



G.C.E (Advanced Level)

COMBINED MATHEMATICS - I

இருபடிச் சார்புகளும்
இருபடிச் சமன்பாடுகளும்

www.lankaedu.org

G.C.E(A/L) 2021 BATCH
ALGEBRA (QE, QF)



Donated by Mr. MSM Usama
B.Sc. (Maths)



www.lankaedu.org

0776619212

File ID No:- AN 7791

www.lankaedu.org

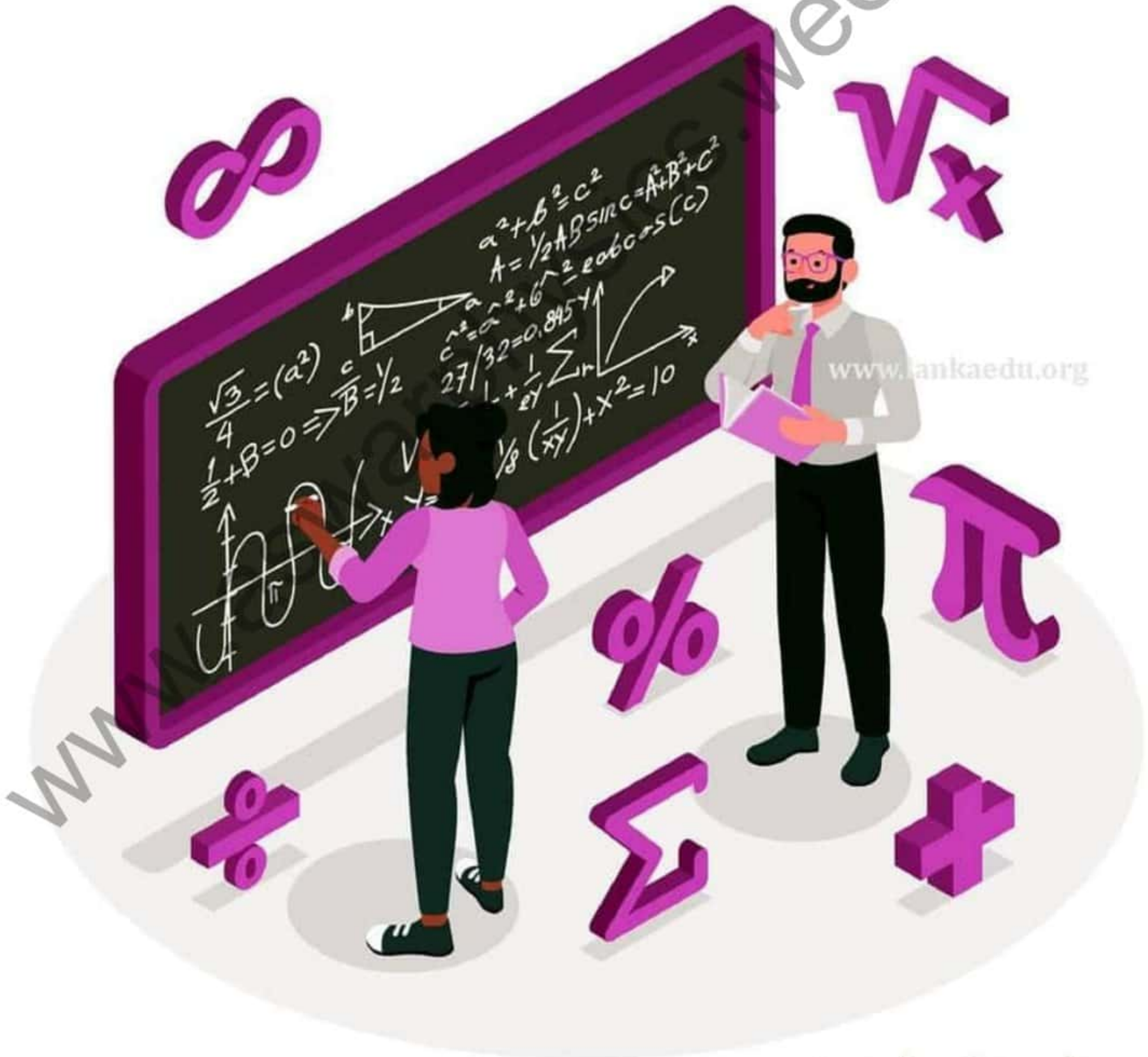


G.C.E ADVANCED LEVEL

COMBINED MATHEMATICS - I

இருபடிச் சார்புகளும்
இருபடிச் சமன்பாடுகளும்

G.C.E(A/L) 2021 BATCH
ALGEBRA (QE, QF)



www.lankaedu.org



LANKAEDU

COMBINED
MATHEMATICS-I

Social Education Developing Organization

සමාජ අධ්‍යාපන සංවර්ධන සංවිධානය
சமூக கல்வி மேம்பாட்டுக்கான அமைப்பு

MSM Usama
BSc (maths)

G.C.E(A/L) 2021 BATCH
ALGEBRA(QE, QF)

இருபடிச் சமன்பாடுகளும்
இருபடிச் சார்புகளும்

LankaEdu.Org. Kandy

WWW.LANKAEDU.ORG

Email-info@lankaedu.org

WWW.LANKAEDU.ORG

01. $ax^2 + bx + c = 0$ இங்கு ($a \neq 0$) என்பதன் மூலகங்கள் α, β எனின் $\alpha + \beta = -b/a$
 $\alpha\beta = c/a$ என நிறுவுக.

02. $\alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 5$ எனின் பின்வருவனவற்றின் பெறுமானங்களை காண்க.

i. $\alpha^2 + \beta^2$

ii. $\alpha^3 + \beta^3$

iii. $1/\alpha^2 + 1/\beta^2$

iv. $(\alpha/\beta + \beta/\alpha)^2$

v. $\alpha^2/\beta + \beta^2/\alpha$

vi. $\alpha + \beta - \alpha\beta/(\alpha + \beta)$

vii. $\alpha^2\beta^2 - (1/\alpha^2 + 1/\beta^2)$

viii. $\alpha^2/\beta + \beta^2/\alpha$

ix. $(\alpha - \beta)^2$

x. $\alpha^3 - \beta^3$

xi. $\alpha^4 + \beta^4$

xii. $\alpha^6 + \beta^6$

03. $ax^2 + bx + c = 0$ என்பதன் மூலங்கள் α, β எனின் பின்வருவனவற்றின் பெறுமானங்களை காண்க.

i. $\alpha^2 + \beta^2$

ii. $\alpha^3 + \beta^3$

iii. $1/\alpha^2 + 1/\beta^2$

iv. $(\alpha/\beta + \beta/\alpha)^2$

v. $\alpha^2/\beta + \beta^2/\alpha$

vi. $\alpha + \beta - \alpha\beta/(\alpha + \beta)$

vii. $\alpha^2\beta^2 - (1/\alpha^2 + 1/\beta^2)$

viii. $\alpha^2/\beta + \beta^2/\alpha$

ix. $(\alpha - \beta)^2$

x. $\alpha^3 - \beta^3$

04. $ax^2 + bx + c = 0$ என்பதன் மூலங்கள் α, β எனின் பின்வருவனவற்றை மூலங்களுடைய சமன்பாட்டை காண்க.

