com

பலவினப்பயிற்சிகள்

1. $7a$ நீளமுடைய இலேசான நீளா இழை AB தாங்கக்கூடிய அதி உயர் இழுவை $4mg$ ஆகும். m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று இழையில் P என்னும் புள்ளிக்கு கட்டப்பட்டுள்ளது. இங்கு $AP = 4a$ ஆகும். இழையின் முனைகள் A உம், B உம் ஒரே நிலைக்குத்துக் கோட்டிலுள்ள இரு புள்ளிகளுக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளன. A ஆனது, B இற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே $5a$ உயரத்திலுள்ளது. இழையின் இரு பகுதிகளும் இறுக்கமாக இருக்கத் துணிக்கை கிடை வட்டமொன்றில் சுழலுமாயின், சுழற்சிக்காலம் $3\pi\sqrt{\frac{a}{5g}}$ இற்கும் $8\pi\sqrt{\frac{a}{5g}}$ இற்குமிடையில் இருக்குமெனக் காட்டுக.

2. ℓ நீளமான இலேசான இழை AB யில் m திணிவுடைய ஒப்பமான சிறிய மணி கோர்க்கப்பட்டுள்ளது. இழையின் நுனி A ஆனது, ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசையிலுள்ள ஒரு புள்ளிக்கும், மற்றைய நுனி B, A இற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே $\frac{\ell}{2}$ உயரத்திலுள்ள ஒரு புள்ளிக்கும் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. மணியானது மேசையுடன் தொடுகையிலுள்ளவாறு ω எனும் கோண வேகத்துடன் வட்ட மொன்றில் இயங்குமாறு எறியப்படுகிறது. வட்டத்தின் ஆரையைக் காண்க. இழையிலுள்ள இழுவை $\frac{15}{64}m\ell\omega^2$ என நிறுவி ω இன் இழிவுப்பெறுமானம் $4\sqrt{\frac{g}{3\ell}}$ என நிறுவுக.

3. இரு இலேசான நீளா இழைகள் AP, BP என்பன, P என்னும் துணிக்கையை A, B என்னும் நிலைத்த புள்ளிகளுடன் இணைக்கின்றன. புள்ளி B ஆனது, A இற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே உள்ளது. $AB = AP = \ell$ உம், $BP = \sqrt{3}\ell$ உம் ஆகும். துணிக்கை P ஒரு கிடைவட்டத்தில் மாறாக்கதியுடன் இயங்குகிறது. இரு இழைகளும் இறுக்கமாக இயங்குமாறு P இயங்கும் மிகக் குறைந்த கோணக்கதி ω ஆகும். இக் கதியில் ω இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

P யின் கோணக்கதி $\omega_1 (>\omega)$ ஆக இருக்கும் பொழுது இரு இழைகளிலுமுள்ள இழுவைகள் சமமாகும். $\omega_1^2 = \frac{2g}{\ell\sqrt{3}}$ எனக் காட்டுக.

4. C யிலுள்ள திணிவு m இரு இலேசான கோல்கள் CA, CB ஆகியவற்றுடன் சுயாதீனமாகப் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது. CA இன் முனை A, ஒரு நிலைத்த புள்ளி A இலே சுழற் பொருத்திடப்பட்டுள்ளது. முனை B ஓர் m திணிவு கொண்ட பாரமான மணியுடன் சுயாதீனமாகப் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது. அம்மணி ஓர் ஒப்பமான நிலைக்குத்துச்சட்டம் AB இல் வழுக்கிச் செல்லக்கூடியவாறு உள்ளது. திணிவு C கிடை வட்டமொன்றில் சீரான கோணக்கதி ω உடன் சுழலும்போது CA, CB ஆகிய கோல்களுக்கும் நிலைக்குத்துக்குமிடையேயுள்ள கோணம் $\cos^{-1}\left(\frac{3g}{\ell\omega^2}\right)$ எனக் காட்டுக. இங்கு, ℓ ஒவ்வொரு கோலினதும் நீளம் ஆகும்.

5. நிலைக்குத்தான அச்சு ஒன்று பற்றி சுழலுவதற்கு சுயாதீனமுடைய ஒரு சிறிய ஒப்பமான வளையத்தினூடு செல்லும் ℓ நீளமுள்ள இலேசான இழையொன்றின் முனைகளில் m, m^1 திணிவுடைய இரு துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. பாரம் கூடிய துணிக்கை m வளையத்துக்கு கீழ் நிலைக்குத்தாகத் தொங்குகின்றது. பாரம் குறைந்த துணிக்கை m^1, மாறாக்கதி v உடன் கிடை வட்டமொன்றில் இயங்குகிறது. துணிக்கை m, இவ் வட்டத்தின் தளத்தில் கிடக்கின்றது.

$v^2 = \frac{m-m^1}{m^1}g\ell$ எனக் காட்டுக.

6. துணிக்கை ஒன்று இலேசான இழையின் ஒரு முனைக்கு இணைக்கப்பட்டு இழையின் மறுமுனை நிலையான ஒரு புள்ளி O விற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கையானது O வினூடான நிலைக்குத்து பற்றி சீரான கோணவேகம் ω உடன் சுழல்கின்றது. இழை கீழ்நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் α என்னும் கோணத்தை ஆக்குகின்றது. இழையின் நீளம் $\frac{g}{\omega^2\cos\alpha}$ எனக் காட்டுக.

புள்ளி O ஆனது நிலையாக இல்லாது, சீரான ஆர்முடுகல் f உடன் கீழ்நோக்கி இறங்குகிறது. துணிக்கையானது சீரான கோணவேகம் ω உடன் சுழல்கின்றதெனின், இழை மேல்நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் α கோணத்தை ஆக்குமாறு f இன் பெறுமானத்தை காண்க.

7. ஒரு சிறிய வளையம் C இருமுனைகளும் A, B என்னும் புள்ளிகளுக்கு நிலைப்படுத்தப்பட்ட இழை ஒன்றில் இயங்குவதற்கு சுயாதீனமுடையது. புள்ளி A ஆனது, B இற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே c தூரத்திலுள்ளது. வளையம் C மாறாக் கோணக்கதி ω உடன் கிடைவட்டம் ஒன்றில் இயங்குகையில் A, B என்பவற்றிலிருந்து C யின் தூரங்கள் முறையே b, a ஆகும்.

$2gc(a+b) = \omega^2(a-b)\left[c^2-(a+b)^2\right]$ என நிறுவுக.

www.aswarphysics.weebly.com

8. P என்னும் ஒரு துணிக்கையானது, a நீளமுள்ள ஒரு இலேசான இழை OP இனது ஒருமுனையிலே தொடுக்கப்பட்டுள்ளது. அவ்விழையின் மற்றைய முனையானது O என்னும் ஒரு நிலைத்த புள்ளியிலே கட்டப்பட்டுள்ளது. அத்துணிக்கையானது, அவ்விழை இறுக்கமாக இருக்குமாறும் OP ஆனது கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் கோணம் 60^0 இலே சாய்ந்திருக்குமாறும் பிடிக்கப்பட்டு தொடரும் இயக்கத்தில் அவ்விழை இறுக்கமாக இருக்குமாறு எறியப்படுகிறது.

(i) P ஆனது ஒரு கிடை வட்டத்தை வரைந்தால் எறியல் வேகத்தைத் துணிக.

(ii) P ஆனது O வை மையமாகக்கொண்டு ஒரு முழு நிலைக்குத்து வட்டத்தை வரைந்தால், மிகச் சிறிய எறியற் கதியையும் ஒத்த திசையையும் துணிக.

9. மெல்லிய நீட்டமுடியாத ℓ நீளமுடைய இழையின் ஒருமுனை நிலையான புள்ளி A யிற்கு இணைக்கப்பட, மறுநுனி m திணிவுடைய துணிக்கை B ஐ ஓய்வு நிலையில் காவுகிறது. துணிக்கையானது பின்னர் $\sqrt{\frac{7g\ell}{2}}$ வேகத்தில் கிடையாக எறியப்படுகிறது. இழை தொய்யும்போது, A இற்கு மேல் B இன் உயரத்தைக் காண்க.
இச்செய்கை திரும்பச் செய்யப்படுகிறது. ஆனால் இம்முறை இழையானது கிடையாகும்போது முளையைத் தொடும்படி A யின் மட்டத்தில் முனை C வைக்கப்பட்டிருக்கிறது. ($AC < \ell$). துணிக்கை பின்னர் C ஐப் பற்றி ஒரு முழு வட்டத்தை ஆக்கின் AC இன் இழிவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.
AC இழிவுப் பெறுமானத்திலுள்ள போது, இழை முளையை மோதமுன்னும், மோதியபின்னும் இழையிலுள்ள இழுவிசையைக் காண்க.

10. பாரமான துணிக்கை ஒன்று ℓ நீளமுள்ள இழையின் ஒருமுனைக்கு இணைக்கப்பட்டு, மறுமுனை O என்னும் நிலையான புள்ளிக்குக் கட்டப்பட்டுள்ளது. தொடக்கத்தில் இழை இறுக்கமாகவும், O இனூடான கீழ்நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் θ கோணத்தை ஆக்குமாறும் துணிக்கை ஓய்வு நிலையில் பிடிக்கப்பட்டு விடப்படுகிறது. பின்னர், துணிக்கை அதன் பாதையின் அதி தாழ் புள்ளியினூடாக செல்கையில் துணிக்கையின் வேகத்தில் எவ்வித மாற்றமுமின்றி, இழையின் நடுப்புள்ளியில் பிடிக்கப்படுகிறது. இப்பொழுது துணிக்கை மறுபக்கத்தில் B என்னும் புள்ளிவரை எழுகின்றது. இழையின் கீழ்ப்பகுதி கீழ்நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் ஆக்கும் கோணம் ϕ எனின், $\cos^2 \frac{1}{2}\phi = \cos\theta$ என நிறுவுக.

11. a ஆரையுடைய உருளை வடிவக் குழாய் ஒன்று அதன் அச்சுபற்றி ω என்னும் சீரான கோண வேகத்துடன் சுழல்கின்றது, அச்சு கிடையாக உள்ளது. குழாயின் உட்பரப்பில் m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று வைக்கப்பட்டு வழுக்காது தொடுகையிலிருக்கின்றது. துணிக்கையினூடான ஆரை மேல்நோக்கிய

நிலைக்குத்துடன் θ கோணத்தை ஆக்கும்போது, குழாயினால் துணிக்கை மீது தொழிற்படும் விசையின் செவ்வன் கூறு R ஐயும், தொடலிக்கூறு F ஐயும், காண்க.
$a\omega^2$ ஆனது g இலும் குறையமுடியாதெனக் காட்டுக.
$\frac{a\omega^2}{g} = \sec\alpha$ எனப் பிரதியிட்டு $\theta = \alpha$ ஆகும்போது, $\frac{F}{R}$ உயர்வாகுமெனக் காட்டுக. இந்நிலையில் $\frac{F}{R}$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

12. m திணிவுடைய மணி ஒன்று வட்டவடிவில் வளைக்கப்பட்ட ஒப்பமான a ஆரையுடைய நிலைக்குத்துத் தளத்தில் நிலைப்படுத்தப்பட்ட கம்பி ஒன்றில் வழுக்கிச் செல்லக்கூடியதாக உள்ளது. இம் மணி a நீளமும் $3mg$ மீள்தன்மை மட்டும் உடைய இழை ஒன்றிற்கு இணைக்கப்பட்டு, இழையின் மறுமுனை வட்டத்தின் அதி உயர் புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. தொடக்கத்தில் மணி வட்டக்கம்பியின் அதிதாழ் புள்ளியினூடாக u என்னும் கதியில் அசைகிறது. $u^2 = ag$ எனின், மணி மட்டுமட்டாக வளையத்தின் உச்சியை அடையும் எனக் காட்டுக.
இழை முதலில் தொய்வடையும் கணத்தில் கதி u எனக்காட்டி, அப்பொழுது கம்பிக்கும், மணிக்குமிடையேயான மறுதாக்கத்தைக் காண்க.

