வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களத்துடன் இணைந்து
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்
Field Work Centre
தவணைப் பரீட்சை, நவம்பர் - 2018
Term Examination, November - 2018

FWC

தரம் :- 13 (2019)	இணைந்த கணிதம் – I A	நேரம்:- மூன்று மணித்தியாலங்கள்

சுட்டெண்

அறிவுறுத்தல்கள்:

- பகுதி A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக் கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்த கணிதம் I		
பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்த கணிதம் I	
இணைந்த கணிதம் II	
இறுதிப் புள்ளிகள்	

பகுதி - A

01) கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி எல்லா $n \in Z^+$ இற்கும்

$1+5+9+\dots\dots\dots+(4n-3)=n(2n-1)$ என நிறுவுக.

02) சமனிலி $\frac{x}{x-1}<\frac{x-1}{x-2}$ ஐத் திருப்தியாக்கும் x இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானங்களையும் காண்க.

03) $a, b, c \in \mathcal{R}$ ஆகவும் $a \neq 2(b+c)$ ஆகவும் இருப்பின் $y = (a-b-c)x^2 + ax + (b+c)$ என்பதால் தரப்படும் இருபடிச்சார்பு x அச்சை இரு வேறுவேறு புள்ளிகளில் இடைவெட்டும் எனக் காட்டுக.

04) $\log_3 x = \log_9(5x-4)$ என்பதால் தரப்படும் சமன்பாட்டைத் தீர்க்க.

05) $\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos\frac{\pi}{8}x}{x^2(x^2+1)} = \frac{\pi^2}{128}$ எனக் காட்டுக.

06) $y = xe^x$ எனின் $\frac{d^2y}{dx^2} - \frac{2\,dy}{dx} + y = 0$ எனக் காட்டுக.

07) ஒரு மெய்ப்பெறுமானம் θ வின் சார்பில் xy தளத்தில் உள்ள ஒரு வளையி C ஆனது $x = \frac{1}{2} Sin\, 2\theta + Sin\, \theta + \theta, y = (1 + Cos\, \theta)\, Cos\, \theta$ என்னும் சமன்பாடுகளினால் தரப்படுகின்றது. பெறுதி $\frac{dy}{dx}$ ஐ θ இன் சார்பிற் கண்டு $\theta = \frac{\pi}{4}$ ஆகவுள்ள புள்ளியில் வளையி C இற்கு வரையப்பட்ட தொடலியின் சமன்பாடு $x + y - 1 - \sqrt{2} - \frac{\pi}{4} = 0$ எனக் காட்டுக.

08) $y = x - 1, y^2 = x - 1$ என்னும் வளையிகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைந்து இரு வளையிகளாலும் உள்ளடக்கப்படும் பரப்பளவு $\frac{1}{6}$ சதுர அலகுகள் எனக் காட்டுக.

09) $\frac{\cos\theta}{3} = \frac{\cos\emptyset}{4} = \frac{1}{5}$ எனவும் $\frac{-\pi}{2} < \theta < 0,\ \frac{-\pi}{2} < \emptyset < 0$ எனவும் கொள்வோம். $\sin(\theta + \emptyset) = -1$ எனக்காட்டி $\theta + \emptyset$ இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

10) $\tan^{-1} y = 2\, tan^{-1} x$ எனின் y ஐ x இன் சார்பில் காண்க. இதிலிருந்து $\tan\frac{\pi}{8}$ ஆனது சமன்பாடு $x^2 + 2x - 1 = 0$ இன் ஒரு மூலமெனக் காட்டுக.

வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களத்துடன் இணைந்து
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்
Field Work Centre
தவணைப் பரீட்சை, நவம்பர் - 2018
Term Examination, November - 2018

FWC

தரம் :- 13 (2019) **இணைந்த கணிதம் – I B**

பகுதி – B

11) (a) $\propto, \beta$ என்பன $x^2 - bx + c = 0\ (c \neq 0)$ இன் மூலங்களாகும். $\propto^3, \beta^3$ என்பவற்றை மூலகங்களாகக் கொண்ட சமன்பாட்டைக் காண்க. இதிலிருந்து $\frac{2019}{\propto^3}, \frac{2019}{\beta^3}$ என்பவற்றை மூலகங்களாகக் கொண்ட சமன்பாட்டை உய்த்தறிக.

(b) $f(x) = (1+a)^2 x^2 + a(1+a)x + (2a^2 - a)$ என்க. இங்கு $a \in \mathcal{R}$ உம் $0 < a < \frac{1}{2}$ உம் ஆகும்.

(i) $f(x) = 0$ இற்கு இரு வேறுவேறு மெய்மூலங்கள் உண்டு எனக் காட்டுக.

(ii) $f(x) = 0$ இன் மூலங்கள் $\propto, \beta$ எனின் $\propto, \beta$ இன் குறிகள் முரணானவை எனக் காட்டுக.

(c) $(x^3 - 1)$ ஆல் வகுக்கும் போது மீதி $(3x+1)$ ஐ தருவதும் $(x^2 + x)$ ஆல் மீதியின்றி வகுபடக் கூடியதுமான நாலாம் படி பல்லுறுப்புச் சார்பைக் காண்க.

12)

(a) $x, y \in \mathcal{R}^+$ எனின் $\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$ எனக் காட்டுக. $a, b, c \in \mathcal{R}^+$ எனின்.

(i) $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca}$ எனவும்

(ii) $\frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} + \frac{ab}{c} \geq a + b + c$ எனவும்

(b) $p, q \in \mathcal{R}^+$ ஆகவும் $o < p < 1$ ஆகவும் இருப்பின் $p(1-p) \leq \frac{1}{4}$ எனக் காட்டுக. மேலும் $p + q = 1$ எனத் தரப்படின் $\frac{1}{p} + \frac{1}{q}$ இன் இழிவுப் பெறுமானத்தைக் காண்க.

(c) $y = |x+2|,\ y = x + 2|x-1|$ ஆகிய வரைபுகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக. இதிலிருந்து சமனிலி $|x+2| > x + 2|x-1|$ வலிதானதாக இருக்கும் x இன் பெறுமான வீச்சைக் காண்க.