i. α^2, β^2

ii. $\alpha/\beta, \beta/\alpha$

iii. $\alpha + 1/\beta, \beta + 1/\alpha$ a

iv. $\alpha + \beta, \alpha\beta/\alpha + \beta$

v. $\alpha^2\beta^2, 1/\alpha^2 + 1/\beta^2$

vi. $\alpha^2/\beta, \beta^2/\alpha$

vii. $(\alpha - \beta)^2, (\alpha + \beta)^2$

viii. α^3, β^3

ix. $\alpha^2 - 3\alpha + 1, \beta^2 - 3\beta + 1$

x. α^4, β^4

05. $2x^2 - 3x + 2 = 0$ எனும் சமன்பாட்டை எடுத்துக் கொள் வோம் இதன் மூலங்கள் α, β ஆகும் பின்வரும் வினாக்களிற்கு விடையளிக்க

I. $\alpha + \beta$ இன் பெறுமானம் யாது?

II. $\alpha\beta$ இன் பெறுமானம் யாது?

III. $\alpha^2 + \beta^2$ இனை $\alpha + \beta, \alpha\beta$ சார்பில் தருக. இதிலிருந்து $\alpha^2 + \beta^2$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க

IV. $\alpha^3 + \beta^3$ இ இனை $\alpha + \beta, \alpha\beta$ சார்பில் தருக. இதிலிருந்து $\alpha^3 + \beta^3$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க

06. ஒரு இருபடிசமன்பாட்டின் மூலங்கள் α, β எனின் $\alpha + \beta = 2, \alpha^3 + \beta^3 = 98$ எனத் தரப்படின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

Donated by Mr. MSM Usama
B.Sc. (Maths)

Service Through Education

www.lankaedu.org



Lankaedu.org

Tel:- 0776619212

07. a யின் எப்பெருமானத்திற்கு $x^2 - 3 + a(2x + 3) = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்களின் வித்தியாசம் 2 ஆகும்.
08. $ax^2 + cx + b = 0$ இன் மூலங்கள் α, β ஆயின் $K\alpha, K\beta$ ஐ மூலங்களாகக் கொண்ட சமன்பாடு $ax^2 + ckx + bk^2 = 0$ என நிறுவுக.
09. $ax^2 + (5a + 4)x + (5a + 4) = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஓர் மூலம் மற்றையதைப் போல் ஐந்து மடங்காயின் a யின் பெறுமானம் யாது.
10. $ax^2 + bx + c = 0$ இன் மூலங்கள் $m : n$ எனும் விகிதத்தில் இருப்பின் $ac(m + n)^2 = mnb^2$ என நிறுவுக.
11. அடுத்துள்ள இரு நேர் எண்களைத் தன்னுடைய மூலங்களாகக் $x^2 - px + q = 0$ எனும் சமன்பாடு கொண்டிருப்பின் $p^2 = 4q + 1$ என நிறுவுக.
12. $x^2 - px + q = 0$ என்பதன் மூலங்களின் வித்தியாசம் 1 எனில் $p^2 + 4q^2 = (1 + 2q)^2$ என நிறுவுக.
13. $ax^2 + bx + c = 0$ என்பதன் மூலங்கள் α, β ஆயின் $\alpha + \beta = \alpha^2 + \beta^2$ ஆக விருப்பதற்கு $2ac = ab + b^2$ என நிறுவுக.
14. $x^2 - px + q = 0$ என்பதன் மூலங்களின் கனங்களை மூலங்களாகக் கொண்ட சமன்பாடு $x^2 - (p^3 - 3pq)x + q^3 = 0$ என நிறுவுக.
15. $ax^2 - 3x + a = 0$ எனும் இருபடிசமன்பாட்டின் மூலகம் -2 எனின் a ஐக் காண்க இதிலிருந்து மற்றைய மூலகத்தை உய்த்தறிக.
16. $x^2 - 5\mu x + 2\mu = 0$ எனும் இருபடிசமன்பாட்டின் மூலகம் 3 எனின் μ ஐக் காண்க இதிலிருந்து மற்றைய மூலகத்தை உய்த்தறிக.
17. $ax^2 + bx + c = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் ஓர் மூலம் மற்றையதன் வர்க்கத்தின் நேர்மாறாயின் $a^3 + c^3 + abc = 0$ என நிறுவுக.
18. $ax^2 + bx + c = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α, β ஆயின் $\alpha + \beta^3 = \beta + \alpha^3$ ஆவதற்குரிய நிபந்தனை $a^2 = b^2 - ac$ என நிறுவுக.
19. $ax^2 + bx + c = 0$ என்பதன் மூலங்களின் தலை கீழான பெறுமானங்களை மூலங்களாக $px^2 + qx + r = 0$ என்பது கொண்டிருப்பின் $aq = br, ap = cr$ என நிறுவுக.
20. $x^2 - px + q = 0$ என்பதன் மூலங்கள் α, β ஆயின் $\frac{\alpha}{(\alpha-1)}, \frac{\beta}{(\beta-1)}$ மூலங்களாகக் கொண்ட சமன்பாடு $(q - p + 1)x^2 - (2q - p)x + q = 0$ எனக் காட்டுக.
21. $x^2 + 2ax + b^2 = 0$ இன் மூலங்கள் α_1, β_1 ஆகவும். $x^2 + 2cx + d^2 = 0$ இன் மூலங்கள் α_2, β_2 ஆகவும் இருப்பின் பின்வருவனவற்றை நிறுவுக.
i. $\alpha_1 + \alpha_2 = \beta_1 + \beta_2$ எனின் $a^2 + d^2 = b^2 + c^2$
ii. $\alpha_1\alpha_2 + \beta_1\beta_2 = 0$ எனின் $b^2d^2 = a^2d^2 + b^2c^2$
22. $x^2 + bx + c = 0$ இன் மூலங்கள் α, β ஆகவும் $x^2 + \lambda bx + \lambda^2 c = 0$ இன் மூலங்கள் γ, δ ஆகவும் இருப்பின் $(\alpha\gamma + \beta\delta), (\alpha\delta + \beta\gamma)$ என்பவற்றை மூலங்களவுடைய சமன்பாடு $x^2 - \lambda b^2 x + 2\lambda^2 c (b^2 - 2c) = 0$ என நிறுவுக.
23. $ax^2 + bx + c = 0, px^2 + qx + r = 0$ என்பவற்றின் மூலங்களின் விகிதங்கள் சமன் எனில் $b^2/ac = q^2/pr$ என நிறுவுக
24. $(a - b)x^2 + (b - c)x + (c - a) = 0$ எனும் இருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்களின் விகிதமும் $(c - a)x^2 + (b - c)x + (a - b) = 0$ இன் மூலங்களின் விகிதமும் சமன் என நிறுவுக.
25. $x^2 + px + q = 0$ இன் ஒவ்வொரு மூலமும் k ஆல் கூட்டப்பட்ட $x^2 - ax + b = 0$ என்பதன் மூலங்கள் பெறப்படுமாயின் $4(q - b) = p^2 - a^2$ என நிறுவுக
26. $x^2 + px + q = 0$, இன் மூலங்கள் α_1, β_1 ஆகவும் $x^2 + \gamma x + \delta$ இன் மூலங்கள் α_2, β_2 ஆகவும் இருப்பின் பின்வருவனவற்றை p, q, γ, δ சார்பாக கூறுக.
i. $\alpha_1(\beta_1 + \alpha_2 + \beta_2) + \beta_1(\alpha_2 + \beta_2) + \alpha_2\beta_2$
ii. $(\alpha_1 - \alpha_2)^2 + (\beta_1 - \beta_2)^2 + (\beta_1 - \alpha_2)^2 + (\alpha_1 - \beta_2)^2$