13. சமமான இரண்டு இலேசான கோல்கள் AC, CB என்பன C யில் சுயாதீனமாக மூட்டப்பட்டுள்ளன. முனைகள் A யும் B யும் $\angle ACB = \frac{\pi}{2}$, $AB = a$ ஆகுமாறும், மூட்டு C, AB யிற்கு நிலைக்குத்தாக கீழே இருக்குமாறும், ஒரே கிடைமட்டத்திலுள்ள இரண்டு நிலையான புள்ளிகளுக்கு ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டுள்ளன. m திணிவுடைய ஒரு சிறிய வளையம் P இலேசான a நீளமுள்ள ஒரு நீளா இழையால் C யிலிருந்து தொங்கவிடப்படுகிறது. ஆரம்பத்தில் வளையம் P, இழை இறுக்கமாகவும், AB இற்கு சமாந்தரமாகவும் ($AC \,||\, BP$) இருக்குமாறு ஓய்வில் பிடிக்கப்பட்டுள்ளது. வளையம், பின்னர் இந்நிலையிலிருந்து மெதுவாக விடுவிக்கப்படுகிறது. θ கோணத்தினூடாக வளையம் அலைந்த போது, இழையின் இழுவையைக் காண்க.

கோல் AC யிலுள்ள தகைப்பு (இழுவை) $3mg\sin\theta.\cos\left(\frac{\pi}{4}-\theta\right)$ எனக் காட்டுக.

அதன் அதியுயர்ந்த பெறுமதியைக் காண்க.

www.aswarphysics.weebly.com

14. m என்னும் திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று $2a$ நீளமும், $10mg$ உயர் இழுவையையும் தாங்கக்கூடிய மீள்தன்மையில்லாத இலேசான இழையொன்றினால் A என்னும் நிலைத்த புள்ளியுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. ஆரம்பத்தில் துணிக்கையானது A யின் கீழ் நிலைக்குத்தாகத் தொங்கியபொழுது அது $4\sqrt{ag}$ வேகத்துடன் கிடையாக எறியப்பட்டது. நிகழும் இயக்கத்தில் இழையானது அறாது எனக் காட்டுக.
இழை, கிடையாக வரும்போது, அது A யிலிருந்து a தூரத்திலுள்ள P என்னும் நிலைத்த ஒரு முனையுடன் தொடுகையுறுமெனின், துணிக்கையானது P பற்றிச் சுழலத் தொடங்குமாயின், இழையானது முளையுடன் தொடுகையுற்றதும் அறுந்துவிடுமெனக் காட்டுக.

15. m திணிவுள்ள ஒரு துணிக்கை P ஆனது, உள்ளாரை a ஐ உடையதும் O ஐ மையமாகக் கொண்டதுமான நிலைத்த பொட்கோளம் ஒன்றின் ஒப்பமான உள்மேற்பரப்பு மீது நிலைக்குத்து வட்டம் ஒன்றிற் செல்கின்றது. கோளத்தின், ஆகவும்கீழே உள்ள புள்ளியிலிருந்து துணிக்கை ஒரு கிடைவேகம் u உடன் எறியப்படுகிறது. கோடு OP யானது மேன்முகநிலைக்குத்துடன் கோணம் θ ஐ ஆக்கும்போது, துணிக்கையின் வேகம் v ஆகவும், துணிக்கைக்கும் கோளத்துக்குமிடையேயான மறுதாக்கம் R ஆகவும் இருக்குமெனின்

$$V^2 = u^2 - 2ag\,(1+\cos\theta)$$ எனவும்,

$$R = \frac{m}{a}\left[u^2 - ag\,(2+3\cos\theta)\right]$$ எனவும் காட்டுக.

அத்தோடு $u^2 = \left(2+\sqrt{3}\right)ag$ எனின், $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ஆக உள்ள இடத்திலே துணிக்கை கோளத்திலிருந்து வெளியேறுமெனவும் அதன் கடவையானது, O வினூடு செல்லும் எனவும் காட்டுக.

16. துணிக்கை ஒன்று நீளம் a ஐ உடைய மீள்தன்மையற்ற இழை ஒன்றின் நுனி ஒன்றுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழையின் மற்றைய நுனி நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. ஓய்விற் சுயாதீனமாகத் தொங்கும் போது துணிக்கை கிடைத்திசை ஒன்றிலே கதி u உடன் எறியப்படுகிறது.

(i) $u^2 < 2ag$ எனத் தரப்பட்டிருப்பின், துணிக்கை நிலைக்குத்துத்தளம் ஒன்றிலே வட்டம் ஒன்றின் வில் ஒன்றில் செல்கின்றதெனக் காட்டுக..

(ii) மேலும் துணிக்கையின் கதி. $\frac{u}{2}$ ஆகும்போது, இழை கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் கோணம் $2\sin^{-1}\left\{\frac{u}{4}\sqrt{\frac{3}{ag}}\right\}$ இற் சாய்ந்திருக்கும் எனக் காட்டுக.

(iii) இழையிலுள்ள அதிஉயர் இழுவை, மிகக் குறைந்த இழுவையின் λ மடங்கெனின் $u^2 = \frac{2(\lambda-1)}{(\lambda+2)}ag$ எனக் காட்டுக.

17. A, B என்னும் இரு சமதுணிக்கைகள் நீளம் a ஐ உடைய நீட்டமுடியாத இலேசான இழை ஒன்றினாலே தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. நீளம் a ஐ உடைய வேறொரு நீட்டமுடியாத இலேசான இழையினால் நிலைத்த ஒரு புள்ளி O வுடன் A இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழைகள் OA, AB என்பன எப்பொழுதும் நிலைக்குத்துத்தளம் ஒன்றிலே இருக்க துணிக்கைகள் கிடை வட்டங்களில் இயங்கி கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் முறையே α, β என்னும் கோணங்களை ஆக்குகின்றன.

(i) OA, AB ஆகிய இழைகளிலுள்ள இழுவைகள் $2\cos\beta : \cos\alpha$ என்னும் விகிதத்தில் இருக்கின்றன எனவும்,

(ii) கோண வேகம் ω ஆனது, $\omega^2 = \frac{g\tan\beta}{a(\sin\alpha+\sin\beta)}$ இனால் தரப்படுமெனவும்

(iii) $\sin\alpha.\sin\beta = (\sin\alpha+\sin\beta)(2\tan\alpha-\tan\beta)$ எனவும் காட்டுக.

18. சிறிய செய்மதி ஒன்று பூமியைச் சுற்றி அதன் புவிமத்திய கோட்டுத் தளத்திலே சீரான கதியுடன் இயங்குகிறது. சுழற்சிக்காலம் $\frac{2\pi}{\omega}$ ஆகும்.
பூமி R ஆரையுடைய ஒரு கோளம் எனவும், பூமியின் மேற்பரப்பிற்குமேல் y உயரத்தில் ஈர்வையினாலான ஆர்முடுகல் $\frac{gR^2}{(R+y)^2}$ எனவும் கொள்க.

(a) $\omega^2 = \frac{g}{n^3R}$ எனின், செய்மதியின் உயரம் $(n-1)R$ எனக் காட்டுக. குறித்த ஒரு சந்தர்ப்பத்தில் இவ்வுயரம் 400km எனின், $R = 6336$ km எனவும், $g = 9.8\text{ms}^{-2}$ எனவும் கொண்டு, சுழற்சிக் காலத்தை கிட்டிய நிமிடங்களில் காண்க.

(b) பூமியிலிருந்து $(n-1)R$ உயரத்தை மட்டாக அடைவதற்கு செய்மதி நிலைக்குத்தாகச் செலுத்தப்படவேண்டிய வேகத்தை g, n, R உறுப்புகளில் காண்க.

www.aswarphysics.weebly.com

19. பூமியின் மையம் O விலிருந்து r தூரத்திலுள்ள m திணிவுள்ள துணிக்கை ஒன்றின் மீது தொழிற்படும் ஈர்வையிலான விசை $\frac{mga^2}{r^2}$ ஆகும். இங்கு a பூமியின் ஆரையும் $r > a$ யும் ஆகும். பூமியின் மேற்பரப்பிலிருந்து, துணிக்கையை உயர்த்தச் செய்யப்படும் வேலையைக் கணிப்பதன் மூலம், அதன் அழுத்த சக்தி $mga^2\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{r}\right)$ எனக் காட்டுக.

O வை மையமாகக் கொண்டு r ஆரையுடைய வட்டப்பாதையில் சீராக இயங்கும் துணிக்கையின் கதி $\sqrt{\frac{ga^2}{r}}$ எனக் காட்டுக.

துணிக்கையின் மொத்த சக்தியை உய்த்தறிக. துணிக்கையின் பாதையின் ஆரை ஒரு சிறிய கணியம் δr இனால் அதிகரிக்கப்படின், துணிக்கையின் மொத்தசக்தி அண்ணளவாக $\left(\frac{mga^2}{2r^2}\right)\delta r$ இனால் அதிகரிக்குமெனக் காட்டுக.

செய்மதி ஒன்றின் இயக்கமானது சிறிய அமர்முடுகும் விசை F காரணமாக அதன் ஆரை r இலிருந்து $r-\rho$ (ρ - சிறியது) இற்கு சீரான வட்டங்களில் இயங்கி, n சுழற்சிகளில் குறைகின்றதெனின் F இன் பெறுமானம் $\left(\frac{mga^2}{4\pi nr^3}\right)\rho$ ஆகுமெனக் காட்டுக.

20. a ஆரையுடைய வட்ட வடிவமான கரடான மெல்லிய குழாயொன்றினுள் துணிக்கை ஒன்று வைக்கப்பட்டுள்ளது. குழாய் நிலைக்குத்துத் தளமொன்றில் நிலைப்படுத்தப்பட்டபோது, குழாயின் கீழ் அரைவாசிப்பாகத்தில் துணிக்கை வழுக்காது ஓய்வில் இருக்கக்கூடிய அதியுயர் புள்ளி P ஆகும். P யினூடான ஆரை கீழ்நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் β என்னும் கோணத்தை ஆக்குகிறது. குழாயின் மையத்தினூடான நிலைக்குத்துபற்றி, குழாயானது சீரான கோண வேகம் ω உடன் சுழலும்போது, $\beta \geq \frac{\pi}{4}$ எனின், ω இன் எல்லாப் பெறுமானங்கட்கும் துணிக்கை குழாயின் P என்னும் புள்ளியிலேயே தொடர்ந்தும் இருக்குமெனக் காட்டுக.

$\beta < \frac{\pi}{4}$ எனின், ω^2 இன் எப்பெறுமானங்களுக்கு இது சாத்தியமாகும் எனக் காண்க.

21. கார் ஒன்றின், கிடையாக உள்ள பின் ஆசனத்தில் பொருள் ஒன்று வைக்கப்பட்டுள்ளது. ஆசனத்திற்கும் பொருளிற்குமிடையேயான உராய்வுக் குணகம் $\frac{3}{4}$ ஆகும். கிடையான பாதையில் நேர்கோடொன்றில் $54\ km|h$ மணியில் செல்லும் இக்கார், தடுப்புக்களைச் சீராகப் பிரயோகிப்பதால் ஓய்வுக்குக் கொண்டு வரப்படுகிறது. ஓய்வுக்கு கொண்டுவரப்படும் தூரம் 15.3 மீற்றரிலும் அதிகமாக இருப்பின், பொருள் முன்னோக்கி வழுக்காதெனக் காட்டுக.