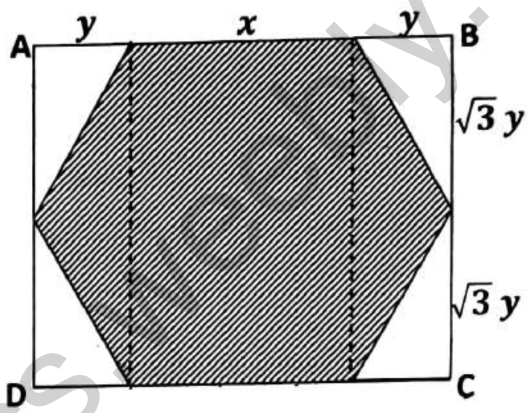
13.

(a) $x \neq 0, 1$ இற்கு $f(x) = \frac{2x^2+x+1}{x(x-1)}$ எனக் கொள்வோம்.

$x \neq 0, 1$ இற்கு $f(x)$ இன் பெறுமதி $f^1(x)$ ஆனது $f^1(x) = \frac{(1-3x)(x+1)}{x^2(x-1)^2}$ இனால் தரப்படும் எனக் காட்டுக.

அணுகு கோடுகளையும் திரும்பற் புள்ளிகளையும் காட்டி $y = f(x)$ ன் வரையை பரும்படியாக வரைக. வரைபிலிருந்து or வேறுவிதமாக $\frac{2(x^2+1)}{x(1-x)} \geq \frac{1}{x}$ ஐத் தீர்க்க.

(b) அருகில் நிழற்றப்பட்டுள்ள பிரதேசம் பூந்தோட்டமொன்றைக் குறிக்கின்றது. இப் பூந்தோட்டமானது $(x + 2y)$ மீற்றர் நீளமும் $2\sqrt{3}\,y$ மீற்றர் அகலமும் உடைய செவ்வகம் ABCD யிலிருந்து செம்பக்கம் அல்லாத பக்கங்கள் y மீற்றர், $\sqrt{3}\,y$ மீற்றர் நீளம் கொண்ட சர்வசமனான நான்கு செங்கோண முக்கோணங்கள் வெட்டி அகற்றப்படுவதன் மூலம் நிழற்றப்பட்டுள்ள பூந்தோட்ட பிரதேசம் பெறப்படுகின்றது. இதன் சுற்றளவு 400 மீற்றர். $y = \frac{200-x}{8}$ எனவும், பூந்தோட்டத்தின் பரப்பளவு $x > 0$ இற்கு $A = \frac{\sqrt{3}}{8}(200 - x)(3x + 200)$ இனால் தரப்படும் எனவும் காட்டுக.



A உயர்வாக இருக்கத்தக்க x இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

பூந்தோட்டத்தின் உயர்பரப்பளவைக் காண்க.

14) (a) $\frac{x^4+x^2-16x-20}{(x^2+4)(x^2-4)}$ ஐப் பகுதிப்பின்னங்களாக எடுத்துரைக்க. இதிலிருந்து $\int \frac{x^4+x^2-16x-20}{(x^2+4)(x^2-4)} dx$ ஐப் காண்க.

(b) ஓர் உகந்த பிரதியீட்டையும் பகுதிகளாக தொகையிடும் முறையையும் பயன்படுத்தி $\int x e^{2x^2} \sin(e^{x^2}) dx$ ஐக் காண்க.

(c) (i) உகந்த பிரதியீட்டை இடுவதன் மூலம் $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{3\cos x + 5\sin x + 5}$ ஐக் காண்க.

(ii) தகுந்த ஒழுங்கமைப்பை மேற்கொண்டும், மேற்குறித்த தொகையீட்டைப் பயன்படுத்தியும் $\int_0^{\pi/2} \frac{13\cos x - \sin x}{3\cos x + 5\sin x + 5} dx = \pi/2 + \frac{11}{3} \ln 5/8 + 2\ln 2$ எனக் காட்டுக.

15) $P(x_1, y_2)$, $Q(x_2, y_2)$ ஆகிய புள்ளிகளை இணைக்கும் கோட்டை நேர்கோடு $ax + by + c = 0$ ஆனது பிரிக்கும் விகிதத்தைக் காண்க. இதிலிருந்து, $(ax_1 + by_1 + c)(ax_2 + by_2 + c) \gtrless 0$ என்பதற்கேற்ப புள்ளிகள் P, Q என்பன நேர்கோடு $ax + by + c = 0$ இற்கு ஒரே பக்கத்தில் அல்லது எதிர்பக்கங்களில் இருக்கும் என்பதை உய்த்தறிக.

முக்கோணி ABC யின் உச்சிகள் A, B, C இன் ஆள்கூறுகள் முறையே $(4,0), \left(1, \frac{-3}{5}\right), (0,-3)$ ஆகும்.

(i) AC, BC ஆகியவற்றின் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

(ii) அகக் கோணம் $A\hat{C}B$ இன் இரு கூறாக்கியின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

(iii) AC, BC ஆகியவற்றின் நீளங்களைக் கண்டு AD : DB = AC : BC ஆகுமாறு AB யில் இருக்கும் புள்ளி D யின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

(iv) புள்ளி D ஆனது $A\hat{C}B$ இன் இருகூறாக்கி மீது அமைந்துள்ளது எனக் காட்டுக.

16) $S \equiv x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6 = 0$ என்ற வட்டத்தின் மையம் C இன் ஆள்கூறுகளையும் ஆரையையும் கண்டு, S ஐ xy தளத்தில் பருமட்டாக வரைக.

புள்ளி $P(3,0)$ இற்கு அண்மையாகவும் தொலைவிலும் வட்டம் S மீதுள்ள புள்ளிகள் முறையே Q, R எனக் கொள்வோம்.

(i) நீளம் CP ஐக் காண்க.

(ii) புள்ளிகள் Q, R இன ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

(iii) புள்ளி P இற்கூடாகச் செல்வதும் S ஐ வெளிப்புறமாகத் தொடும் வட்டங்களுள் மிகச்சிறிய வட்டம் S^1 ஆனது PQ ஐ விட்டமாகக் கொண்ட வட்டம் எனக் காட்டி அதனைக் காண்க.

(iv) Q, R என்னும் புள்ளிகளில் வட்டம் S இற்கு வரையப்படும் தொடலிகள் l_1, l_2 இன் சமன்பாடுகளைக் காண்க.