27. α, β என்பன $px^2 + qx + r = 0$ இன் மூலங்களாகவும் γ, δ என்பன $qx^2 + rx + p = 0$ இன் மூலங்களாகவும் இருப்பின்

i. $(\alpha - \gamma)(\alpha - \delta) = \frac{q\alpha^2 + r\alpha + p}{q}$ எனவும்

ii. $(\alpha - \gamma)(\alpha - \delta)(\beta - \gamma)(\beta - \delta) = \frac{p^3 + q^3 + r^3 - 3pqr}{pq^2}$ எனவும் நிறுவுக.

28. α, β என்பன $ax^2 + bx + c = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்களாகும் $S_r = \alpha^r + \beta^r$ எனத் தரப்படின் $aS_r + bS_{r-1} + cS_{r-2} = 0$ எனக் காட்டுக. S_4 இன் மூலங்கள் பெருமானத்தை காண்க.

29. $ax^2 + (a+b)x + b = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α, β ஆயின்

i. $\alpha + \beta, \alpha\beta$ ஐ a, b சார்பில் காண்க

ii. $\frac{\alpha+1}{\beta} + \frac{\beta+1}{\alpha} = \frac{b-a}{a}$ எனக் காட்டுக

iii. $\frac{\alpha+1}{\beta}, \frac{\beta+1}{\alpha}$ ஐ மூலங்களாகக் கொண்ட சமன்பாடு $ax^2 + (a-b)x = 0$ என நிறுவுக.

iv. $\alpha = \beta$, எனின் $a = b$ எனக் காட்டுக

30. $f(x) = x^2 + px + q, g(x) = x^2 + ax + b$ ஆகும் $f(x) = 0$ எனின் மூலங்கள் α_1, β_1 ஆகவும் $g(x) = 0$ எனின் மூலங்கள் α_2, β_2 ஆகவும் இருப்பின்

$F(\alpha_2) F(\beta_2) = g(\beta_1)g(\alpha_1) = (q-b)^2 + (p-a)(pb-aq)$ என நிறுவுக.

31. $f(x) = (x-b)(x-c) + (x-c)(x-a) + (x-a)(x-b) = 0$ என்பதன் மூலங்கள் α, β ஆயின்

i. α, b, β கூட்டல் விருத்தியில் இருப்பின் c, b, a என்பன கூட்டல் விருத்தியில் இருக்கும் உன நிறுவுக.

இந் நிபந்தனைகளில் $f(a) = f(c) = -2f(b)$ என நிறுவுக.

ii. c, b, a என்பன பெருக்கல் விருத்தியில் இருப்பின் $1/\alpha, 1/b, 1/\beta$ என்பன கூட்டல் விருத்தியில் இருக்குமென நிறுவுக

32. $f(x) = x^2 + ax + b, g(x) = x^2 + lx + m$ ஆகும் $f_1(x) = 0$ எனின் மூலங்கள் α_1, β_1 ஆகவும் $f_2(x) = 0$ எனின் மூலங்கள் α_2, β_2 ஆகவும் இருப்பின்

$f_1(\alpha_2) f_1(\beta_2) = f_2(\beta_1) f_2(\alpha_1) = (q-b)^2 + (p-a)(pb-aq)$ என நிறுவுக.

33. $ax^2 + bx + c = 0, px^2 + qx + r = 0$ ஆகிய இரு சமன்பாடுகளும் ஒரு பொது மூலத்தைக் கொண்டிருப்பின் $(cp - ar)^2 = (aq - bp)(br - cq)$ என நிறுவுக.

இதிலிருந்து $x^2 + bx + c = 0, bx^2 + cx + a = 0$ இரு சமன்பாடுகளும் ஒரு பொது மூலத்தைக் கொண்டிருப்பதற்கான நிபந்தனையை தருக.

34. $Kx^2 + 2x + 1 = 0, x^2 + 2x + K = 0$ என்பன ஒரு பொது மூலத்தைக் கொண்டிருப்பின் k இன் பொருமானம் காண்க

35. $3x^2 + 4\lambda x + 2 = 0, 2x^2 + 3x - 2 = 0$ என்பன ஒரு பொது மூலத்தைக் கொண்டிருப்பின் λ காண்க.

36. $x^2 + cx + d = 0, x^2 - ax + b = 0$ ஆகிய சமன்பாடுகள் ஒரு பொது மூலத்தையும், இரண்டாவது சமன்பாடு பொருந்துகின்ற மூலத்தையும் கொண்டிருப்பின் $2(b+d) = ac$ என நிறுவுக.

37. $x^2 + ax + b = 0, x^2 + px + q = 0$ என்பன ஒரு பொது மூலத்தையும், $x^2 + bx + a = 0, x^2 + qx + p = 0$ என்பன வேறொரு பொது மூலத்தையும் கொண்டிருப்பின் $a+b = p+q = -1$ என நிறுவுக.

38. $ax^2 + ax + 1 = 0$, உம் $bx^2 + bx + 1 = 0$ உம் பொது மூலகம் ஒன்றைக் கொண்டுள்ளன. இவற்றின் மற்றைய மூலகங்களை மூலங்களாகக் கொண்ட சமன்பாடு $abx^2 + x + a^2b^2 = 0$ எனக்காட்டுக. (1978/pure maths)

39. $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ என்பது.

i. இரு வேறுவேறான மெய் மூலங்களை

ii. இரு பொருந்துகின்ற மெய் மூலங்களை

iii. கற்பனை மூலங்களை

Donated by Mr. MSM Usama
B.Sc. (Maths)

- iv. மெய் மூலங்களைக் கொண்டிருப்பதற்கான நிபந்தனைகளைக் கூறுக. மேலும் இதன்மூலங்கள்
v. இரண்டும் நேராக இருப்பதற்கு
vi. இரண்டும் மறையாக இருப்பதற்கும்
vii. இரண்டும் எதிர்குறியுடையதாக இருப்பதற்க்கான நிபந்தனைகளைக் காண்க.