பின்னர் இக்கார் பாதையிலுள்ள வட்டவளைவிலே $54\ km|h$ கதியில் செல்கிறது. வளைவின் ஆரை 30.6 மீற்றரிலும் குறைவாக இருப்பின், காரின் பக்கத்தினை நோக்கி அசையுமெனக் காட்டுக.

22. இயற்கை நீளம் ℓ ஐ உடைய மீள்தன்மை இழையொன்றின் ஒரு முனை சீலிங்கிலுள்ள O என்னும் நிலையான புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டு, இழையின் மறுமுனைக்கு பாரமான ஒரு துணிக்கை இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை சமநிலையில் தொங்கும்போது இழையின் நீளம் a ஆகும். இப்பொழுது நீட்டப்பட்ட இழையின் நீளம் 3ℓ ஆகுமாறு துணிக்கையானது கீழே இழுக்கப்பட்டு ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. துணிக்கை மட்டாக சீலிங்கை அடையுமெனின் a யானது, $\frac{5\ell}{3}$ இற்குச் சமமாகுமெனக் காட்டி, துணிக்கை விடுவிக்கப்பட்ட கணத்திலிருந்து சீலிங்கை அடைய எடுத்த நேரம் $\left(\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}+1\right)\sqrt{\frac{2\ell}{g}}$ ஆகுமெனக் காட்டுக.

23. ℓ இயற்கை நீளமும் $5mg$ மீள்தன்மை மட்டும் உடைய மீள்தன்மை இழையின் ஒரு முனை O இல் நிலைப்படுத்தப்பட்டு மறு முனையில் m திணிவுடைய A எனும் துணிக்கை இணைக்கப்பட்டுள்ளது. A ஆனது O இற்கு நிலைக்குத்தாக கீழே ℓ தூரத்தில் பிடிக்கப்பட்டு துணிக்கைக்கு நிலைக்குத்தாகக் கீழ்நோக்கி $\sqrt{\frac{3g\ell}{5}}$ என்னும் வேகம் கொடுக்கப்படுகிறது. இழையின் உயர்நீட்சி $\frac{3\ell}{5}$ எனக் காட்டுக. இழையின் இழுவை $\frac{1}{2}mg$ ஆக இருக்கும்போது A இன் ஆர்முடுகலைக் காண்க.

24. h உயரமும், உருளை வடிவமும் கொண்ட சீரான மரகுற்றி ஒன்றின் ஓரலகு கனவளவின் நிறை C ஆகும். அது மிகப்பரந்த நீர்ப்பரப்பினுள் அதன் அச்சு நிலைக்குத்தாக இருக்குமாறு மிதக்கிறது. ஓரலகு நீரின் நிறை ω ஆகும்.

www.aswarphysics.weebly.com

சமநிலையில் உருளையின் அமிழ்ந்த பகுதியின் ஆழம் $\frac{hc}{\omega}$ எனக் காட்டுக.

இம்மரக்குற்றி மேலும் சிறிது தூரம் அமிழ்த்தப்பட்டு விடப்படுகிறது. மரக்குற்றி எளிமை இசை இயக்கத்தில் இயங்குமெனக் காட்டி அதன் அலைவுகாலம் $2\pi\sqrt{\frac{ch}{\omega g}}$ எனக் காட்டுக.

25. துணிக்கை ஒன்று மீள்தன்மை இழை மூலம் நிலையான புள்ளியிலிருந்து புவியீர்ப்பின் கீழ் தொங்குகின்றது. சமநிலையில் இழையின் நீட்சி c ஆகும். சமநிலைத்தானம் பற்றி, நிலைக்குத்தாக சிறிய அலைவுகளுக்கான காலம் $2\pi\left(\frac{c}{g}\right)^{\frac{1}{2}}$ எனக் காட்டுக.

சமநிலைத்தானத்தின் கீழே, $3c$ தூரத்தில் துணிக்கை ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்பட்டால் அது $\left[\pi - cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) + 2\sqrt{2}\right]\left(\frac{c}{g}\right)^{\frac{1}{2}}$ எனும் நேரத்திற்கு மேலெழும்பும் எனக் காட்டுக.

26. a இயற்கை நீளமும் mg மீள்தன்மைமட்டும் உடைய இலேசான மீள்தன்மை இழை OA ஒரு கரடான கிடை மேசை மீது உள்ளது. m திணிவுடைய துணிக்கை இழையின் முனை A இற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழையின் முனை O, AO இன் திசையில் சீரான வேகம் $\frac{a\omega}{6}$ உடன் இயக்கப்படகிறது. மேசைக்கும் துணிக்கைக்குமிடையேயான உராய்வுக்குணகம் $\frac{1}{4}$ ஆகவும், $a\omega^2 = g$ ஆகவுமிருப்பின், A இயங்கத்தொடங்கி t நேரத்திற்குப்பின் இழையின் நீளம் $(15 + 2\,sin\,\omega t)\frac{a}{12}$ எனக் காட்டுக. இயக்கத்தின் போது இழையின் உயர் இழுவையைக் காண்க.

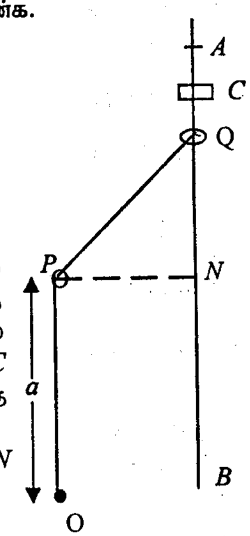
27. ஒவ்வொன்றும் m திணிவுடைய இரு துணிக்கைகள் இயற்கை நீளம் $2a$ உம் மீள்தன்மைமட்டு λ உம் கொண்ட மீள்தன்மை இழை யொன்றினால் இணைக்கப்பட்டு, ஒப்பமான கிடைமேசையொன்றின் மேல் உள்ளன. இழையின் நீளம் $2a + 2b$ ஆகுமாறு துணிக்கைகள் இழுக்கப்பட்டுப் பின்னர் விடுவிக்கப்படுகிறது. இழையின் நீளம் $2a$ ஆகும்போது, ஒவ்வொரு

துணிக்கையின் கதியும் $b\sqrt{\frac{\lambda}{am}}$ என நிறுவுக.

28. ஒரு துணிக்கை P ஆனது, நேர்கோடொன்றில் இயங்குகிறது. அதன் ஆர்முடுகலானது அக்கோட்டிலுள்ள ஒரு நிலையான புள்ளி O ஐ நோக்கியும், ஆர்முடுகலின் பருமன் தூரம் OP யிற்கு விகிதசமமாயும் உள்ளது. துணிக்கை P, புள்ளி A யில் உள்ளபோது அதன் கதி $3\sqrt{3}\,ms^{-1}$ ஆகவும், புள்ளி B இல் உள்ளபோது அதன் கதி $3\,ms^{-1}$ ஆகவும் உள்ளது. இங்கு $OA = 1m$, $OB = \sqrt{3}\,m$ ஆகும். P அடைந்த அதிஉயர் கதியையும், OP யின் அதிஉயர் பெறுமானத்தையும் காண்க. A யிலிருந்து B யிற்கு நேரடியாகத் துணிக்கை செல்ல எடுக்கும் நேரம் $\frac{\pi}{18}$ செக்கன்கள் எனக் காட்டுக. P யானது O ஐக் கடந்து 1 செக்கனின் பின்னர் அதன் கதியைக் காண்க.

29. படத்தில் காட்டியவாறு a இயற்கை நீளமும், λ மீள்தன்மைமட்டும் கொண்ட OPQ என்னும் மீள்தன்மை இழை, O என்னும் நிலையான புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டு P இலுள்ள நிலையான ஒப்பமான வளையத்தினூடு சென்று, Q என்னும் வளையத்திற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. m திணிவுடைய Q என்னும் வளையம் ஒப்பமான நிலைக்குத்துக் கம்பி AB இல் வழுக்கக்கூடியதாக உள்ளது. P யிலிருந்து, AB யிற்கு வரையப்பட்ட செங்குத்து N. வளையம் Q, C யில் பிடிக்கப்பட்டுப் பின்னர் விடுவிக்கப்படுகிறது. இங்கு $NC = c$ ஆகும். வளையம் ஓர் எளிமை இசை இயக்கத்தை ஆற்றுகிறதெனக் காட்டுக.

இயக்கத்தின் அலைவு காலத்தையும், வளையம் N இல் இருக்கும்போது அதன் கதியையும் காண்க.



30. a இயற்கை நீளமும் kmg மீள்தன்மை மட்டும் உடைய இலேசான மீள்தன்மை இழையொன்றின் ஒருமுனை, கிடையுடன் θ கோணத்தில் சாய்ந்திருக்கும் ஒப்பமான தளம் ஒன்றிலுள்ள நிலையான புள்ளி ஒன்றிற்குக் கட்டப்பட்டுள்ளது. மறுமுனைக்கு பாரமான ஒரு துணிக்கை இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழை தளத்தின் அதி உயர் சரிவுக்கோடொன்றின் வழியே கிடக்கத் துணிக்கை ஓய்விலுள்ளது. இழையில் ஏற்பட்ட நீட்சி b ஆகும். துணிக்கை d தூரம் கீழே இழுக்கப்பட்டு விடப்படுகிறது. $d = 2b$ எனின், எவ்வளவு நேரத்தின் பின் இழை தொய்வடையும் எனவும், தொய்வடையம் நேரத்தில் துணிக்கையின் கதியையும் காண்க.

www.aswarphysics.weebly.com

31. இயற்கை நீளம் b உம், $2mg$ மீள்தன்மை மட்டும் கொண்ட AB என்னும் இலேசான சுருள்வில் கிடையான தரையில் புள்ளி A யில் நிலைப்படுத்தப் பட்டுள்ளது. இயற்கை நீளம் $4b$ உம் மீள்தன்மை மட்டு mg உம் கொண்ட இலேசான மீள்தன்மை இழை BC யின் ஒருமுனை, சுருள்வில்லில் B இற்கும், மற்றைய முனை, A இற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே $5b$ உயரத்திலுள்ள C என்னும் புள்ளிக்கும் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. B இல் m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டபோது

(a) C யின் கீழ் திணிவின் சமனிலைத் தானத்தையும்,

(b) சமநிலைத்தானம் பற்றி சிறிய நிலைக்குத்து அலைவுகளுக்கான காலத்தையும் காண்க.

32. இரு திணிவுகள் m_1, m_2 ஓர் இலேசான மீள்தன்மை இழையினாலே இணைக்கப் பட்டு ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசையில் உள்ளன. m_1 நிலைப்படுத்தப்படின் m_2, ஒரு செக்கனுக்கு n முழு அலைவுகளை ஆற்றும். m_2 ஐ நிலைப்படுத்தினால் m_1 ஆனது, ஒரு செக்கனுக்கு $n\sqrt{\dfrac{m_2}{m_1}}$ அலைவுகளை ஆற்றும் எனவும், இரண்டும் அலைவுகளை ஆற்றுமாறு விடப்படின், அவை ஒரு செக்கனுக்கு $n\sqrt{\dfrac{m_1+m_2}{m_1}}$ அலைவுகளை ஆற்றுமெனவும் காட்டுக. எல்லாச் சந்தர்ப்பங்களிலும் அலைவுகள் வில்லின் கோட்டிலேயே உள்ளன.