(v) x அச்சில் மையத்தைக் கொண்டுள்ளதும் l_1, l_2 ஆகியவற்றைத் தொட்டுச் செல்லும் வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

17) (a) (i) $\frac{\tan 3A}{\tan A} = k$ எனின் $tan^2 A = \frac{k-3}{3k-1}$ எனக் காட்டுக. இதிலிருந்து k இன் சாத்தியமான பெறுமான வீச்சைக் காண்க.

(ii) $\sin \alpha + \sin \beta + \sin \gamma - \sin(\alpha + \beta + \gamma) = 4 \sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha+\gamma}{2}\right) \sin\left(\frac{\beta+\gamma}{2}\right)$ எனக் காட்டுக.

(b) கோசைன் நெறியைக் கூறி நிறுவுக.

ΔABC இன் பக்கம் BC இன் நடுப்புள்ளி D ஆகும். AD ஆனது AC இற்குச் செங்குத்தாகும். வழமையான குறியீடுகளுடன் $\cos A \cos c = \frac{2(c^2-a^2)}{3ac}$ எனக் காட்டுக.

(c) $tan^{-1}(x+1) + tan^{-1}(x-1) = tan^{-1}\left(\frac{8}{31}\right)$ ஐத் தீர்க்க.

G.C.E A/L Examination November - 2018

Fied Work Centre

FWC

Grade - 13 (2019) - Cpmbined Mathematics - I Marking Scheme

1] $1+5+9+13+\cdots+(4n-3)=n(2n-1)$

$n=1$ R.H.S $=1\times1=1=$ L.H.S (5)

The result is true for $n=1$

let the result is true for $n=p$

$p\in\mathbb{Z}^+$

$1+5+9+\cdots+(4p-3)=p(2p-1)$ ——(*) (5)

$n=p+1\Rightarrow$

$1+5+9+\cdots+(4p-3)+(4p+1)$ (5)

$=p(2p-1)+4p+1$ by(*)

$=2p^2+3p+1$

$=(p+1)(2p+1)=(p+1)(2(p+1)-1)$ (5)

The result is true for $n=p+1$

Thefore the result is true for $n\in\mathbb{Z}^+$ by the principle of mathematical Induction. (5)

$\boxed{25}$

2] $\dfrac{x}{x-1}<\dfrac{x-1}{x-2}$

$\dfrac{x}{x-1}-\dfrac{x-1}{x-2}<0$ (5)

$\dfrac{x(x-2)-(x^2-2x+1)}{(x-1)(x-2)}<0$

$\dfrac{-1}{(x-1)(x-2)}<0$ (5)

$(x-1)(x-2)>0$

	$-\infty<x<1$	$1<x<2$	$2<x$
$(x-1)$	$(-)$	$(+)$	$(+)$
$(x-2)$	$(-)$	$(-)$	$(+)$ (10)
$(x-1)(x-2)$	$(+)$	$(-)$	$(+)$

Solutions are $x<1$ or $x>2$ (5)

$\boxed{25}$

3] $y=(a-b-c)x^2+ax+(b+c)$

$\Delta=a^2-4(a-b-c)(b+c)$ (10)

$=a^2-4a(b+c)+4(b+c)^2$

$=[a-2(b+c)]^2>0$ (5) $(a\neq2(b+c))$ (5)

The graph intersect x axis on two different points. (5)

$\boxed{25}$

4] $\log_3 x=\log_9(5x-4)$

$\log_3 x=\dfrac{1}{2\log_{(5x-4)}3}$ (5)

$2\log_3 x=\log_3(5x-4)$ (5)

$x^2=5x-4$ (5)

$x^2-5x+4=0$ (5)

$(x-1)(x-4)=0$

$x=1$ or $x=4$ (5)

$\boxed{25}$

5] $\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1-\cos\frac{\pi}{8}x}{x^2(x^2+1)}$

$=\lim\limits_{x\to0}\dfrac{2\sin^2\frac{\pi}{16}x}{x^2(x^2+1)}$ (10)

$=2\lim\limits_{x\to0}\dfrac{\sin^2\frac{\pi}{16}x}{\left(\frac{\pi x}{16}\right)^2}\cdot\dfrac{\pi^2}{16^2}\lim\limits_{x\to0}\dfrac{1}{(x^2+1)}$ (10)

$=2\cdot1\cdot\dfrac{\pi^2}{256}\cdot\dfrac{1}{1}$ (5)

$=\dfrac{\pi^2}{128}$.

$\boxed{25}$

6. $y = xe^x$ —— ①

$\frac{dy}{dx} = xe^x + e^x$ 5

$\frac{dy}{dx} = y + e^x$ [∵ by ①] —— ② 5

$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dy}{dx} + e^x$ 5

$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{dy}{dx} + \frac{dy}{dx} - y$ [∵ by ②] 5

$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} + y = 0$ 5 $\boxed{25}$

7. $y = (1+\cos\theta)\cos\theta$

$\frac{dy}{d\theta} = -\sin\theta + 2\cos\theta(-\sin\theta)$ 5

$= -\sin\theta(1+2\cos\theta)$

$x = \frac{1}{2}\sin 2\theta + \sin\theta + \theta$

$\frac{dx}{d\theta} = \frac{1}{2}\cos 2\theta \cdot 2 + \cos\theta + 1$ 5

$= 2\cos^2\theta - 1 + \cos\theta + 1$

$= \cos\theta(1+2\cos\theta)$

$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dx} = \frac{-\sin\theta(1+2\cos\theta)}{\cos\theta(1+2\cos\theta)}$

$= -\tan\theta$ 5

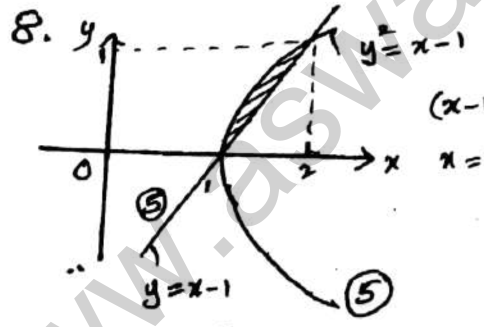
When $\theta = \frac{\pi}{4}$, $\frac{dy}{dx} = -1$ 5

Equation of the tangent is

$y - \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2}\right) = -1\left(x - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{\pi}{4}\right)\right)$

$x + y - 1 - \sqrt{2} - \frac{\pi}{4} = 0$ 5 $\boxed{25}$

8.