40. பின்வரும் சமன்பாடுகளுக்கு தன்மை காட்டியைப் பயன்படுத்தி மூலங்கள் தன்மையை தருக.?

i. $4x^2 + 12x + 9 = 0$

ii. $3x^2 - 2x + 9 = 0$

iii. $x^2 - 2x - 1 = 0$

iv. $2x^2 - 2x + 1 = 0$

v. $4x^2 - 20x + 2 = 0$

vi. $x^2 - 10x + 15 = 0$

vii. $3x^2 - x + 5 = 0$

viii. $x^2 - 6x + 21 = 0$

ix. $5x^2 - x - 2 = 0$

x. $5x^2 - x - 2 = 0$

41. பின்வரும் சமன்பாடுகள் பொருந்துகின்ற மெய் மூலங்களைக் கொண்டிருப்பின் m யின் பொறுமானங்களைக் காண்க.

i. $(4 - m)x^2 + (2m + 4)x + 8m + 1 = 0$

ii. $mx^2 + (m + 3)x + 4 = 0$

iii. $x^2 - 2(1 + 3m)x + 7(3 + 2m) = 0$

42. a, b, c என்பன மெய் எனின் பின்வரும் ஒவ்வொரு சமன்பாட்டின் மூலங்களும் மெய் ஆகுமென நிறுவுக.

i. $ax^2 - 2x - (a + 1) = 0$

ii. $x^2 - 2(a + 2)x + 2a - 10 = 0$

iii. $ax^2 + 2(a - 1)x + (1 - 2a) = 0$

iv. $x^2 + 2(b + c - a)x + 2bc = a^2$

v. $(x - a)(x - b) = c^2$

vi. $x^2 + (2a - 1)x + (a - 1) = 0$

vii. $ax^2 + (a + b)x + b = 0$

viii. $ax^2 + 2x - (a - 2) = 0$

43. $ax^2 + bx + c = 0$ இன் மூலங்கள் மெய்யெனின் $acx^2 + (2ac - b^2)x + ac = 0$ என்பதன் மூலங்கள் மெய்யென நிறுவுக.

44. $ax^2 + bx + c = 0$ என்பது கற்பனை மூலங்களைக் கொண்டிருப்பது

$ax^2 - 2(a + b)x + (a + 2b + 4c) = 0$ என்பது உண்மையான மூலங்களைக் கொண்டிருப்பது என நிறுவுக.

45. a, b, c என்பன மெய் எனின் பின்வரும் ஒவ்வொரு சமன்பாட்டின் மூலங்களும் மெய்யென நிறுவுக.

i. $(b - c)x^2 + (c - a)x + (a - b) = 0$

ii. $a(b - c)x^2 + b(c - a)x + c(a - b) = 0$

iii. $(a^2 - bc)x^2 + a(a + b)(a - b)x + a(b - c) = 0$

46. $a^2x^2 + 6abx + (ac + 8b^2) = 0$ எனும் சமன்பாட்டுக்குச் சமனான மெய் மூலங்கள் உண்டெனின் $ac(x + 1)^2 = 4b^2x$ எனும் சமன்பாட்டுக்குச் சமனான மூலங்கள் உண்டென நிறுவுக.

47. $x^2 - 2x + k - 4 = 0$ எனும் சமன்பாடு மெய்மூலங்களைக் கொண்டிருப்பின் k இன் மிகப் பெரிய பெறுமானம் யாது.

48. $-1/4 \leq k \leq 1$ எனின் $kx^2 + 2x + 4k - 3 = 0$ எனும் சமன்பாடு மெய் மூலங்களைக் கொண்டிருக்குமென நிறுவுக.

49. $0 < k < 4$ ஆயின் $kx(1 - x) = 1$ எனும் சமன்பாடு மெய் மூலங்களைக் கொண்டிருப்பது என நிறுவுக.

50. பின்வரும் சமன்பாடுகள் மெய் மூலங்களைக் கொண்டிருப்பின் பொருத்தமான a இன் வீச்சுகளைக் காண்க.

i. $6x^2 + 5 = a(3x^2 + 4x + 2)$

ii. $(2x - 5)(2x - 1) = a(4x - 1)$

iii. $x^2 + ax + a^2 - 3 = 0$

Donated by Mr. MSM Usama
B.Sc. (Maths)