33. m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று ஒப்பமான கிடைமேசையில் நேர் கோட்டில், O என்னும் புள்ளியிலிருந்து $a\omega$ என்னும் கதியுடன் இயங்க ஆரம்பிக்கிறது. துணிக்கையின் மீது O ஐ நோக்கி $m\omega^2x$ என்னும் விசை தாக்குகிறது. இங்கு x, O இலிருந்து துணிக்கையின் தூரமாகும். துணிக்கை b தூரம் அசைந்ததும், ஓய்விலிருக்கும் m திணிவுள்ள இன்னோர் துணிக்கை ஒன்றுடன் மோதி, இணைந்து விடுகிறது. விசையின் பருமன் $m\omega^2x$ இல் மாற்றமில்லை யெனக் கொண்டு, முதலில் ஓய்வுக்கு வருமுன் இணைந்த துணிக்கை அசைந்த தூரத்தைக் காண்க. ஆரம்பத்திலிருந்து முதலில் ஓய்வுக்கு வரும் வரை எடுத்த மொத்த நேரம்

$$\frac{1}{\omega}\left\{\sin^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)+\sqrt{2}\cos^{-1}\left(\frac{b\sqrt{2}}{\sqrt{a^2+b^2}}\right)\right\}$$ எனக் காட்டுக.

34. இயற்கை நீளம் a உம், மீள்தன்மை மட்டு λ உம் உடைய இழையின் ஒருமுனைக்கு m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டு, மறுமுனை ஒரு நிலையான புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை சமனிலையில் தொங்கிக்கொண்டிருக்கையில், அதற்கு நிலைக்குத்தாகக் கீழ்நோக்கி I எனும் கணத்தாக்கு கொடுக்கப்பட்டது. $I^2 \le \dfrac{m^3g^2a}{\lambda}$ ஆகும்போது இயக்கத்தை விபரித்து, இழை தொய்யாது எனக் காட்டுக.

I இன் பெறுமானம் இதனிலும் பெரிதெனின், துணிக்கையின் பாதையின் அதிஉயர்புள்ளியில் இழை தொய்வாக உள்ளது எனக்கொண்டு, கணத்தாக்குக் கொடுக்கப்பட்ட கணத்திலிருந்து அதி உயர் புள்ளியை அடையும் வரை துணிக்கை பயணம் செய்த மொத்த தூரம் $2I\sqrt{\dfrac{a}{\lambda m}+\dfrac{mag}{2\lambda}+\dfrac{I^2}{2m^2g}}$ எனக் காட்டுக.

35. ஒரு கரடான கிடைத்தட்டு, கிடைத்திசையில் a வீச்சத்தையுடைய எளிமை இசை இயக்கத்தை ஆற்றுகிறது. அது 1 செக்கனில் n பூரண அலைவுகளை ஆற்றுகிறது. தட்டு அதன் இயக்கத்தினுடைய ஒரு அந்தத்திலிருக்கும்போது தட்டின் மீது ஒரு துணிக்கையொன்று வைக்கப்படுகிறது. μ உராய்வுக் குணகமாக இருக்க, $\mu g < 4\pi^2n^2a$ எனின், துணிக்கை தட்டின் மீது உடனடியாக வழுக்கத் தொடங்குமென நிறுவுக. தட்டிற்கும், துணிக்கைக்குமிடையே வழுக்குதல் நடைபெறும் காலம் T இற்கான ஒரு சமன்பாட்டைப் பெறுக.

குறித்த ஒரு சந்தர்ப்பத்தில், வழுக்குதலானது, அலைவொன்றின் $\dfrac{1}{6}$ பங்கு நேரத்திற்கு நடைபெறுகின்றதெனின் $\mu g = 6\pi an^2\sqrt{3}$ என நிறுவுக. இந்நேரத்தில் தட்டுத் தொடர்பாகத் துணிக்கை அசைந்த தூரத்தைக் காண்க.

36. பூமியின் மேற்பரப்பினுள் துணிக்கையொன்று, பூமியின் மையத்தை நோக்கி, மையத்திலிருந்தான துணிக்கையின் தூரத்திற்கு விகிதசமமான விசையினால் கவரப்படுகிறது எனக் கொண்டு, பூமியின் மேற்பரப்பிலிருந்து 32 km ஆழமான நிலைக்குத்தான குழியொன்றினுள் துணிக்கை விழ எடுக்கும் நேரத்தை கிட்டிய செக்கன்களில் காண்க. [பூமியின் ஆரை 6400 km எனவும் $g = 9.8\,\mathrm{ms^{-2}}$ எனவும் கொள்க].

37. (i) m திணிவுள்ள ஒரு துணிக்கை P ஆனது, ℓ நீளமுள்ள இலேசான இழையொன்றினாலே நிலைத்த ஒரு புள்ளி A உடன் தொடுக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை P ஆனது, A இற்குக் கீழே $\ell\cos\alpha$ ஆழத்தில், $\ell\sin\alpha$

www.aswaphysics.weebly.com

ஆரையுள்ள கிடையான வட்டமண்டிலம் ஒன்றிலே மாறாக் கோண வேகம் ω உடன் செல்கிறது. $\alpha = cos^{-1}\left(\frac{g}{\ell\omega^2}\right)$ எனக் காட்டுக.

(ii) m திணிவுள்ள உபகோள் ஒன்று புவியின் மத்திய கோட்டுத் தளத்திலே b ஆரையுள்ள வட்ட மண்டிலம் ஒன்றிற் செல்கிறது. புவியும் உபகோளும் விசை $\frac{\gamma Mm}{r^2}$ உடன் ஒன்றையொன்று கவருகின்றன; இங்கு M என்பது புவியின் திணிவும், r என்பது உபகோளுக்கும் புவிக்குமிடையேயுள்ள தூரமும் γ என்பது ஒரு மாறிலியும் ஆகும். புவியானது கோண வேகம் ω உடன் சுழலுகின்றதெனின் $b=\left(\frac{\gamma M}{\omega^2}\right)^{1/3}$ ஆக இருக்கும் போது புவி தொடர்பாக உபகோள் ஓய்விலிருக்குமெனக் காட்டுக.

38. m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று நேர்கோடொன்றில் இயங்குகிறது. அந் நேர்கோட்டிலுள்ள நிலையான புள்ளி O விலிருந்து நேரம் t இல் துணிக்கையின் தூரம் ute^{-nt} ஆகும். இங்கு n, u என்பன ஒருமைகள் $t=O$ இல் அதனுடைய வேகம் u ஆகுமென நிறுவுக.
துணிக்கையின் மீது தாக்கும் விசை O ஐ நோக்கி, O விலிருந்து அதன் தூரத்தின் mn^2 மடங்கு பருமனுள்ள விசையும், குறித்த ஒரு தடையும் ஆகும். தடை துணிக்கையின் வேகத்திற்கு விகிதசமமாகும் எனக் காட்டுக.

39. மீள்தன்மை மட்டு λ உம், இயற்கை நீளம் a உம் உடைய சுருள்வில்லொன்றினால் இரு துணிக்கைகள் தொடுக்கப்பட்டுள்ளன. அவை $\frac{\lambda a^2}{8r^2}$ பருமனுடைய விசை ஒன்றினாலும் ஒன்றையொன்று கவருகின்றன. இங்கு r துணிக்கைகளுக்கிடையேயான தூரமாகும்.
ஒவ்வொரு துணிக்கையின் மீதும், மற்றையதை நோக்கித் தாக்கும் விளையுள் விசை F ஆனது,

$$F=\frac{\lambda}{ar^2}\left(r^3-ar^2+\frac{a^3}{8}\right)$$ எனக் காட்டுக.

சமநிலை சாத்தியமாகுமாறு r இற்கு இரு பெறுமானங்கள் உண்டு எனக் காட்டி, அவற்றை காண்க.

40. நிலைக்குத்தான நேர்கோடொன்றில் இயங்கும் m திணிவுடைய பலூன் ஒன்றின்மீது
(i) அதனுடைய நிறை
(ii) நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கிய $(1-k)mg$ என்னும் விசை
(iii) அதன் கதியின் $m\lambda$ மடங்கு பருமனுடைய வளித்தடை என்பன தொழிற்படுகின்றன.
நிலத்திற்கு மேல் h உயரத்தில் ஓய்விலிருந்து பலூன் இறங்கத் தொடங்குகிறது. பலூன் $a\,(<h)$ உயரத்தினூடு இறங்கியதும் அதன் கதி v_0 ஆனது,

$$v_0=\frac{kg}{\lambda}\left\{1-e^{\frac{-\lambda(v_0+\lambda a)}{kg}}\right\}$$ என்பதால் தரப்படுமெனக் காட்டுக.

இக்கணத்தில் $2kmg$ நிறை வெளியில் வீசப்படுகிறது.

$$h-a=\frac{v_o}{\lambda}-\frac{kg}{\lambda^2}\,\ell n\left(1+\frac{\lambda v_o}{kg}\right)$$ எனின்,

துணிக்கை நிலத்தில் ஓய்விற்கு வருமெனக் காட்டுக.

41. M திணிவுடைய புகையிரதமொன்றின் இயக்கத்துக்கான தடை $Ma\left(1+\frac{v^2}{c^2}\right)$ ஆகும். இங்கு v கதியும் a, c என்பன ஒருமைகளும் ஆகும். மட்டமான பாதையொன்றிலே வேகம் V ஆக இருக்கையில் எஞ்சினின் வலு நிறுத்தப்படுகின்றது. T நேரத்தில் x தூரத்தில் புகையிரதம் ஓய்விற்கு வருமெனின்

$$x=\frac{c^2}{2a}\,\ell n\left(1+\frac{V^2}{c^2}\right)$$ எனவும்,

$$T=\frac{c}{a}\tan^{-1}\left(\frac{V}{c}\right)$$ எனவும் காட்டுக.

புகையிரதம் ஓய்விலிருந்து புறப்படுகிறதெனவும், எஞ்சின் P என்னும் இழுப்பு விசையையும் பிரயோகிக்கின்றதெனின், அது மீண்டும் அதே x தூரத்தில் V என்ற கதியை அடையுமெனில்,

$$P=Ma\left(2+\frac{V^2}{c^2}\right)$$ எனக் காட்டுக.

www.aswarphysics.weebly.com

42. மோட்டார் கார் ஒன்றின் கதி v ஆக இருக்கையில் அதன் ஆர்முடுகல் $a-bv^2$ என்பதால் தரப்படுகிறது. இங்கு a, b என்பன நேர் ஒருமைகள். கதி, ஒரு குறித்த உயர் பெறுமதி V ஐ அணுகும் என நிறுவுக. ஆரம்பப் புள்ளியிலிருந்து கார் x தூரத்திலிருக்கையில் அதன் கதி $V\sqrt{1-e^{-2bx}}$ எனக் காட்டுக.

இயங்கத்தொடங்கி ℓ தூரத்தில் கதி p ஆகவும், மேலும் அடுத்த ℓ தூரத்தில் கதி q ஆகவும் இருப்பின், அதி உயர் கதி $\dfrac{p^2}{\sqrt{2p^2-q^2}}$ என நிறுவுக.

43. துணிக்கை ஒன்று, வேகம் v ஆக இருக்கையில் ஓரலகு திணிவிற்கு kv^2 தடையுடைய ஊடகமொன்றில் ஒப்பமான கிடைத்தளத்தில், நேர்கோட்டின் வழியே இயங்குகிறது. துணிக்கையின் தொடக்கவேகம் V எனின் நேரம் t இல் இடப்பெயர்ச்சி $\dfrac{1}{k}\ell n\,(1+kVt)$ என நிறுவுக. துணிக்கை நிலைக்குத்தாக மேல் நோக்கி எறியப்பட்டிருப்பின் t நேரத்தின் பின் அதன் வேகம் v ஆகவும், உயரம் h ஆகவுமிருப்பின்,

$$v\frac{dv}{dx}=\frac{dv}{dt}=-kv^2-g$$ என நிறுவுக.

எறியல்வேகம் $\sqrt{\dfrac{g}{k}}$ ஆகவும், T நேரத்தின் பின் H உயரத்தில் துணிக்கை ஓய்விற்கு வருமெனின்,

$2kH=\ell n2, \quad 16gkT^2=\pi^2$ எனவும் காட்டுக.