$(x-1)^2 = x-1$

$x = 1$ or $x = 2$

Area $= \int_1^2 \sqrt{x-1}\,dx - \frac{1}{2}(1)(1)$ 5 5

$= \left[\frac{(x-1)^{3/2}}{3/2}\right]_1^2 - \frac{1}{2}$

$= \frac{2}{3} - \frac{1}{2}$ 5 $\boxed{25}$

$= \frac{1}{6}$

9. $\sin\theta = -\sqrt{1 - \frac{9}{25}} = -\frac{4}{5}$ 5

$\sin\phi = -\sqrt{1 - \frac{16}{25}} = -\frac{3}{5}$ 5

$\sin(\theta+\phi) = \sin\theta\cos\phi + \cos\theta\sin\phi$ 5

$= \left(-\frac{4}{5}\right)\left(\frac{4}{5}\right) + \frac{3}{5}\left(-\frac{3}{5}\right)$

$= -1$ 5

$\theta + \phi = -\frac{\pi}{2}$ 5 $\boxed{25}$

10. $\alpha = \tan^{-1}y$, $\beta = \tan^{-1}x$

$\alpha = 2\beta$

$\tan\alpha = \tan 2\beta$

$\tan\alpha = \frac{2\tan\beta}{1 - \tan^2\beta}$ 5

$y = \frac{2x}{1-x^2}$ 5

Let $\alpha = \frac{\pi}{4}$, $\beta = \frac{\pi}{8}$ 5

Then $y = \tan\frac{\pi}{4} = 1$ and

$x = \tan\frac{\pi}{8}$

$1 = \frac{2\tan\frac{\pi}{8}}{1 - \tan^2\frac{\pi}{8}}$ 5

$\tan^2\frac{\pi}{8} + 2\tan\frac{\pi}{8} - 1 = 0$ 5 $\boxed{25}$

Q11. a) $x^2 - bx + c = 0$

$\alpha+\beta = b$ (5)

$\alpha\beta = c$

$\alpha^3+\beta^3 = (\alpha+\beta)^3 - 3\alpha\beta(\alpha+\beta)$ (5)

$= b^3 - 3bc$ (5)

$\alpha^3\beta^3 = c^3$ (5)

The equation whose roots are α^3 & β^3 is

$x^2 - (\alpha^3+\beta^3)x + \alpha^3\beta^3 = 0$ (5)

$x^2 - (b^3-3bc)x + c^3 = 0$ — (*) (5) $\boxed{20}$

let $y = \frac{2019}{x}$ (5)

$x = \alpha^3$, $Y = \frac{2019}{\alpha^3}$

$x = \beta^3$ $Y = \frac{2019}{\beta^3}$

Put $x = \frac{2019}{Y}$ in (*)

$\left(\frac{2019}{y}\right)^2 - (b^3-3bc)\left(\frac{2019}{Y}\right) + c^3 = 0$ (5)

$c^3y^2 - (b^3-3bc)2019Y + 2019^2 = 0$

The required equation is

$c^3x^2 - 2019(b^3-3bc)x + 2019^2 = 0$ (5) $\boxed{15}$

b) $f(x) = 0$

$(1+a)^2x^2 + a(1+a)x + (2a^2-a) = 0$

$\Delta = \{a(1+a)\}^2 - 4(1+a)^2(2a^2-a)$ (10)

$= (1+a)^2[a^2 - 4(2a^2-a)]$ (5)

$\Delta = (a+1)^2(4a-7a^2)$

$= a(a+1)^2(4-7a)$ (5)

> 0 $[0 < a < 1/2$ (5)

$4 - 7a > 4 - 7/2 = 1/2 > 0]$ (5)

$\Delta > 0$ Hence $f(x) = 0$ has two different roots. (5) $\boxed{35}$

$\alpha+\beta = \frac{-a(1+a)}{(1+a)^2}$ (5) $= \frac{-a}{1+a} < 0$ (5)

$\alpha\beta = \frac{2a^2-a}{(1+a)^2}$ (5) $= \frac{a(2a-1)}{(1+a)^2} < 0$ (5) $(a < 1/2)$

$\alpha+\beta < 0$ & $\alpha\beta < 0$

Hence α, β are different sign. (5) $\boxed{25}$

c) $g(x) = (x^3-1)(Ax+B) + 3x+1$ (10)

$g(x) = (x^2+x)\phi(x)$ (5)

$(x^3-1)(Ax+B) + 3x+1 = (x^2+x)\phi(x)$ (5)

$x = 0$ $-B + 1 = 0$

$B = 1$ (5)

$x = -1$ $(-1-1)(-A+B) + (-3) + 1 = 0$ (5)

$A = 2$ (5)

$g(x) = (x^3-1)(2x+1) + 3x+1$

$= 2x^4 + x^3 - 2x - 1 + 3x + 1$

$= 2x^4 + x^3 + x$ (10)

$\boxed{45}$

Q2] a) $x, y \in \mathbb{R}^+$

$\sqrt{x}, \sqrt{y} \in \mathbb{R}^+$

$(\sqrt{x} - \sqrt{y})^2 \geq 0$ (5)

$x - 2\sqrt{xy} + y \geq 0$ (5)

$\frac{x+y}{2} \geq \sqrt{xy}$ (5)

$\boxed{15}$

$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} \geq 2\sqrt{\frac{1}{a^2b^2}} = \frac{2}{ab}$ —(1) (5)

$\frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq \frac{2}{bc}$ —(2) (5)

$\frac{1}{c^2} + \frac{1}{a^2} \geq \frac{2}{ca}$ —(3) (5)

(1)+(2)+(3)

$2\left[\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}\right] \geq 2\left[\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca}\right]$ (5)

$\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \geq \frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ca}$ (5)

$\boxed{25}$

$\frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} \geq 2\sqrt{c^2} = 2c$ —(1) (5)

$\frac{ca}{b} + \frac{ab}{c} \geq 2a$ —(2) (5)

$\frac{ab}{c} + \frac{bc}{a} \geq 2b$ —(3) (5)

(1)+(2)+(3)