51. $x^2 - kx + (k + 3) = 0$ எனும் சமன்பாடு மெய் மூலங்களைக் கொண்டிருப்பதற்க்கான k இன் வீச்சைக் காண்க.
52. $x^2 + (k - 3)x + k = 0$ எனும் சமன்பாடு இரு வேறான மெய் மூலங்களைக் கொண்டிருப்பதற்க்கான k இன் வீச்சைக் காண்க.
53. $x^2 + x + k(k - 1) = 0$ எனும் இரு மூலங்களும் மறைக்குறியுடையதாயின் k இன் வீச்சைக் காண்க. மேலுள்ள சமன்பாட்டின் மூலங்கள் சமனாயின் k இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.
51. $(x - 1)(x + 4) + k^2 = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் எதிராவையாக இருக்கக் கூடியதாக k இன் வீச்சைக் காண்க.
52. $ax^2 + bx + c = 0, bx^2 - cx + a = 0$ என்னும் சமன்பாடுகளின் மூலங்களின் வித்தியாசம் சமனாயின் $b^4 - a^2c^2 = 4ab(bc - a^2)$ எனக் காட்டுக.
53. $x^2 - ax + b = 0, x^2 - cx + d = 0$ என்னும் சமன்பாடுகளுக்கு ஒரு பொது மூலம் உண்டெனின் அவற்றின் மற்றைய மூலங்கள் $(bc - ad)x^2 - (b^2 - d^2)x + bd(a - c) = 0$ என்னும் சமன்பாட்டை திருப்தி செய்யும் எனக் காட்டுக.
54. $ax^2 + bx + c = 0$ இன் மூலங்கள் α, β எனின் $acx^2 - b(c + a)x + (c + a)^2 = 0$ என்னும் சமன்பாட்டின் மூலங்களை α, β இல் தருக.
55. $x^2 - 3x + a^2 - 9 = 0$ என்னும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் -2 க்கும் 4 க்கும் இடையே இருப்பின் $-\frac{3}{2}\sqrt{5} \leq a \leq -5$ அல்லது $\sqrt{5} \leq a \leq \frac{3\sqrt{5}}{2}$ எனக் காட்டுக.
56. $ax^2 + bx + c = 0$ என்னும் இருபடிசமன்பாட்டின் மூலங்கள் α, β ஆகும். λ என்பது யாதாயினும் ஒரே ஒருமை ஆயின் $\alpha + \lambda, \beta + \lambda$ என்பவற்றை மூலங்களாக உடைய சமன்பாட்டை காண்க. இதிலிருந்து $\alpha + \frac{b}{2a}, \beta + \frac{b}{2a}$ என்னும் இரு மூலங்களும் ஒன்றிகொண்டு எதிர் குறிகளை உடையன, எனவும் அவை இரண்டும் மெய்யானவை அல்லது இரண்டும் முற்றாக கற்பனையானவை எனக் காட்டுக.
57. $ab > 0, c \neq 0$ ஆயிருக்க $\frac{a}{x+c} + \frac{k}{x} + \frac{b}{x-c} = 0$ என்னும் சமன்பாடு சமமான மூலங்கள் கொண்டிருப்பதற்க்கான k இன் பெறுமானங்கள் k_1, k_2 எனின் $k_1k_2 = \frac{(a-b)^2}{4}$ எனக் காட்டுக. k ஆனது k_1, k_2 ஆக இருக்கும் போதுள்ள x இன் பெறுமானங்களின் பெருக்கம் c^2 எனக் காட்டுக.
58. p, q என்பது $x^2 + 2kx + k + 2 = 0$ என்னும் சமன்பாட்டின் மூலங்களாகும். இங்கு k ஓர் மாறிலி எனின் $(p - q)^2 = 4(k^2 - k - 2)$ எனக் காட்டுக. இதிலிருந்து மூலங்கள் 4 ஆல் வித்தியாசப்படும்படி உள்ள சமன்பாடுகளை மேறடதரப்பட்ட வடிவில் எழுதுக. $k \neq -2$ எனத்தரப்படின் $\frac{p^2}{q}$ ஐயும் $\frac{q^2}{p}$ ஐயும் மூலங்களாக கொண்டுள்ள சமன்பாட்டை அமைக்குக. $1 + \frac{p^2}{q}$ ஐயும் $1 + \frac{q^2}{p}$ ஐயும் மூலங்களாக உடைய சமன்பாட்டையும் எழுதுக.
59. $ax^2 + bx + c = 0$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் α, β எனின் $x + 2 + \frac{1}{x} = \frac{b^2}{a^2}$ எனும் சமன்பாட்டின் மூலங்களை α, β சார்பில் உணர்த்துக.
60. α, β என்பன $ax^2 + bx + c = 0$ இன் மூலங்கள் ஆயும் $\alpha^n + \beta^n = \Delta_n$ ஆயும் இருப்பின் $a\Delta_{n+2} + b\Delta_{n+1} + c\Delta_n = 0$ எனக் காட்டுக. இங்கு n நேர் முழு எண்.
61. $ax^2 + bx + c = 0$ இன் மூலங்கள் p, q என்பன சமனற்றவை ஆக இருப்பின் $p + q^3 = p + q$ ஆக இருப்பதற்குரிய நிபந்தனையை a, b, c இல் தருக.
62. $\lambda x^2 + \mu x + \nu = 0$ இன் ஒரு மூலம் மற்றையதன் வர்க்கத்தின் நோமாறு எனின் $\lambda^3 + \nu^3 + \lambda\mu\nu = 0$ எனக் காட்டுக.
63. $(x - a)(x - b) + (x - b)(x - c) + (x - c)(x - a) = 0$ இன் மூலங்கள் p, q ஆயின் $p + q, pq$ ஐ a, b, c இல் காண்க. p, b, q ஒரு கூட்டல் விருத்தியில் இருக்கும் எனவும் c, b, q ஒரு பெருக்கல் விருத்தியில் இருப்பின் $\frac{1}{p}, \frac{1}{b}, \frac{1}{q}$ ஒரு பெருக்கல் விருத்தியில் இருக்குமெனவும் காட்டுக.

Donated by Mr. MSM Usama
B.Sc. (Maths)

80. பின்வரும் சமனிலிகளின் பெருத்தமான வீச்சைக் காண்க.

i. $(x - 2)(x - 3) > 0$ ii. $x^2 - 1 \leq 0$

iii. $(1 - x)(x - 2) > 0$ iv. $(2x + 1)(1 - 3x) \geq 0$

81. பின்வரும் சார்புகளின் உயர்வு அல்லது இழிவுப் புள்ளிகளைக் காண்க.

i. $y = x^2 - 3x + 5$ ii. $y = 2x^2 - 4x + 5$

iii. $y = 3 - 2x - x^2$ iv. $y = 7 + x - x^2$

82. i. x இன் எல்லா மெய்பெறுமானங்களும் $3x^2 - 4x + 1$ என்பதும் $-1/3$ இலும் ஒரு போதும் குறையாது எனக் காட்டுக.

ii. x இன் மெய்பெறுமானங்களுக்கு $2 + 3x - x^2$ என்பதும் $4\frac{1}{4}$ இலும் ஒரு போதும் அதிகரிக்காது என நிறுவுக.

83. $p(x) = (\lambda - 2)x^2 - 3(\lambda + 2)x + 6\lambda$ இங்கு $\lambda \in \mathbb{R}$ என்க எல்லா $x \in \mathbb{R}$ இற்கும் $p(x)$ நேராக இருக்குமாறு λ இன் மிகக் குறைந்த நிறையெண் பெறுமானத்தைக் காண்க.

84. $f(x) = 9 + 2(k + 4)x + 2kx^2$ ($x \neq 0$) என்க

i) $f(x)$ இன் தன்மை காட்டி யை எழுதுக

ii) x இன் எல்லா மெய்பெறுமானத்திற்கும்; $f(x)$ நேராக இருக்குமாறுள்ள நிபந்தனைகளை எழுதுக.

iii) x இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானத்திற்கும் $f(x)$ நேராதவாறு k இன் பெறுமான வீச்சினைக் காண்க.

85. α, β என்பன சமன்பாடு $x^2 + px + 1 = 0$ இன் மூலங்களாகும் $\alpha(\alpha + \beta), \beta(\alpha + \beta)$ என்பவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட சமன்பாட்டைக் காண்க.

(2000/1/a)

86. α, β என்பன சமன்பாடு $x^2 + px + 1 = 0$ இன் மூலங்கள் எனவும் γ, δ என்பன சமன்பாடு $x^2 + \frac{1}{p}x + 1 = 0$ இன் மூலங்கள் எனவும் கொள்வோம்.

$$(\alpha - \gamma)(\beta - \gamma)(\alpha - \delta)(\beta - \delta) = (\gamma^2 + p\gamma + 1)(\delta^2 + p\delta + 1) \text{ எனக் காட்டி}$$

$$(\alpha - \gamma)(\beta - \gamma)(\alpha - \delta)(\beta - \delta) = \left(p - \frac{1}{p}\right)^2 \text{ என்பதை உய்த்தறிக.}$$

(2001/1/a)

87. $f(x) = x^2 + 2x + 9$; $x \in \mathbb{R}$ எனக் கொள்வோம்.

i) α, β என்பன $f(x) = 0$ இன் மூலங்களெனின் $\alpha^2 - 1, \beta^2 - 1$ ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாட்டைப் பெருக.

ii) சமன்பாடு $f(x) = k$ ஆனது x இற்குச் செப்பமாக இரு மெய்மூலகத்தை கொண்டிருக்குமாறு ஒரு மெய்யம் மாறிலி k யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

iii) $\frac{1}{f(x)}$ இன் அதியுயர் பெருமானத்தை கண்டு அது அடையகப்படும் x இன் பெருமானத்தை காண்க.

iv) சமன்பாடு $f(x) = \lambda x$ ஆனது x இற்கு மெய்த் தீர்வைக் கொண்டிராதவாறு ஒரு மெய்யம் மாறிலி λ வின் பெறுமானத் தொடையைக் துணிக.