44. தடை விசையானது வேகத்தின் வர்க்கத்துடன் மாறுகின்றதும், முடிவு வேகம் V ஐ உடையதுமான ஊடகமொன்றில் துணிக்கை ஒன்று நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி எறியப்படுகிறது. எறியல் வேகம் $V\tan\alpha$ எனின், துணிக்கை எறியற்புள்ளிக்கு $V\sin\alpha$ எனும் வேகத்துடன் திரும்புமெனக் காட்டுக.

துணிக்கை மேனோக்கிச் செல்ல எடுத்த நேரம் $V\dfrac{\alpha}{g}$ எனவும், கீழிறங்கிய நேரம் $\dfrac{1}{g}V\,\ell n\,(\sec\alpha+\tan\alpha)$ எனவும் காட்டுக.

45. m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று வேகம் v ஆக இருக்கையில், mkv^2 தடையை உடைய ஊடகமொன்றில் நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி u வேகத்துடன் எறியப்படுகிறது. k^2 ஐக் கொண்டுள்ள உறுப்புக்கள் புறக்கணிக்கப்படலாமெனில், துணிக்கை அடைந்த அதிஉயர் உயரம் $\dfrac{u^2}{2g}-\dfrac{ku^4}{4g^2}$ எனக் காட்டுக. துணிக்கை எறியல் புள்ளிக்குத் திரும்பும் வேகம் V ஆனது, $V^2=u^2-\dfrac{ku^4}{g}$ என்பதால் தரப்படுமெனவும் காட்டுக.

46. துணிக்கை ஒன்று நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி u வேகத்துடன் எறியப்படுகிறது. வளித்தடை வேகத்திற்கு விகித சமமாகவும், தொடக்கத்தில் துணிக்கையின் நிறையின் λ மடங்கிற்கு சமமாகவும் உள்ளது. துணிக்கை அடையும் உயரம் $\dfrac{u^2}{\lambda^2 g}\left[\lambda-\ell n(1+\lambda)\right]$ எனவும், இவ்வுயரத்தை அடைய எடுத்த நேரம் $\dfrac{u}{\lambda g}\ell n(1+\lambda)$ எனவும் நிறுவுக.

47. $M, m\ (M>m)$ திணிவுடைய இரு துணிக்கைகள், ஒப்பமான கப்பியொன்றின் மேலாகச் செல்லும் மெல்லிய நீளா இழையொன்றின் முனைகளுக்கு இணைக்கப்பட்டுத் துணிக்கைகள் நிலைக்குத்தாகத் தொங்குகின்றன. கதி v ஆக இருக்கையில் ஒவ்வொரு துணிக்கையினதும் வளித்தடை kv^2 ஆகும். புவியீர்ப்பின் கீழ் இவ்வியக்கம் முடிவின்றித் தொடர்ந்தால் கதி ஓர் எல்லைப் பெறுமானம் V ஐ அடையுமெனக் காட்டுக. இங்கு $V^2=\dfrac{(M-m)g}{2k}$ ஆகும்.

கதி v ஆக இருக்கையில் எந்த ஒரு துணிக்கையினதும் ஆர்முடுகலின் பருமன் $\dfrac{(M-m)\left(V^2-v^2\right)}{(M+m)V^2}g$ எனக் காட்டுக.

ஓய்விலிருந்து $\dfrac{V}{2}$ கதியை ஒவ்வொரு துணிக்கையும் அடைகையில், சென்ற தூரம் $\dfrac{(M+m)V^2}{2(M-m)g}\ell n\dfrac{4}{3}$ எனக் காட்டுக.

www.aswarphysics.weebly.com

48. k என்பது ஒருமையாகவும், v என்பது கதியாகவுமிருக்க, mkv^2 என்னும் தடையையுடைய ஊடகம் ஒன்றில் m என்னும் திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று u என்னும் கதியுடன் நிலைக்குத்தாக மேனோக்கி எறியப்படுகிறது. துணிக்கை அடைந்த ஆகக்கூடிய உயரம் $\frac{1}{2k}\ell n\left(1+\frac{ku^2}{g}\right)$ ஆகுமெனக் காட்டுக.

துணிக்கையானது எறியற்புள்ளிக்கு $\frac{u}{\sqrt{1+\frac{ku^2}{g}}}$ எனும் கதியுடன் மீழ்கின்றதெனக் காட்டுக.

49. μ ஆனது ஒருமையாகவும், v ஆனது கதியாகவுமிருக்க μv^2 என்னும் தடையை விளைவிக்கும் ஊடகமொன்றில் அலகுத்திணிவுடைய துணிக்கையொன்று u என்னும் கதியுடன் நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி எறியப்படுகிறது. அது அடைந்த ஆகக்கூடிய உயரம் $\frac{u^2}{2\lambda g}\ell n(1+\lambda)$ எனக் காட்டுக. இங்கு $\lambda=\mu\frac{u^2}{g}$.

துணிக்கையானது எறியற்புள்ளிக்கு $\frac{u}{\sqrt{1+\lambda}}$ என்னும் கதியுடன் திரும்பி வருமெனக் காட்டுக.

50. நிலைக்குத்துத் தளம் ஒன்றில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ள, O வை மையமாகவும் a ஐ ஆரையாகவும் கொண்ட ஒப்பமான வட்டக் கம்பியொன்றில் m திணிவுடைய P என்னும் சிறிய மணி கோர்க்கப்பட்டுள்ளது. நீட்டமுடியாத இழையொன்றின் ஒரு முனை P இற்கு இணைக்கப்பட்டு, O இற்கு நிலைக்குத்தாகக் கீழே $2a$ தூரத்திலுள்ள ஒரு ஒப்பமான சிறிய வளையத்தினூடு சென்று, இழையின் மறு முனையில் m திணிவுடைய Q என்னும் துணிக்கை இணைக்கப்பட்டுள்ளது. தொடக்கத்தில் Q ஓய்விலுள்ளது. P ஆனது கம்பியின் மிகத்தாழ்ந்த புள்ளி A யினூடாக $\sqrt{3ga}$ கதியுடன் இயங்குகிறது. கோணம் POA ஐ θ எனவும் தூரம் PB ஐ r எனவும் கொண்டு, தொடரும் இயக்கத்தில்,

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2+a^2\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2=g(3a+2a\cos\theta-2r)$$ எனக் காட்டுக.

r ஐ θ இன் ஒரு சார்பாக உணர்த்தி θ, பெறுமானம் $\frac{\pi}{3}$ ஐ அடையும்போது,

Q இன் வேகம் $\left\{ag\left(2-\sqrt{3}\right)\right\}^{1/2}$ என உய்த்தறிக.

51. M திணிவுடைய கப்பல் ஒன்று நீரில், நேர்கோடொன்றில் செலுத்தப்படுகிறது. எஞ்சின் ஒருமை விசை F ஐ விருத்தியாக்குகிறது. கப்பலின் கதி v ஆக இருக்கையில் நீரினால் ஏற்படும் தடைவிசை kv ஆகும். இங்கு k ஒரு மாறிலி. கப்பல் ஓய்விலிருந்து நேரம் $t=0$ இல் புறப்படுகிறது. கப்பல் அது அடையக்கூடிய அதி உயர் கதி $\frac{F}{k}$ இன் அரைவாசியை $t=\frac{M\ell n2}{k}$ ஆகும்போது அடையும் எனக் காட்டுக.

கப்பல் $\frac{F}{2k}$ கதியில் இயங்குகையில், எஞ்சினின் விசை பின்னோக்கித் தொழிற்பாடு, எஞ்சின் புறமாற்றப்படுகிறது. கப்பல் ஓய்வுக்கு வருமுன், ஆரம்பப்பாதை வழியே மேலும் $\frac{MF}{k^2}\left[\frac{1}{2}-\ell n\left(\frac{3}{2}\right)\right]$ தூரம் செல்லுமெனக் காட்டுக.

52. ω கதியாக இருக்க, ஓரலகு திணிவிற்கு $k\omega$ தடையை விளைவிக்கும் ஊடகமொன்றில் துணிக்கை ஒன்று ஈர்வையின் கீழ் இயங்குகிறது. இங்கு k ஒரு நேர்மாறிலியாகும். நேரம் $t=0$ இல், துணிக்கையொன்று உற்பத்தி O விலிருந்து எறியப்படுகிறது; அதன் தொடக்க கிடை, மேல் நோக்கிய நிலைக்குத்து வேகங்கள் முறையே u_0, v_0 ஆகும். நேரம் t இல், O விலிருந்து துணிக்கையின் கிடை, நிலைக்குத்து இடப்பெயர்ச்சிகள் முறையே

$$x=\frac{u_0}{k}\left(1-e^{-kt}\right)$$

$$y=\left(\frac{g}{k^2}+\frac{v_0}{k}\right)\left(1-e^{-kt}\right)\frac{gt}{k}$$

என்பவற்றால் தரப்படுகிறதெனக் காட்டுக.
துணிக்கையின் பாதையின் தெக்காட்டின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

3. கிடை நிலத்திற்கு மேல் h உயரத்தில் ஓய்விலிருந்து துணிக்கை ஒன்று புவியீர்ப்பின் கீழ் விழுகிறது. ஓரலகு திணிவுக்கு இயக்கத்துக்கான தடை kv^2 ஆகும். இங்கு v கதியும், k நேர் ஒருமையும் ஆகும். துணிக்கைக்கும் நிலத்திற்குமிடையேயான மீளமைவுக் குணகம் λ ஆகும். நிலத்துடனான

www.aswarphysics.weebly.com

முதலாவது மொத்தலின் பின்னர், துணிக்கை எழும்பும் அதி உயர் உயரம் H ஆனது

$$2k\,H = \ell n\left[1+\lambda^2\left(1-e^{-2kh}\right)\right]$$ என்பதால் தரப்படுமெனக் காட்டுக.

kh சிறிய தெனின் $\lambda \sqrt{\dfrac{H}{h}}$ எனக் காட்டுக.

54. a ஆரையுடைய சீரான திண்ம அரைக்கோளமும், அதே அடர்த்தியுடைய உலோகத்தால் ஆக்கப்பட்டதும் a ஆரையும், a உயரமும் உடைய திண்ம செவ்வட்டக் கூம்பொன்றும், அவற்றின் வட்ட அடிகள் பொருந்துமாறு இணைக்கப்பட்டு சீரான திண்ம உடல் ஒன்று ஆக்கப்பட்டுள்ளது. உடலின் திணிவு M ஆயிருக்க, சமச்சீர் அச்சு பற்றிய அதன் சடத்துவத்திருப்பம் $\dfrac{11\,Ma^2}{30}$ எனக் காட்டுக.

55. இரு சமபக்க முக்கோணி வடிவ சீரான அடர் ABC இல் $AB = AC = b$; $BC = a$ ஆகும். அடரின் மையத்தினூடு BC க்கு சமாந்தரமான அச்சுபற்றி அதன் சுழிப்பாரை $\dfrac{\sqrt{4b^2-a^2}}{72}$ எனக் காட்டுக.

56. M திணிவுடைய சீரான திண்ம வட்ட உருளை ஒன்று, அதன் வட்டமுகங்களில் ஒன்றின் விட்டத்துடன் பொருந்துகின்ற கிடை அச்சு பற்றி சுயாதீனமாகச் சுழலக்கூடியது. ஊருளையின் ஆரையும், உயரமும் a இற்குச் சமமாகும்.

இவ்வச்சுபற்றிய உருளையின் சடத்துவத்திருப்பம் $\dfrac{7\,ma^2}{12}$ எனக் காட்டுக.