$2\left\{\frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} + \frac{ab}{c}\right\} \geq 2\{a+b+c\}$

$\frac{bc}{a} + \frac{ca}{b} + \frac{ab}{c} \geq a+b+c$ (5)

$\boxed{20}$

b) $\frac{p+(1-p)}{2} \geq \sqrt{p(1-p)}$

$\frac{1}{2} \geq \sqrt{p(1-p)}$ (5)

$\frac{1}{4} \geq p(1-p)$ (5)

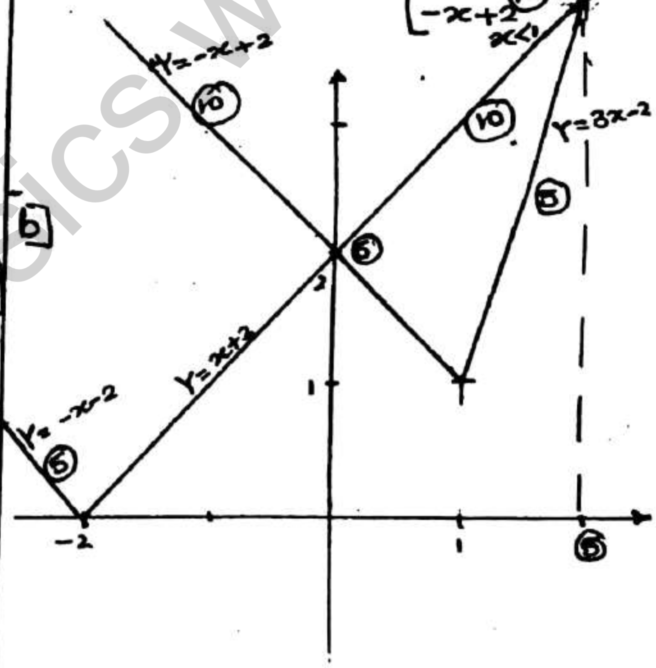
$\frac{1}{p} + \frac{1}{q} = \frac{p+q}{pq} = \frac{1}{p(1-p)} \geq 4$ (5) (5) (5)

minimum value of $\frac{1}{p} + \frac{1}{q}$ is 4 $\boxed{30}$

---

c) $Y = |x+2| = \begin{cases} x+2 & x \geq -2 \\ -x-2 & x < -2 \end{cases}$ (5)

$Y = x + 2|x-1| = \begin{cases} 3x-2 & x \geq 1 \\ -x+2 & x < 1 \end{cases}$ (10)



Solution is $0 < x < 2$ (5)

$\boxed{60}$

Q15] $f(x) = \dfrac{2x^2+x+1}{x(x-1)}$

$$f'(x) = \frac{[(4x+1)x(x-1)] - [(2x^2+x+1)(2x-1)]}{x^2(x-1)^2} \quad (10)$$

$$f'(x) = \frac{(4x^3-3x^2-x)-(4x^3+x-1)}{x^2(x-1)^2}$$

$$f'(x) = \frac{-(3x^2+2x-1)}{x^2(x-1)^2} \quad (5)$$

(5)

$$f'(x) = \frac{(1-3x)(x+1)}{x^2(x-1)^2} \quad \boxed{20}$$

$x=0$ (5) & $x=1$ (5) are vertical asymptotes

$$\lim_{x\to\pm\infty} f(x) = \lim_{x\to\pm\infty} \frac{x^2(2+1/x+1/x^2)}{x^2(1-1/x)} = 2$$

$f(x)=2$ is a horizontal asymptote. (5) $\boxed{15}$

$f'(x)=0 \Rightarrow x=1/3$ or $x=-1$ (5)

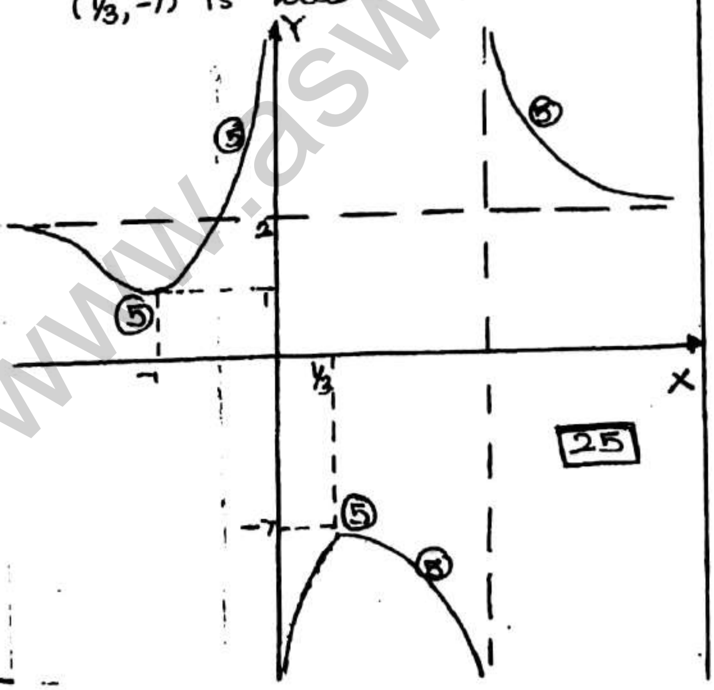
$x=1/3 \Rightarrow y=-7$ or $x=-1 \Rightarrow y=1$

	$-\infty<x<-1$	$-1<x<0$	$0<x<1/3$	$1/3<x<1$	$1<x$
$f'(x)$	$(-)$	$(+)$	$(+)$	$(-)$	$(-)$

$\boxed{20}$

$(-1,1)$ is local minimum point

$(1/3,-7)$ is local maximum point



$\boxed{25}$

$$\frac{2(x^2+1)}{x(x-1)} \le \frac{-1}{x}$$

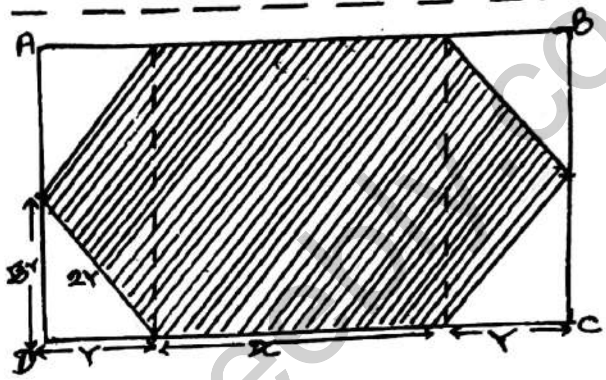
$$\frac{2x^2+2+x-1}{x(x-1)} \le 0$$

$$\frac{2x^2+x+1}{x(x-1)} \le 0 \quad \boxed{5}$$

$f(x) \le 0$

from graph $0<x<1$

b



$= 2x+8Y=400$ (5)