(2002/1/a)

88. $\lambda \in \mathbb{R}$ எனவும் $p(x) = (\lambda - 2)x^2 - 3(\lambda + 2)x + 6\lambda$ எனவும் கொள்வோம்.

i) எல்லா $\lambda \in \mathbb{R}$ இற்கும் $p(x)$ நேராக இருக்கும் λ வின் மிகச் சிறிய நிறையெண் (முழுவெண்) பெறுமானத்தை காண்க.

ii) λ வின் எப்பெறுமானங்களுக்குச் சமன்பாடு $p(x) = 0$ இரு வேறுவேறான மெய்யம் மூலங்களைக் கொண்டிருக்கும்?

iii) $p(x) = 0$ இன் மூலங்கள் மெய்யாகவும் அவ்விரு மூலங்களினதும் வித்தியாசம் 3 இற்குச் சமமாகவும் இருப்பின் λ வைக் காண்க.

(2003/1/a)

Donated by Mr. MSM Usama
B.Sc. (Maths)

89. $\lambda \in R$ எனவும் $p(x) = x^2 - 2\lambda(x - 1) - 1$ எனவும் கொள்வோம்.

$p(x) = 0$ இன் மூலங்கள் மெய்யெனவையெனக் காட்டுக.

$p(x) = 0$ இன் மூலங்களின் கூட்டுதொகை அம்மூலங்களின் வர்க்கங்களின் கூட்டுதொகைக்குச் சமமாக இருக்குமாறு λ வின் எல்லாப் பெறுமானங்களையும் காண்க. (2004/1/a)

90. $f(x) = x^2 + bx + c$ எனவும் $g(x) = x^2 + qx + r$ எனவும் கொள்வோம். இங்கே $b, c, q, r \in IR$ உம் $c \neq r$ உம் ஆகும். α, β என்பன $g(x) = 0$ இன் மூலங்களெனக் கொள்வோம்.

$f(\alpha)f(\beta) = (c - r)^2 - (b - q)(cq - br)$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து அல்லது வேறு விதமாக $f(x) = 0$ உம் $g(x) = 0$ ஒரு பொது மூலத்தை கொண்டிருப்பின் அப்போது $b - q, c - r, cq - br$ ஆகியன பெருக்கள் விருத்தியிள் இருக்கும் என நிரூபிக்க. α, γ ஆகியன $f(x) = 0$ இன் மூலங்களெனின் β, γ ஆகியவற்றை மூலங்களாகக்

கொண்ட இருபடிச் சமன்பாடு $x^2 - \frac{(c+r)(q-b)}{(c-r)}x + \frac{cr(q-b)^2}{(c-r)^2} = 0$ எனக் காட்டுக. (2005/1/a)

91. இருபடிச் சமன்பாடு $px^2 + qx - r = 0$ ஆனது பொருந்தும் மூலங்களைக் கொண்டிருப்பதற்குரிய நிபந்தனையைக் காண்க. இங்கு p, q, r ஆகியன மெய்யெண்கள்.

a, b, c ஆகியன மெய்யெண்களாகவும் இருபடிச் சமன்பாடு $a(b - c)x^2 + b(c - a)x + c(a - b) = 0$ ஆனது பொருத்தும் மூலங்களைக் கொண்டும் இருக்குமெனின் அப்போது $\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{2}{b}$ எனக்காட்டுக

(2006/1/a)

92. α, β என்பன சமன்பாடு $x^2 + bx + c = 0$ இன் மூலங்களாகும். α^3, β^3 ஆகியவற்றின் மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாட்டை b, c ஆகியவற்றின் சார்பில் காண்க.

இதிலிருந்து $\alpha^3 + \frac{1}{\beta^3}, \beta^3 + \frac{1}{\alpha^3}$ ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாட்டை

b, c ஆகியவற்றின் சார்பில் காண்க. (2007/1/a)

93. சமன்பாடு $x^2 + bx + c = 0$ இன் மூலங்கள் α, β ஆகும். இங்கு $c \neq 0$ ஆகும். α^4, β^4 ஐ

மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாட்டை b, c ஆகியவற்றின் சார்பில் காண்க. இதிலிருந்து

$\frac{\alpha^4}{\beta^4} + 1, \frac{\beta^4}{\alpha^4} + 1$ ஐ மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாட்டை b, c ஆகியவற்றின் சார்பில்

காண்க. (2008/1/a)

94. α, β என்பன சமன்பாடு $x^2 + bx + c = 0$ இன் மூலங்களாகும்; இங்கு $c \neq 0$ ஆகும். $\alpha^3\beta^2, \alpha^2\beta^3$

ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாட்டை b, c ஆகியவற்றின் சார்பில் காண்க.

இதிலிருந்து $\alpha^3\beta^2 + \frac{1}{\alpha^2\beta^3}, \alpha^2\beta^3 + \frac{1}{\alpha^3\beta^2}$ ஐ மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாட்டை

b, c ஆகியவற்றின் சார்பில் காண்க. (2009/1/a)

95. இருபடிச் சமன்பாடு $f(x) = x^2 + px + q = 0$ இன் மூலங்கள் α, β ஆகும்; இங்கு p, q

ஆகியன மெய்யானவை; அதோடு $2p^2 + q \neq 0$ ஆகும். $y(p - x) = p + x$ எனின், $f(x) = 0$ இல் x

இற்குப் பிரதியிடுவதன் மூலம் அல்லது வேறுவிதமாக, $g(y) \equiv (2p^2 + q)y^2 + 2(q - p^2)y + q = 0$

எனக் காட்டுக. இங்கு $y \neq -1$.

இதிலிருந்து, சமன்பாடு $g(y) = 0$ இன் மூலங்களை α, β

ஆகியவற்றின் சார்பில் காண்க.