உருளையானது , அதன் திணிவு மையம் அச்சுக்கு நிலைக்குத்தாக மேலே இருக்குமாறு ஓய்விலிருக்கும்போது, சிறிது இடம்பெயர்க்கப்படுகிறது. மேல் நோக்கிய நிலைக்குத்துடன் உருளையின் அச்சு θ கோணத்தை ஆக்கும்போது,

$7\,a\dot{\theta}^2 = 12\,g(1-\cos\theta)$ எனக் காட்டுக.

$\ddot{\theta}$ இற்கான ஒரு கோவையை பெறுக.

57. M திணிவும் $2a$ நீளமும் உடைய சீரான கோல் AB யின் முனை A இல் சுழலக்கூடியவாறு ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டுள்ளது. இயற்கை நீளம் $2a$ உம் மீள்தன்மை மட்டு kMg உம் உடைய இலேசான மீள்தன்மை இழை ஒன்றின் ஒரு முனை B இற்கும், மறுமுனை A இற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே $AP = 2a$ ஆகுமாறுள்ள ஒரு புள்ளி P யிற்கும் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. கோலானது, அதன் முனை B, P இல் ஓய்வில் பிடிக்கப்பட்டு விடுவிக்கப்படுகிறது. கோல், அடுத்து கணநிலை ஓய்விற்கு வரும்போது, கோணம் PAB ஆனது $\dfrac{\pi}{2}$ இற்கும் π இற்குமிடையில் இருப்பின் k இன் இயல்தகு பெறுமானங்களின் வீச்சைக் காண்க.

58. m திணிவுடைய ஒரு சீரான அடர், a ஆரையுடைய வட்டத்தின் காற்பகுதி வடிவில் அமைந்துள்ளது. அடரின் தளத்திற்கு செங்குத்தாக, வட்டத்தின் மையத்தினூடு செல்லும் அச்சு L பற்றிய அடரின் சடத்துவத்திருப்பம் $\dfrac{1}{2}\,ma^2$ எனத் தொகையிட்டு முறையால் காட்டுக.

இவ்வடரின் புவியீர்ப்பு மையம், L இலிருந்து $\dfrac{4\sqrt{2}\,a}{3\pi}$ தூரத்தில் உள்ளதென நிறுவுக.

இவ்வடரானது அச்சு L பற்றி, நிலைக்குத்துத் தளத்திலே சுழலச் சுயாதீன முடையது.

உறுதிச் சமநிலைத்தானம் பற்றி, சிறிய அலைவுகளுக்கான காலத்தைக் காண்க.

59. ஒவ்வொன்றும் 2ℓ நீளமுடைய மூன்று சீர்க் கோல்கள் BC, CA, AB என்பன ஒரு சமபக்க முக்கோணி ABC ஐ அமைக்குமாறு அவற்றின் முனைகளில் கட்டப்பட்டுள்ளன. கோல் BC இன் திணிவு M உம், CA, AB ஒவ்வொன்றினதும் திணிவு m உம் ஆகும். முக்கோணியின் தளத்திற்குச் செங்குத்தாக A யினூடு செல்லும் அச்சுபற்றி, முக்கோணியின் சடத்துவத்திருப்பம் $\dfrac{2}{3}(5M+4m)\ell^2$ எனக் காட்டுக.

A இலுள்ள ஒப்பமான பிணையல்பற்றி, இம்முக்கோணி தன் நிலைக்குத்துத் தளத்திலே சுயாதீனமாகச் சுழலக் கூடியது. உறுதிச் சமநிலைத்தானம் பற்றி சிறிய அலைவுகளுக்கான காலத்தைக் காண்க. சமானமான எளிய ஊசலின் நீளம் L எனின், M, m இன் பெறுமானங்கள் எவ்வாறிருப்பினும்

$8\ell \le 3\sqrt{3}\;L \le 10\ell$ எனக் காட்டுக.

60. திணிவு $6m$ உம், நீளம் $2a$ உம் உடைய சீரான கோல் AB யின் முனை B இல் m திணிவுடைய துணிக்கை ஒன்று இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இத்தொகுதி, A யினூடான ஒப்பமான கிடை அச்சுபற்றி நிலைக்குத்துத் தளத்திலே சுழலச் சுயாதீனமுடையது. AB கிடையாக இருக்கத் தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. AB, கிடையுடன் θ கோணம் ஆக்கும்போது,

$$3a\left(\frac{d\theta}{dt}\right)^2 = 4g\sin\theta$$ எனக் காட்டுக.

www.aswarphysics.weebly.com

$\theta = \frac{\pi}{4}$ ஆகும்போது சுழற்சி அச்சின் மீதான, மறுதாக்கத்தின் கிடை, நிலைக் கூறுகளைக் காண்க.

61. சீரான கோல் ஒன்று, கோலிலுள்ள C என்னும் புள்ளியினூடாகச் செல்லும் ஒரு நிலைத்த கிடை அச்சு பற்றி நிலைக்குத்துத் தளத்திலே சுயாதீனமாகச் சுழலக் கூடியது. இங்கு C, கோலின் புவியீர்ப்பு மையம் G இலிருந்து வேறானது. இக்கோல், நிலைக்குத்தான, உறுதியற்ற சமநிலைத் தானத்திலிருக்கையில் மெதுவாக இடம்பெயர்க்கப்பட்டு, நிலைக்குத்துத் தளத்திலே பூரண சுழற்சி யொன்றை ஆற்றுகின்றது. கோலானது θ கோணத்தினூடாகத் திரும்பியபொழுது, C யிலுள்ள மறுதாக்கத்தின் கிடைக்கூறு பூச்சியமாகும். θ ஆனது C யின் தானத்தில் தங்கியிருக்கவில்லையெனக் காட்டுக.
C யானது கோலின் ஒரு முனையிலிருப்பின், C யிலுள்ள மறுதாக்கத்தின் நிலைக்கூறு பூச்சியமாகும். கோலின் தானத்தைக் காண்க.

62. திணிவு m ஐ உடைய அடர் ஒன்று, அதிலுள்ள புள்ளி C யினூடாகச் செல்லும் நிலைத்த கிடை அச்சுபற்றி, நிலைக்குத்துத் தளமொன்றில் சுழலச் சுயாதீனமுடையது. இவ்வச்சு பற்றிய அடரின் சடத்துவத்திருப்பம் λma^2 ஆகும். இங்கு a என்பது அடரின் திணிவுமையம் G இலிருந்து C யிற்கான தூரமும், λ ஓர் ஒருமையும் ஆகும். தொடக்கத்தில் அடரானது G, C இற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே இருக்குமாறு பிடிக்கப்பட்டு மெதுவாக இடம்பெயர்க்கப்படுகிறது. நேரம் t இல், கோணம் θ இனூடு சுழற்சியடைந்த தெனில் $(0<\theta<\pi)$

(a) $\dot{\theta}^2, \ddot{\theta}$ என்பவற்றை, θ, g, a, λ இன் உறுப்புக்களில் காண்க.

(b) திணிவு மையத்தின், கீழ் நோக்கிய நிலைக்குத்துத் திசையிலான ஆர்முடுகல் (நேரம் t இல்) $\frac{g}{\lambda}\left(1+2\cos\theta-3\cos^2\theta\right)$ எனக் காட்டுக.

(c) C யிலான மறுதாக்கத்தின் நிலைக்கூறு $\theta = \frac{\pi}{3}$ ஆகையில் முதலில் பூச்சியமாகுமெனின் λ இன் பெறுமானத்தைக் கண்டு மீண்டும் நிலைக்கூறு பூச்சியமாகும் θ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

63. m திணிவும் $2a$ நீளமும் உள்ள சீரான கோல் ஒன்று ஒருமுனை A யிலிருந்து சுயாதீனமாகத் தொங்குகிறது. v வேகத்தில் கிடையாக இயங்கும் $\frac{m}{3}$ திணிவுள்ள குண்டு, B என்னும் புள்ளியில் கோலைத்தாக்கி, அதனுள் பதிந்து விடுகிறது. கோல் கணநிலை ஓய்வுக்கு வருமுன் $\alpha\ (<\pi)$ எனும் கோணத்தினூடு

ஊசலாடுகிறது. $AB = b$ எனின் மோதுகையின் சற்றுப்பின் கோலின் கோண வேகத்தைக் காண்க.

$v^2 = \frac{2g}{b^2}(3a+b)\left(4a^2+b^2\right)(1-\cos\alpha)$ எனக் காட்டுக.

$v < \frac{4a}{b}\sqrt{3ag}$ என அமைந்தால் அடுத்த நிலைக்குத்து நிலையில், கோல் இருக்கும்போது குண்டு விடுவிக்கப்பட்டால், கோல் $v^2 = \frac{24ga^3}{b^2}(1-\cos\beta)$ என்பதால் தரப்பட்ட கோணம் β இனூடாக ஊசலாடும் எனக் காட்டுக.

64. m திணிவும் a ஆரையும் கொண்ட சீரான வட்டத்தட்டின் தொடலிக் கோடு பற்றிய சடத்துவத்திருப்பம் $\frac{5}{4}ma^2$ எனக் காட்டுக. குறிப்பலகை ஒன்று m திணிவும், a ஆரையும் கொண்ட வட்டத்தட்டு வடிவிலுள்ளது. இப்பலகை அதன் பரிதியிலுள்ள A என்னும் புள்ளியிலிருந்து தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. அது A யினூடாக செல்லும் கிடையான தொடலியைப் பற்றிச் சுயாதீனமாகச் சுழலக் கூடியது. தொடக்கத்தில் மையம் O ஆனது A இற்கு நிலைக்குத்தாகக் கீழே இருக்க இப்பலகை ஓய்விலிருக்கின்றது. u என்னும் வேகத்துடன் கிடையாக பலகைக்குச் செங்குத்தாக நகரும் $\frac{m}{4}$ திணிவுடைய குண்டினால் இப்பலகையானது O வில் தாக்கப்படுகிறது. O வில் குண்டு பதிந்து விடுகிறது. தாக்கத்திற்கு உடன் பின்னதாக பலகையின் கோண வேகம் $\frac{u}{6a}$ என நிறுவுக.

$u^2 < 120ga$ என இருப்பின் பலகை கோணம் α இனூடாக ஆடிய பின் இத் தொகுதி கணநிலை ஓய்வை அடையுமெனக் காட்டுக.

இங்கு $\cos\alpha = 1 - \frac{u^2}{60ga}$

65. திணிவு m ஐ உடைய சீரான மெல்லிய தகடு ஒன்று இருசமபக்க முக்கோணி ABC யின் வடிவத்தைக் கொண்டது. இங்கு $AB = AC = 5a$, $BC = 8a$ ஆகும்.

(i) A யினூடாகவும், BC யிற்குச் சமாந்தரமாவும் உள்ள அச்சுபற்றியும்
(ii) A யினூடாகவும், BC யிற்கு செங்குத்தாகவும் ABC யின் தளத்திலுமுள்ள அச்சு பற்றியும், தகட்டின் சடத்துவத் திருப்பத்தைக் காண்க.
A யினூடாகவும் முக்கோணியின் தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவும் உள்ள கிடை அச்சு ஒன்றைப்பற்றி இவ்வடர் சுயாதீனமாக சுழலத்தக்கது. A யிற்குக்

www.aswarphysics.weebly.com

கீழே BC இருக்கும் நாப்பத் தானம் பற்றிச் சிறிய அலைவுகளின் காலம் $\pi\sqrt{\frac{43a}{3g}}$ எனக் காட்டுக.