$Y=\dfrac{(200-x)}{4}$ (5) $\boxed{10}$

area $A = 2\sqrt{3}Y(x+2Y) - 4\times(\frac{1}{2}\times Y\times\sqrt{3}Y)$ (5)

$= 2\sqrt{3}xY + 4\sqrt{3}Y^2 - 2\sqrt{3}Y^2$

$= 2\sqrt{3}Y(x+Y)$

$= 2\sqrt{3}\dfrac{(200-x)}{4}\left(x+\dfrac{(200-x)}{4}\right)$ (5)

$= \dfrac{\sqrt{3}}{8}(200-x)(3x+200)$ $\boxed{10}$

$\dfrac{dA}{dx} = \dfrac{\sqrt{3}}{8}\left((200-x)3 + (3x+200)(-1)\right)$ (5)

$= \dfrac{\sqrt{3}}{8}(400-6x)$ (5) $\boxed{10}$

$= -\dfrac{3\sqrt{3}}{4}\left(x-\dfrac{200}{3}\right)$

$\dfrac{dA}{dx}=0$ (5) $\Rightarrow 400-6x=0$ (5)

$x = \dfrac{200}{3}$ m $\boxed{10}$

$x<\dfrac{200}{3}$ $\quad \dfrac{dA}{dx}>0$ (10)

$x>\dfrac{200}{3}$ $\quad \dfrac{dA}{dx}<0$ $\boxed{15}$

when $x=\dfrac{200}{3}$ A is maximum (5)

$A_{max} = \dfrac{\sqrt{3}}{8}\left(200-\dfrac{200}{3}\right)(200+200)$

$= 20000/\sqrt{3}$ $\boxed{5}$

-5-

(Q14)

$$\frac{x^4+x^2-16x-20}{(x^2+4)(x^2-4)} = A + \frac{Bx+C}{(x^2+4)} + \frac{D}{(x+2)} + \frac{E}{(x-2)} \quad (10)$$

$$x^4+x^2-16x-20 = A(x^4-16) + (Bx+C)(x^2-4) + D(x^2+4)(x-2) + E(x^2+4)(x+2)$$

5 equat. (10)

$x=2 \quad -32 = 32E$ — (1) $E=-1$

$x=-2 \quad 32 = -32D$ — (2) $D=-1$

5 Answers (10)

Coff $x^4 \quad 1 = A$ — (3)

Coff $x^3 \quad 0 = B+D+E$ — (4) $B=2$

Constant $\quad -20 = -16A-4C-8D+8E$ — (5)

$C=1$

$$\frac{x^4+x^2-16x-20}{(x^2+4)(x^2-4)} = 1 + \frac{2x+1}{x^2+4} - \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x-2}$$

$$\int \frac{x^4+x^2-16x-20}{(x^2+4)(x^2-4)}\,dx$$

$$= \int 1\,dx + \int \frac{2x}{x^2+4}dx + \int \frac{1}{x^2+4}dx - \int \frac{1}{x+2}dx - \int \frac{1}{x-2}dx \quad (5)$$

$$= x + \ln|x^2+4| + \frac{1}{2}\tan^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) - \ln|x+2| - \ln|x-2| + C \quad (5)$$

$\boxed{50}$

; C is an arbitrary constant

b) $\int x e^{2x^2} \sin(e^{x^2})\,dx$

Consider $e^{x^2} = t$ (5)

$2xe^{x^2}dx = dt$

So $\int \frac{t\sin t}{2}dt$ (5)

$$= \frac{1}{2}\left[-t\cos t + \int \cos t\,dt + C\right] \quad (10)$$

$$= \frac{1}{2}\left[-t\cos t + \sin t + C\right] \quad (5)$$

$$= \frac{1}{2}\sin(e^{x^2}) - \frac{1}{2}e^{x^2}\cos(e^{x^2}) + C' \quad (5)$$

C' is an arbitrary constant

$\boxed{30}$

c) I $\quad t = \tan\frac{x}{2}$ (5) $\quad x: 0 \to \frac{\pi}{2}$

$2dt = \sec^2\frac{x}{2}dx \quad t: 0 \to 1$ (5)

$$\therefore \int_0^{\pi/2} \frac{dx}{3\cos x + 5\sin x + 5}$$

$$= \int_0^1 \frac{2dt}{(1+t^2)\left(\frac{3(1-t^2)}{(1+t^2)} + \frac{5\times 2t}{(1+t^2)} + 5\right)} \quad (5)$$

$$= \int_0^1 \frac{2dt}{2t^2+10t+8}$$

$$= \int_0^1 \frac{dt}{(t+1)(t+4)}$$

$$= \int_0^1 \frac{1}{3(t+1)}dt - \int_0^1 \frac{1}{3(t+4)}dt \quad (5)$$

$$= \frac{1}{3}\ln|t+1|\Big|_0^1 - \frac{1}{3}\ln|t+4|\Big|_0^1 \quad (5)$$

$$= \frac{1}{3}(\ln 2 - \ln 1 - \ln 5 + \ln 4)$$

$$= \frac{1}{3}\ln\frac{8}{5} \quad (5) \text{ — } (R_1)$$

$\boxed{30}$

II $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \frac{13\cos x - \sin x}{3\cos x + 5\sin x + 5}dx = I$

Now $13\cos x - \sin x = \lambda(3\cos x + 5\sin x) + \mu(5\cos x - 3\sin x)$ (5)

$3\lambda + 5\mu = 13$ — (1) (5)

$5\lambda - 3\mu = -1$ — (2)

(1),(2) $\lambda = 1,\ \mu = 2$ (5)