Donated by Mr. MSM Usama
B.Sc. (Maths)

Service Through Education

www.lankaedu.org



Lankaedu.org

Tel:- 0776619212

$\left(\frac{\alpha}{2\beta+\alpha}\right)^2, \left(\frac{\beta}{2\alpha+\beta}\right)^2$ ஐ p, q ஆகியவற்றின் சார்பில் எடுத்துரைக்க.

$$\left[\frac{4p^4-12p^2q+2q^2}{(2p^2+q)^2}\right]$$

(2010/1/a)

96. α, β என்பன இருபடிச் சமன்பாடு $ax^2 + bx + c = 0$ இன் மூலங்களெனக் கொள்வோம்; இங்கு a, b, c ஆகியன மெய்யெண்கள். α, β ஆகிய இரண்டும்

i) $b^2 - 4ac \geq 0$ ஆக இருந்தால் - இருந்தால் மாத்திரம் மெய்யெனவும்.

ii) $b = 0$ ஆகவும் $ac > 0$ ஆகவும் இருந்தால் - இருந்தால் மாத்திரம் அறக் கற்பனையானவை எனவும் காட்டுக.

α^2, β^2 ஆகியவற்றை மூலங்களாக கொண்ட இருபடிச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

α, β ஆகிய இரண்டும் மெய்யாக அல்லது α, β ஆகிய இரண்டும் அறக் கற்பனையானவையாக இருந்தால் - இருந்தால் மாத்திரம் இவ்விருபடிச் சமன்பாட்டின் மூலங்கள் இரண்டும் மெய்யானவை எனக் காட்டுக.

(2011/11/a)

97. $f(x) \equiv x^2 + 2kx + k + 2$ எனக் கொள்வோம்; இங்கு k ஒரு மெய்யம் மாறிலி.

i) $f(x)$ ஐ வடிவம் $(x - a)^2 + b$ யில் எடுத்துரைக்க. இங்கு a, b ஆகியன k யின் சார்பில் துணியப்பட வேண்டிய மாறிலிகளாகும்.

நுண்கணிதத்தைப் பயன்படுத்தாமல் $f(x)$ இன் திரும்பற் புள்ளியைக் கண்டு, இப்புள்ளி ஓர் இழிவுப் புள்ளியெனக் காட்டுக.

$f(x)$ இன் இழிவுப் பெறுமானத்தை k யின் சார்பில் காண்க.

இதிலிருந்து, வளையி $y = f(x)$ ஆனது

(α) $-1 < k < 2$ ஆக இருப்பின் $x -$ அச்சிற்கு முழுமையாக மேலே கிடக்கின்றது,

(β) $k = -1$ அல்லது $k = 2$ ஆக இருப்பின் $x -$ அச்சை தொடுகின்றது,

(γ) $k < -1$ அல்லது $k > 2$ ஆக இருப்பின் $x -$ அச்சை இரு வேறுவேறான புள்ளிகளில் வெட்டுகிறது எனக் காட்டுக.

ii) $k < -2$ ஆக இருந்தால் - இருந்தால் மாத்திரம் m இன் எல்லா மெய், முடிவுள்ள பெறுமானங்களுக்கும் நேர்கோடு $y = mx$ ஆனது வளையி $y = f(x)$ ஐ இரு மெய் வேறுவேறான புள்ளிகளில் இடைவெட்டுகின்றதென நிறுவுக.

(2012/11/a)

98. $\alpha, \forall \beta$ என்பன சமன்பாடு $x^2 + bx + c = 0$ இன் மூலங்கள் எனவும் γ, δ என்பன சமன்பாடு $x^2 + mx + n = 0$ இன் மூலங்கள் எனவும் கொள்வோம்; இங்கு $b, c, m, n \in \mathbb{R}$.

i) $(\alpha - \beta)^2$ ஐ a, b ஆகியவற்றின் சார்பில் காண்டு. இதிலிருந்து, $(\gamma - \delta)^2$ ஐ m, n ஆகியவற்றின் சார்பில் எழுதுக

$\alpha + \gamma = \beta + \delta$ எனின், $b^2 - 4c = m^2 - 4n$ என்பதனை உய்த்தறிக.

ii) $(\alpha - \gamma)(\alpha - \delta)(\beta - \gamma)(\beta - \delta) = (c - n)^2 + (b - m)(bn - cm)$ எனக் காட்டுக.

$(c - n)^2 = (m - b)(bn - cm)$ ஆக இருந்தால் - இருந்தால் மாத்திரம் $x^2 + bx + c = 0,$

$x^2 + mx + n = 0$ ஆகிய சமன்பாடுகள் ஒரு பொது மூலகத்தைக் கொண்டிருக்கும் என்பதனை உய்த்தறிக

$x^2 + 10x + k = 0, x^2 + kx + 10 = 0$ ஆகிய சமன்பாடுகள் ஒரு பொது மூலகத்தைக்

கொண்டுள்ளது; இங்கு ஒரு மெய்யம் மாறிலி k யின் பெறுமானங்களைக் காண்க. (2013/11/b)

නොදන්නා දේ ඉගෙන ගමු, දන්නා දේ උගන්වමු.

தெரியாதவர்கள் கற்றுக்கொள்வோம், தெரிந்தவர்கள் கற்றுக்கொடுப்போம்.

Let us learn what we do not know. Let us teach what we know.

Donated by Mr. MSM Usama
B.Sc. (Maths)

Service Through Education

www.lankaedu.org



Lankaedu.org

Tel:- 0776619212

99. $a, b, c, \in \mathbb{R}$ எனவும் $ac \neq 0$ எனவும் கொள்வோம். பூச்சியானது சமன்பாடு $ax^2 + bx + c = 0$ இன் ஒரு மூலமன்று எனக் காட்டுக.

α, β ஆகியன இச்சமன்பாட்டின் மூலகங்கள் எனவும் $\lambda = \frac{\alpha}{\beta}$ எனவும் கொள்வோம். $ac(\lambda + 1)^2 = b^2\lambda$ எனக் காட்டுக.

$p, q, r \in \mathbb{R}$ எனவும் $pr \neq 0$ எனவும் கொள்வோம். அத்துடன் γ, δ ஆகியன சமன்பாடு $px^2 + qx + r = 0$ இன் மூலகங்கள் எனவும் $\mu = \frac{\gamma}{\delta}$ எனவும் கொள்வோம். $acq^2 = prb^2$ ஆக இருந்தால் - இருந்தால் மாத்திரம் $\lambda = \mu$ அல்லது $\lambda = \frac{1}{\mu}$ ஆக இருக்குமெனக் காட்டுக.

சமன்பாடுகள் $kx^2 - 3x + 2 = 0$ இனதும் $8x^2 + 6kx + 1 = 0$ இனதும் மூலகங்கள் ஒரே விகிதத்தில் இருக்கின்றவெனத் தரப்பட்டுள்ளது; இங்கு $k \in \mathbb{R}$ ஆகும். k யின் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(2014/11/b)

100. x இன் படி 4 ஆகவுள்ள $F(x), G(x), H(x)$ என்னும் பல்லுறுப்பிகள் பின்வருமாறு தரப்பட்டுள்ளன.

$$F(x) \equiv (x^2 - \alpha x + 1)(x^2 - \beta x + 1);$$

$$G(x) \equiv 6x^4 - 35x^3 + 62x^2 - 35x + 6,$$

$$H(x) \equiv x^4 + x^2 + 1,$$

i) $F(x) = 0, G(x) = 0$ ஆகிய இரண்டும் ஒரே மூலகத்தைக் கொண்டிருப்பின், α, β ஆகியவற்றை அதன் மூலங்களாகக் கொண்ட சமன்பாடு $6x^2 - 35x + 50 = 0$ எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, சமன்பாடு $G(x) = 0$ இன் எல்லா மூலங்களையும் காண்க.

ii) $F(x) \equiv H(x)$ எனின் α, β ஆகியவற்றுக்கு இருக்கத்தக்க பெறுமானங்களைக் கண்டு, சமன்பாடு $H(x) = 0$ இன் மூலங்கள் மெய்யானவை அல்ல எனக் காட்டுக.