66. M திணிவும் $2a$ பக்கமுமுள்ள சீரான சதுர அடர் ஒன்று அதன் விளிம்பு ஒன்றின் வழியேயுள்ள ஒப்பமான நிலைத்த கிடை அச்சு ஒன்றைப் பற்றிச் சுயாதீனமாகச் சுழலத்தக்கது. அடர் ஓய்விலே தொங்கும் போது $\frac{M}{3}$ திணிவுள்ளதும் அடரின் தளத்திற்குச் செங்குத்தான திசை ஒன்றிலே $\sqrt{20ag}$ வேகத்தடன் இயங்கு கின்றதுமான துணிக்கை ஒன்று அடரிலே அதன் மையப்போலியில் பட்டு, அடரிற் பதிகிறது.

(i) அடரில் பட்டு உடனடியாகப் பின்னர் துணிக்கையின் கதி $\sqrt{\frac{4ag}{5}}$ எனவும்

(ii) மொத்தல் காரணமாக இயக்கப்பாட்டுச் சக்தியிலுள்ள பின்ன இழப்பு $\frac{4}{5}$ எனவும்

(iii) அடர் கணநிலை ஓய்வுக்கு வருமுன்னர் $\frac{\pi}{3}$ ஆரையன் கோணத்தினூடு திரும்புகிறதெனவும் காட்டுக.

67. M திணிவும் a ஆரையுமுள்ள சீரான வட்டத்தட்டு ஒன்றின் மையத்திலிருந்து $\frac{a}{2}$ தூரத்திலிருக்கும் நாண் ஒன்றைப் பற்றி அத்தட்டின் சடத்துவத்திருப்பம் $\frac{1}{2}Ma^2$ எனக்காட்டுக. தட்டின் மையம் கிடைமேசை ஒன்றின் விளிம்பிலிருந்து $\frac{a}{2}$ தூரத்திலிருக்குமாறும், தட்டின் பெரும் பகுதி மேசையின் நேர் விளிம்பிற்கு அப்பால் நீட்டியிருக்குமாறும், தட்டு மேசை மீது சமதளமாக வைக்கப்படுகிறது. பின்னர் அது ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. தட்டு மேசையின் விளிம்பிலே நழுவுவதில்லை எனக் கொண்டு தட்டின் கோண வேகம் $\dot{\theta}$ ஆனது, $a\dot{\theta}^2 = 2g\sin\theta$ வினாலே தரப்படுமெனக் காட்டுக.

இங்கு θ , கிடையுடன் தட்டின் சாய்வாகும். அத்தோடு $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\mu}{4}\right)$ ஆக இருக்கும்போது தட்டு நழுவுமெனவும் காட்டுக.
இங்கு μ என்பது உராய்வுக் குணகமாகும்.

68. திணிவு m ஐயும் நீளம் $2a$ ஐயும் உடைய சீரான ஒரு கோல் AB, அதன் முனை A ஆனது, கரடான கிடை மேசை ஒன்றைத் தொட்டுக் கொண்டிருக்க, நிலைக்குத்துத்தளம் ஒன்றிலே ஓய்வில் நிற்கின்றது. இப்போது கோல் இத் தானத்திலிருந்து இடம் பெயர்க்கப்படுகிறது. கோலானது A யில் நழுவவில்லையெனக் கொண்டு கோண வேகம் $\dot{\theta}$ ஆனது

$\dot{\theta}^2 = \frac{3g}{2a}(1-\cos\theta)$ இனாலே தரப்படுமெனக் காட்டுக.

இங்கு θ , நிலைக்குத்துடன் கோலின் சாய்வாகும். செவ்வன் மறுதாக்கம் R ஆனது $\frac{mg}{4}(3\cos\theta-1)^2$ ஆகுமெனக் காட்டுக.

கோல் மேசையிலிருந்து பிரிந்து செல்லுமா?

69. பக்கம் $2a$ ஐயும் திணிவு m ஐயும் உடைய சீரான சதுரவடிவ அடரொன்றின் தளத்துக்குச் செங்குத்தாக அதன் மையம் O வினூடு செல்கின்ற ஒரு அச்சுபற்றி அவ்வடரின் சடத்துவத்திருப்பத்தைக் காண்க.

இவ்வடரானது, அதன் தளத்திற்குச் செங்குத்தாக O விலிருந்து $\frac{4a}{3}$ என்னும் தூரத்தில், அடரின் மீதுள்ள P என்னும் ஒரு புள்ளியினூடு செல்கின்றவொரு கிடையச்சுபற்றி, ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்திலே சுயாதீனமாகச் சுழலக் கூடியதாகவுள்ளது. உறுதிச் சமநிலைத்தானம் பற்றி, இவ்வடரின் சிறிய அலைவுகளின் காலம் $2\pi\sqrt{\frac{11a}{6g}}$ எனக் காட்டுக. இதே காலத்தைத் தருகின்ற, O விற்கு அண்மித்த P யின் வேறொரு தானம் உண்டெனவும் காட்டுக.

70. திணிவு m ஐயும் ஆரை a ஐயும் உடைய மெல்லிய சீரான வட்டத்தட்டு ஒன்றின் விளிம்பின் தரப்பட்ட புள்ளி ஒன்றினூடாக அதன் தளத்திற்குச் செங்குத்தாகவுள்ள ஓர் அச்சு ℓ பற்றி அத்தட்டின் சடத்துவத்திருப்பம் $\frac{3}{2}ma^2$ எனக் காட்டுக.

(i) அச்சு ℓ கிடையாக நிலைப்படுத்தப்பட்டிருக்க, தட்டு அதனைப் பற்றி நிலைக்குத்துத் தளம் ஒன்றில் சுயாதீனமாகச் சுழல்கின்றது. தட்டின் அதிஉயர் கோணக்கதி $\sqrt{\frac{3g}{a}}$ எனின், மிகக் குறைந்த கோணக்கதி $\sqrt{\frac{g}{3a}}$ எனக் காட்டுக.

(ii) அச்சு ℓ கிடையாக நிலைப்படுத்தப்பட்டிருக்க, தட்டு சமநிலையில் தொங்குகிறது. திணிவு m ஐயுடையதும் தட்டைக் கொண்ட தளத்தில் கிடையாக வேகம் u உடன் இயங்குகின்றதுமான துணிக்கை ஒன்று தட்டிலே அதன்

www.aswarphysics.weebly.com

கிடை விட்டத்தின் நுனி ஒன்றில் அடித்து, அதனுடன் இணைந்து கொள்கிறது. மோதுகைக்குப் பின்னர் உடனடியாகத் தட்டின் கோணக்கதி $\frac{2u}{7a}$ எனச் காட்டுக.

71. சமாந்தர அச்சுத்தேற்றத்தைக் கூறுக.
பக்கம் ஒன்று $2a$ ஆகவுள்ள ஒரு சமபக்க முக்கோணியின் வடிவத்திலான, m திணிவுள்ள சீரான அடர் ஒன்றின் விளிம்பு பற்றிய சடத்துவத்திருப்பம் $\frac{1}{2}ma^2$ எனத் தரப்பட்டிருக்க இவ்விளிம்பிற்கு எதிராகவுள்ள மூலையினூடான ஒரு சமாந்தர அச்சுபற்றி இவ்வடரின் சடத்துவத்திருப்பத்தைக் காண்க.
திணிவு M உம் பக்கம் $2a$ உம் ஆகவுள்ள சீரான ஒழுங்கானவொரு அறுகோணி வடிவ அடரின், ஒரு விளிம்பு பற்றிய சடத்துவத்திருப்பம் $\frac{23}{6}ma^2$ ஆகும் என்பதை உய்த்தறிக. இந்த அறுகோண வடிவுடைய அடரின் ஒரு விளிம்புடன் பொருந்தும் ஒரு கிடை அச்சுபற்றிச் சுயாதீனமாகச் சுழலவல்ல இவ்வடரானது அதன் தளம் நிலைக்குத்தாக இருக்க ஓய்விலே தொங்குகிறது. அடரின் தளத்திற்கச் செங்குத்தாக கதி u உடன் இயங்கும் λM திணிவுள்ள ஒரு குண்டு, அடரை இதன் மையத்தில் அடித்து, அங்கேயே பதிந்து விடுகின்றது. குண்டின் கதியானது கணநிலையில் $\frac{u}{3}$ இற்கு, குறைக்கப்படின் $\lambda = \frac{23}{36}$ எனவும், துணிக்கையின் இயக்கப் பாட்டுச் சக்தியின் மூன்றிலொரு பகுதி மாத்திரமே தொகுதியில் தேக்கப்படுகிறதெனவும் காட்டுக.

72. ஆரை a யும் திணிவு M உம் உடைய சீரான வட்டவடிவத்தட்டு ஒன்றின் தளத்திற்குச் செங்குத்தாக அதன் மையத்தினூடான ஓர் அச்சு பற்றிய சடத்துவத்திருப்பம் $\frac{1}{2}Ma^2$ எனக் காட்டுக. ஆரை a உம் திணிவு M உம் உடையதும் அதன் அச்சு கிடையாக இருக்க உராய்வின்றி சுழலவல்லதுமான சீரான வட்டவடிவத் தட்டின் வடிவத்தலுள்ள கப்பி ஒன்றின் மீது செல்கின்ற ℓ நீளமுள்ள இலேசான நீளா இழையொன்றின் நுனிகளுடன் $m, m^1\,(<m)$ ஆகிய திணிவுகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. கப்பி, இழையை நழுவுவதிலிருந்து தடுப்பதற்குப் போதிய அளவு கரடானது. தொடக்கத்திலே திணிவுகள் நிலைக்குத்தாகத் தொங்குகின்றன.
திணிவுகள் ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படும்போது கப்பியின் கோண ஆர்முடுகல்

$\frac{2(m-m^1)g}{a(M+2m+2m^1)}$ என நிறுவி இழையின் இருபாகங்களிலுமுள்ள இழுவைகளின் விகிதத்தைக் காண்க.
அத்துடன், தொடக்கத்தில் திணிவு m ஆனது கப்பியின் கிடை விட்டத்தின் ஓர் அந்தத்தைத் தொட்டுக்கொண்டிருப்பின் இவ்வியக்கமானது $\sqrt{\frac{(\ell-\pi a)(M+2m+2m^1)}{(m-m^1)g}}$ என்னும் நேரத்திற்கு நீடித்து நிற்கும் என நிறுவுக.

www.aswarphysics.weebly.com

விடைகள்

7(a)

1. $10\ \pi$ ஆரையன் . செக்$^{-1}$
3. $114.5 km\,h^{-1}$ கிடையுடன் மேல்நோக்கி கீழ்நோக்கி $26^0\ 53'$
4. 5 ஆரையன் செக் $^{-1}$, $8.5 m\,s^{-1}$ கிடையுடன் மேல்நோக்கி / கீழ்நோக்கி 45^0
5. $18:1$
6. $\frac{u+kt}{r},\ u$
7. $\frac{a^2}{2b}$
8. $\frac{\pi}{43200}$ ஆரை.செக் $^{-1}$; $\frac{4000\pi}{27}\ ms^{-1}$
9. $4 ms^{-1},\ 4 ms^{-2}$
10. $80\ N$
11. $3600 N$
12. π^2 நியூட்டன், $\left(\frac{1-\pi^2}{2}\right)$ நியூட்டன்.
13. $\sqrt{\frac{Mg}{4\pi^2 \ell m}}$
15. $2\pi \sqrt{\frac{10a}{13g}}$
20. $\sqrt{\frac{g}{3a}}$
21. $2mg,\ \ell\sqrt{3},\ \sqrt{\frac{g}{\ell}}$
24. $10mg,\ 6mg,\ 2\pi\sqrt{\frac{a}{6g}}$
26. $12mg$
28. $f = \frac{gR^2}{x^2}$, 26.600 km / மணி, 102 நிமிடம்
29. 2.05×10^{21} தொன்
30. $T = 2\pi\sqrt{\frac{ma}{F}}$, 1.60மணி

7(b)