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{3\cos x + 5\sin x}{3\cos x + 5\sin x + 5}dx + \int_0^{\pi/2} \frac{2(5\cos x - 3\sin x)}{3\cos x + 5\sin x + 5} \quad (5)$$

$$= \int_0^{\pi/2} dx - \int_0^{\pi/2} \frac{5\,dx}{3\cos x + 5\sin x + 5} + \int_0^{\pi/2} \frac{2(5\cos x - 3\sin x)}{3\cos x + 5\sin x + 5} \quad (5)$$

from (R1)

$$= x\Big|_0^{\pi/2} - \frac{5}{3}\ln\frac{8}{5} + 2\ln|3\cos x + 5\sin x + 5|\Big|_0^{\pi/2} \quad (5)$$

$$= \frac{\pi}{2} - \frac{5}{3}\ln\frac{8}{5} + 2(\ln 10 - \ln 8) \quad (5)$$

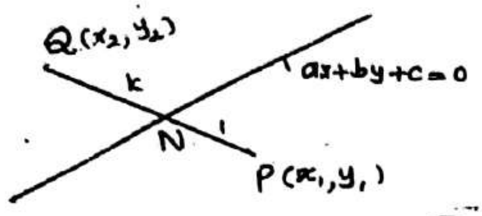
$$= \frac{\pi}{2} - \frac{5}{3}\ln\frac{8}{5} + 2\ln\frac{5}{4} \quad (5)$$

$$= \frac{\pi}{2} + \frac{5}{3}\ln\frac{5}{8} + 2\ln\frac{5}{8} + 2\ln 2$$

$$= \frac{\pi}{2} + \frac{11}{3}\ln\frac{5}{8} + 2\ln 2$$

$\boxed{40}$

15



Let $PN : NQ = 1 : k$. (5)

Then $N \equiv \left(\frac{x_2 + kx_1}{1+k}, \frac{y_2 + ky_1}{1+k} \right)$ (5)

N lies on $ax + by + c = 0$

$a\left(\frac{x_2+kx_1}{1+k}\right) + b\left(\frac{y_2+ky_1}{1+k}\right) + c = 0$ (5)

$k = -\frac{ax_2+by_2+c}{ax_1+by_1+c}$ (5)

$k \lessgtr 0$ (5)

$\Leftrightarrow -\frac{ax_2+by_2+c}{ax_1+by_1+c} \lessgtr 0$ (5)

$\Leftrightarrow (ax_1+by_1+c)(ax_2+by_2+c) \gtrless 0$ (5)

$P(x_1, y_1)$ and $Q(x_2, y_2)$ lie on the same side or opposite sides of the line $ax+by+c=0$ accordingly (5)

$(ax_1+by_1+c)(ax_2+by_2+c) \gtrless 0$ $\boxed{40}$

(i) Equation of AC is

$y + 3 = \frac{3}{4}(x - 0)$ (10)

$3x - 4y - 12 = 0$ (5)

Equation of BC is

$y + 3 = \frac{-\frac{3}{5}+3}{1-0}(x - 0)$ (10)

$12x - 5y - 15 = 0$ (5) $\boxed{30}$

(ii) Equation of the bisectors of the angles between the lines AC and BC are

$\frac{3x-4y-12}{5} = \pm \frac{12x-5y-15}{13}$ (10)

$\oplus \Rightarrow 7x + 9y + 27 = 0$ (10)

$\ominus \Rightarrow 9x - 7y - 21 = 0$ (10)

The position of $A(4,0)$ and $B(1, -\frac{3}{5})$ w.r.t the line $9x - 7y - 21 = 0$

$[9(4) - 7(0) - 21][9(1) - 7(-\frac{3}{5}) - 21]$ (5)

$= 15 \times -\frac{39}{5}$

$= -117 < 0$ (5)

Hence, A and B lie on the opposite sides of $9x - 7y - 21 = 0$

$\therefore$ The required equation is (5) $\boxed{45}$

$9x - 7y - 21 = 0$

(iii) $AC = \sqrt{4^2+3^2} = 5$ (5)

$BC = \sqrt{1^2 + (-\frac{3}{5}+3)^2} = \frac{13}{5}$ (5)

$(4,0)$ A —— 25 —— D —— 13 —— B $(1, -\frac{3}{5})$

$D \equiv \left(\frac{25+52}{38}, \frac{-15+0}{38}\right) = \left(\frac{77}{38}, -\frac{15}{38}\right)$ (10) $\boxed{20}$

Substituting $D\left(\frac{77}{38}, -\frac{15}{38}\right)$ in $9x - 7y - 21 = 0$

$L.H.S = 9\left(\frac{77}{38}\right) - 7\left(-\frac{15}{38}\right) - 21$ (10)

$= \frac{21}{38}(33 + 5 - 38)$

$= 0$ (5)

$= R.H.S$

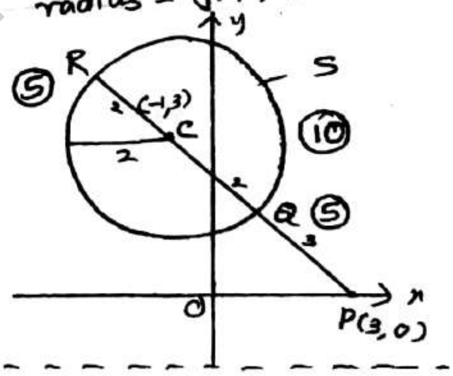
$\therefore$ D lies on $9x - 7y - 21 = 0$. $\boxed{15}$

16.