(2015/11/a)

101. $a \neq 0$ ஆகவும் $a + b + c \neq 0$. ஆகவும் இருக்கத்தக்கதாக $a, b, c \in \mathbb{R}$ எனவும் $f(x) = ax^2 + bx + c$ எனவும் கொள்வோம்.

சமன்பாடு $f(x) = 0$ இல் 1 ஒரு மூலமன்று எனக் காட்டுக.

$f(x)$ இன் மூலங்கள் α, β எனக் கொள்வோம்.

$(\alpha - 1)(\beta - 1) = \frac{1}{a}(a + b + c)$ எனவும் $\frac{1}{\alpha - 1}, \frac{1}{\beta - 1}$ ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச்

சமன்பாடு $g(x) = 0$ இனால் தரப்படுகின்றது எனவும் காட்டுக; இங்கு $g(x) = (a + b + c)x^2 + (2a + b)x + a$ இப்போது $a > 0$ எனவும் $a + b + c > 0$ எனவும் கொள்வோம்.

$f(x)$ இன் இழிவுப் பெறுமானம் m_1 ஆனது $m_1 = -\frac{\Delta}{4a}$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக;

இங்கு $\Delta = b^2 - 4ac$ ஆகும்

$g(x)$ இழிவுப் பெறுமானம் m_2 எனக் கொள்வோம். $(a + b + c)m_2 = am_1$ என உய்த்தறிக.

இதிலிருந்து, எல்லா $x \in \mathbb{R}$ இற்கும் $g(x) \geq 0$ ஆக இருந்தால் - இருந்தால் மாத்திரம் எல்லா $x \in \mathbb{R}$ இற்கும் $f(x) \geq 0$ எனக் காட்டுக.

(2016/11/a)

නොදන්නා දේ ඉගෙන ගමු, දන්නා දේ උගේවමු.

தெரியாதவர்கள் கற்றுக்கொள்வோம், தெரிந்தவர்கள் கற்றுக்கொடுப்போம்.

Let us learn what we do not know. Let us teach what we know.

Donated by Mr. MSM Usama
B.Sc. (Maths)

Service Through Education

www.lankaedu.org



Lankaedu.org

Tel:- 0776619212

102. $f(x) = 3x^2 + 2ax + b$ எனக் கொள்வோம். ; இங்கு $a, b \in \mathbb{R}$
 சமன்பாடு $f(x) = 0$ இரு வேறுவேறான மெய்ம் மூலங்களைக் கொண்டுள்ளதெனத்
 தரப்பட்டுள்ளது. $a^2 > 3b$ எனக் காட்டுக.
 $f(x) = 0$ இன் மூலங்கள் α, β எனக் கொள்வோம். $\alpha + \beta$, ஐ a இன் சார்பிலும் $\alpha\beta$ ஐ b
 இன் சார்பிலும் எழுதுக.

$$|\alpha - \beta| = \frac{2\sqrt{a^2 - 3b}}{3} \text{ எனக் காட்டுக}$$

மேலும் $|\alpha + \beta|, |\alpha - \beta|$ ஆகியவற்றை அதன் மூலகங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாடு

$$9x^2 - 6(|a| + \sqrt{a^2 - 3b})x + 4\sqrt{a^4 - 3a^2b} = 0 \text{ இனால் தரப்படுகிறது எனவும் காட்டுக}$$

(2017/11/a)

103. $a, b \in \mathbb{R}$ எனக் கொள்வோம். சமன்பாடு $3x^2 - 2(a + b)x + ab = 0$ இன் பிரித்துக்காட்டியை
 a, b என்பவற்றில் எழுதி இதிலிருந்து, இச்சமன்பாட்டின் மூலகங்கள் மொய்யானவை எனக்
 காட்டுக.
 இம் மூலகங்கள் α, β எனக் கொள்வோம். $\alpha + \beta, \alpha\beta$ ஆகியவற்றை a, b என்பவற்றில் எழுதுக.
 இப்போது, $\beta = \alpha + 2$ எனக் கொள்வோம். $a^2 - ab + b^2 = 9$ எனக் காட்டி, $|a| \leq \sqrt{12}$ என
 உய்த்தறிந்து b இணை a இல் காண்க.

(2018/11a)

104. $p \in \mathbb{R}$ எனவும் $0 < p \leq 1$ எனவும் கொள்வோம். 1 ஆனது சமன்பாடு $p^2x^2 + 2x + p = 0$ இன்
 ஒரு மூலம் ஆன்று எனக் காட்டுக.
 α, β ஆகியன இச்சமன்பாட்டின் மூலங்களெனக் கொள்வோம். α, β ஆகிய இரண்டும்
 மெய்யெனக் காட்டுக.

$\alpha + \beta, \alpha\beta$ ஆகியவற்றை p இல் எழுதி

$$\frac{1}{(\alpha-1)} \cdot \frac{1}{(\beta-1)} = \frac{p^2}{p^2+p+2} \text{ எனக் காட்டுக}$$

$\frac{\alpha}{(\alpha-1)}, \frac{\beta}{(\beta-1)}$ ஆகியவற்றை மூலங்களாக கொண்ட இருபடிச் சமன்பாடு

$$(p^2 + p + 2)x^2 - 2(p + 1)x + p \text{ எனவும் இம்மூலங்கள் இரண்டும் நேர் எனவும் காட்டுக.}$$

(2019/11a)

105. $a \in \mathbb{R}$ எனக் கொள்வோம். சமன்பாடு $x^2 + ax - 1 = 0$ இன் மூலங்கள் மெய்யானவையும்
 வேறுவேறானவையும் ஆகும் எனக் காட்டுக.
 α, β ஆகியன இம்மூலங்களெனக் கொள்வோம். $2\alpha + 1, 2\beta + 1$ ஐ மூலங்களாக கொண்ட
 இருபடிச் சமன்பாடு காண்க.

නොදන්නා දේ ඉගෙන ගමු, දන්නා දේ උගන්වමු.

தெரியாதவர்கள் கற்றுக்கொள்வோம், தெரிந்தவர்கள் கற்றுக்கொடுப்போம்.

Let us learn what we do not know. Let us teach what we know.

Donated by Mr. MSM Usama
 B.Sc. (Maths)

Service Through Education

www.lankaedu.org



Lankaedu.org

Tel:- 0776619212