16. $\sqrt{ga}.$
17. $\frac{5a}{4}$

35. $K = 4$
36. $\frac{5a}{3},\ \frac{7a}{3},\ \frac{5a}{2}$

7(c)

1. $15.34\ m s^{-1}$
2. 21.8
3. $42.27\ m s^{-1},\ 76.68\ m s^{-1}$
4. 18.8
5. $8230 N,\ 0.0147\ m$

8(a)

1. $15\ m s^{-1}$
11. $\pm\sqrt{\frac{2g(\ell^2 - x^2)}{\ell}},\ \frac{-2gx}{\ell},\ \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{\ell}{2g}}$
13. $\sqrt{\frac{\lambda a}{3m}}$

8(b)

10. $2\pi\sqrt{\frac{6m\ell}{11\lambda}}\quad \sqrt{\frac{\lambda\ell}{22m}}$
15. $I\sqrt{\frac{5a}{4\lambda m}}$
16. $(\pi+1)\sqrt{\frac{a}{8g}}$
17. $x = \frac{\omega^2}{2}(y-x) = -y$
19. $\frac{\pi}{\sqrt{2\mu}},\quad a\sqrt{\frac{\mu}{2}}$
20. $V_A = \frac{2\lambda V}{m_1 n^2 a},\ V_B = V - \frac{2\lambda V}{m_2 n^2 a},\ \frac{\lambda V\pi}{m_1 n^3 a}$
23. $\frac{mga}{\lambda},\ 2\pi\sqrt{\frac{2ma}{\lambda}}$
28. $ma\theta = mg\sin\theta - \frac{2\lambda a\theta}{b}$

www.aswarphysics.weebly.com

$$\frac{1}{2} ma\theta^2 = \frac{\lambda a}{b}\left(\beta^2 - \theta^2\right) - mg\left(\cos\theta - \cos\beta\right)$$

$$2\pi\sqrt{\frac{mab}{2\lambda a - mgb}}$$

8(c)

3. $2\left[\frac{1}{\omega}\sin^{-1}\left(\sqrt{\frac{2}{3}}\right) + \frac{1}{\sqrt{2}\,\omega} + \frac{\sqrt{2}}{\omega}\right]$

9(a)

1. $10\,\ell n\,2$
2. $v = 10 - x$
3. $2u$
4. $gT.e^{\frac{x}{9T^2}}$
5. $v = \frac{V}{S}\sqrt{s^2 - a^2}$, $f = \frac{a^2V^2}{s^2}$
6. 8, 4, 1

9(b)

23. $\frac{u}{\sqrt{2}}$

34. $\left(\frac{H}{R}\right)^{\frac{1}{3}}$

10(a)

1. $\frac{5}{96}Mh^2$
4. $\frac{5Ma^2}{3}$
6. $M\left[\frac{r^2}{4} + \frac{e^2}{3}\right]$
7. $\frac{16Me^2}{3}$, $\frac{56\,Me^2}{3}$

9. $\frac{e}{\sqrt{2}}$

10. $\frac{R^4 - r^4}{R^3 - r^3}$, $\left[\frac{7}{5}\frac{\left(R^5 - r^5\right)}{\left(R^3 - r^3\right)}\right]^{\frac{1}{2}}$

10(b)

6. $\sqrt{\frac{2g}{3a}}$, $4\,mga$
8. $\frac{Mmg}{M+2m}$
10. $\sqrt{\frac{2\pi na}{g}}$, $\frac{1}{4}\omega$
11. $2\pi\sqrt{\frac{7a}{3g}}$
13. $\frac{2\pi}{3}\sqrt{\frac{14a}{g}}$
14. $a\sqrt{2}$, $2\pi\sqrt{\frac{2a\pi}{g\left(\pi^2+4\right)^{\frac{1}{2}}}}$
15. $2\pi\sqrt{\frac{9a^2+2x^2}{gx}}$, $\frac{3a}{\sqrt{2}}$
18. $2\pi\sqrt{\frac{a}{g\sqrt{3}}}$
19. 3
21. $\frac{kmg}{1+2k}$
23. $\frac{4mga}{5\pi^2}$, $\sqrt{\frac{112g}{15\pi a}}$
24. $\sqrt{\frac{2\pi na}{g}}$, $\frac{1}{4}\omega$
26. $\frac{3g}{8a}\left(\sqrt{2}-1\right)$, $\frac{3}{8}mg$, $\frac{13}{8}mg$
27. $\sqrt{\frac{g}{a}}$

10(c)

2. $2\frac{\sqrt{3g}}{a}$, $\frac{4}{3}mg$, $\frac{4}{3}mg$
8. $\frac{5}{6}m\ell\omega$
9. $\frac{7\Omega}{16}$
10. $\frac{\Omega}{3}$

www.aswarphysics.weebly.com

20. $\frac{18\pi ma^2}{t_0^2}$, $\frac{18\pi ma^2}{t_0}$

21. $4ma^2\omega^2$, $8ma^2\omega$, $\frac{a\omega}{g}$, $\frac{a\omega^2}{2g}$, $\frac{16\omega}{17}$

10(d)

16. $\frac{3v}{4a}$

17. $\frac{4a}{3}$

18. $\frac{J\sqrt{3}}{2me}$, $\frac{7J^2}{16m}$

19. $\pi a\sqrt{10}$

11

1. $10\sqrt{7}$, கிடையுடன் $tan^{-1}\left(\frac{7}{5}\right)$, $50\sqrt{2}$, $-10j$

$r = 50t\,i + \left(70t - 5t^2\right)j$, 7 செக், $245m$

2. $28i + 20j$, $(24 + 2t)i + (40 - 10t)j$, $tan^{-1}\frac{5}{3}$, $\frac{4}{3}$, 8 செக்

3. $3i + 4j + 10tk$, $10\sqrt{5}m$, 4 செக்

4. 16 செக்

9. $16i + 30j$, $18i + 24j$, $2i - 6j2t\,i + (10 - 6t)j$

10. $8\sqrt{11}\,kmh^{-1}$, $4\sqrt{2}\,km$

11. $\frac{4\sqrt{5}}{5}$

12. $-36i - 30j$; $(25 - 36t)i + (30 - 3t)j$; 12.49

13. $\frac{10}{3}i - \frac{2}{3}j$, $\frac{14}{13}$

15. கிழக்கு $2m$

16. $6i + 3j + 5k$

17. $20J$, $45J$, $65J$

18. $V = sint\,i - cost\,j + k$

$r = (1 - cost)i - sint\,j + tk$, m,m

19. $20i + 10j$, 5, 125

20. $2i - 5j + k$, $F\sqrt{84}$

21. $2i - j + 2k$, $6i + 2j + 4k$, $\sqrt{11}$, $i + j + 3k$

22. $-6i - 25j - 16k$, $13i + 53j + 34k$

23. $\frac{3}{2}\left(1 + \pi^2 cos^2 \pi t + 4t^2\right) + 2\left(\frac{1}{16}\pi^2 cos^2 \frac{\pi t}{4}\right) + 9t^4 + 9$,

$3\left(\pi^4 sin^2 \pi t + 4\right)^{\frac{1}{2}}$, $\frac{2}{\left(5 + \pi^2\right)^{\frac{1}{2}}}$, $i + 6k$

24. $20i + 27j - 34k$, $\sqrt{590}\ ms^{-1}$, $-144J$.

25. $4e^{-t}\left(sint\,i - cost\,j\right)$; $2e^{-\pi}J$, $-2\left(e^{-\pi} - 1\right)$

27. $V_1 = \frac{9}{5}n + \frac{13}{5}t$, $V_2 = \frac{7}{2}n + \frac{1}{5}t$; $\frac{3}{2}n + \frac{12}{5}t$; $\frac{17}{10}n + \frac{1}{5}t$

$\frac{1}{50}(141i - 12j)$, $\frac{1}{50}(59i + 62j)$

30. $-15i + 70k$; $5i + 30k$, $5i + (30 - 10t)k$, $10i + 95k$

$25\sqrt{2}$, $3\frac{1}{12}$

31. $r = \frac{8}{5 + 3cos\theta}$, $\frac{5}{2}$, -409.6

32. $a\omega\left(2 + 2sin\theta\right)^{\frac{1}{2}}$, $\theta = \frac{\pi}{2}$

39. $r = a(1 + 2sin\theta)$; $\left(3a, \frac{\pi}{2}\right)$

www.aswarphysics.weebly.com

பலவினப் பயிற்சிகள்

3. $\sqrt{\dfrac{2g}{3\ell}}$

11. $\cot\alpha$

12. $\dfrac{mg}{2}$

18. 93 நிமிடங்கள், $\sqrt{\dfrac{2gR(n-1)}{n}}$

20. $\omega^2 \le \dfrac{2g\cos\beta}{a\cos 2\beta}$

23. $\dfrac{1}{2}g$

26. $\dfrac{15mg}{12}$

29. $2\pi\sqrt{\dfrac{ma}{\lambda}}$, $\sqrt{2gc + \dfrac{\lambda c^2}{ma}}$

30. $\dfrac{2\pi}{3}\sqrt{\dfrac{b}{g\sin\theta}}$, $\sqrt{3bg\sin\theta}$

31. $\dfrac{40b}{9}$, $\dfrac{4\pi}{3}\sqrt{\dfrac{b}{g}}$

35. $\dfrac{a\left(b-\pi\sqrt{3}\right)}{12}$

36. 81 செக்கன்

39. $\dfrac{1}{2}a$, $\dfrac{a}{4}\left(1+\sqrt{5}\right)$

52. $y = \dfrac{g+v_0k}{ku_0}x + \dfrac{g}{k^2}\ell n\left(1-\dfrac{kx}{u_0}\right)$

57. $2 < k < 3 + 2\sqrt{2}$

58. $\left(\dfrac{3\pi a^3\sqrt{2}}{4g}\right)^{\frac{1}{2}}$

60. $8mg$, $\dfrac{29}{3}mg$

61. $\cos\theta = \dfrac{2}{3}$, $\cos\theta = \dfrac{1}{3}$

62. $\theta = \dfrac{2g(1-\cos\theta)}{\lambda a}$, $\theta = \dfrac{g\sin\theta}{\lambda a}$, $\dfrac{5}{4}$, $\dfrac{1}{6}$

www.aswarphysics.weebly.com

www.aswarphysics.weebly.com

சாயி கல்வி வெளியீடுகள்

க.பொ.த உயர்தரம்

1. மனித உயிரியல் பகுதி – 1
2. மனித உயிரியல் பகுதி – 2
3. மனித உயிரியல் பகுதி – 3
4. பிறப்புரிமையியல்
5. பிரயோக விலங்கியல் (மீன்வளர்ப்பு, பீடை, ஒட்டுண்ணி)
6. விலங்குச் சூழலியல்

புதிய பாடத்திட்டத்திற்குரியவை

(ஆண்டு 2000 உம் அதற்குப் பின்னரும்)

7. உயிரியல் – பகுதி – 1
8. உயிரியல் – பகுதி – 2 (அச்சில்)
9. தொழிற்படும் தாவரம் – பகுதி 1
10. தொழிற்படும் தாவரம் – பகுதி 2
11. சேதன இரசாயணம் – பரீட்சை வழிகாட்டி
12. பிரயோக கணிதம் – நிலையியல் பயிற்சிகள்.
13. பிரயோக கணிதம் – இயக்கவியல் பயிற்சிகள் பகுதி I
14. பிரயோக கணிதம் – இயக்கவியல் பயிற்சிகள் பகுதி II
15. பிரயோக கணிதம் – நிகழ்தகவும் புள்ளிவிபரவியலும் (அச்சில்)

SAI EDUCATIONAL PUBLICATION

36/4B, PAMANKADA ROAD, COLOMBO - 06. SRILANKA

www.aswaphysics.weebly.com