$S \equiv x^2 + y^2 + 2x - 6y + 6 = 0$

Centre $C \equiv (-1, 3)$ (5)

radius $= \sqrt{1+9-6} = 2$ (10)



(5) (10) (5) $\boxed{35}$

(i) $CP = \sqrt{(3+1)^2 + (0-3)^2} = 5$ (5) (5) $\boxed{10}$

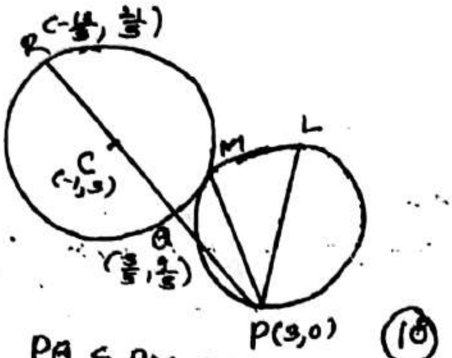
(ii) $Q \equiv \left(\frac{2(3)+3(-1)}{5}, \frac{2(0)+3(3)}{5}\right)$ (5)

$\equiv \left(\frac{3}{5}, \frac{9}{5}\right)$ (5)

$R \equiv \left(\frac{7(-1)-2(3)}{5}, \frac{7(3)-2(0)}{5}\right)$ (5)

$\equiv \left(-\frac{13}{5}, \frac{21}{5}\right)$ (5) $\boxed{20}$

(iii)

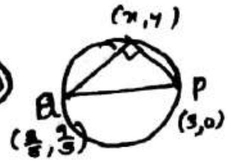


(10)

$PQ \le PM \le PL$

$\therefore$ The circle on PQ as diameter is a smallest circle

Equation of S' is



$$\frac{y-\frac{9}{5}}{x-\frac{3}{5}} \times \frac{y-0}{x-3} = -1 \quad (10)$$

$S' \equiv 5x^2 + 5y^2 - 18x - 9y + 9 = 0$ (5) $\boxed{25}$

(iv) $m_{CP} = -\frac{3}{4}$ (5)

$\therefore$ Gradient of the tangent $= \frac{4}{3}$ (5)

Eq^n of the tangent at Q is

$y - \frac{9}{5} = \frac{4}{3}(x - \frac{3}{5})$ (10)

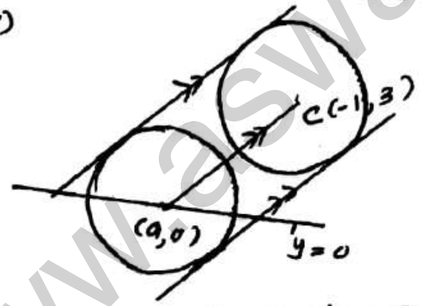
$l_1: 4x - 3y + 3 = 0$ (5)

Eq^n of the tangent at R is

$y - \frac{21}{5} = \frac{4}{3}(x + \frac{13}{5})$ (10)

$l_2: 4x - 3y + 23 = 0$ (5) $\boxed{40}$

(v)



Radius of the circle = 2 (5)

$\frac{3-0}{-1-a} = \frac{4}{3}$ (5)

$9 = -4 - 4a$

$a = -\frac{13}{4}$ (5)

Eq^n of the circle is

$(x + \frac{13}{4})^2 + y^2 = 2^2$ (5) $\boxed{20}$

17.

$\frac{\tan 3A}{\tan A} = k$

$\frac{3\tan A - \tan^3 A}{(1 - 3\tan^2 A)\tan A} = k$ (10) $\Rightarrow \tan^2 A = \frac{k-3}{3k-1}$ (5)

$\tan^2 A > 0$ (5) $\Rightarrow \frac{k-3}{3k-1} > 0 \Rightarrow k < \frac{1}{3}$ or $k > 3$ (5) $\boxed{25}$

$\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma - \sin(\alpha+\beta+\gamma)$

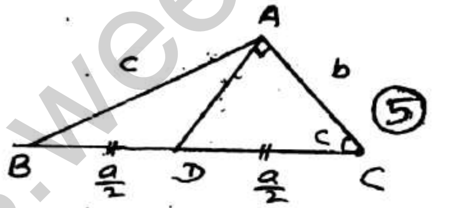
$= 2\sin(\frac{\alpha+\beta}{2})\cos(\frac{\alpha-\beta}{2}) - 2\cos(\frac{\alpha+\beta+2\gamma}{2})\sin(\frac{\alpha+\beta}{2})$

$= 2\sin(\frac{\alpha+\beta}{2})\left[2\sin(\frac{\alpha+\gamma}{2})\sin(\frac{\beta+\gamma}{2})\right]$ (10) (15)

$= 4\sin(\frac{\alpha+\beta}{2})\sin(\frac{\beta+\gamma}{2})\sin(\frac{\gamma+\alpha}{2})$ $\boxed{25}$

(b) cosine Rule and proof

(5) (20) $\boxed{25}$



(5)

$\cos C = \frac{b}{a/2} \Rightarrow \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab} = \frac{2b}{a}$ (10)

$\Rightarrow a^2 - c^2 = 3b^2$ (5)

$\cos A \cos C = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc} \times \frac{2b}{a}$ (10)

$= \frac{b^2+c^2-a^2}{ca}$

$= \frac{\frac{a^2-c^2}{3} + c^2 - a^2}{ca}$ (5)

$= \frac{2(c^2-a^2)}{3ca}$ (5) $\boxed{40}$

(c) $\tan^{-1}(x+1) + \tan^{-1}(x-1) = \tan^{-1}(\frac{8}{31})$

Let $\alpha = \tan^{-1}(x+1)$, $\beta = \tan^{-1}(x-1)$ (5)

$\tan\alpha = x+1$, $\tan\beta = x-1$

$\tan(\alpha+\beta) = \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta} = \frac{8}{31}$ (10)

$\Rightarrow \frac{x+1+x-1}{1-(x+1)(x-1)} = \frac{8}{31}$ (5)

$\Rightarrow \frac{2x}{2-x^2} = \frac{8}{31}$

$\Rightarrow 4x^2 + 31x - 8 = 0$ (5)

$\Rightarrow (4x-1)(x+8) = 0$

$\Rightarrow x = \frac{1}{4}$ or $x = -8$ (5)

But $x = -8$ does not satisfy the equation.

Hence, $x = \frac{1}{4}$ is the only solution. (5)

$\boxed{35}$

1612

வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களத்துடன் இணைந்து
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்

Field Work Centre

தவணைப் பரீட்சை, நவம்பர் - 2018

Term Examination, November - 2018

FWC

தரம் :- 13 (2019)	இணைந்த கணிதம் – II A	மூன்று மணித்தியாலங்கள்

சுட்டெண்						

அறிவுறுத்தல்கள்:

- பகுதி A இன் எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் விடைகளைத் தரப்பட்ட இடத்தில் எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி B இல் உள்ள 7 வினாக்களில் விரும்பிய 5 வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக.
- ஒதுக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B யிற்கு மேலே இருக்கக் கூடியதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி B யை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

இணைந்த கணிதம் I		
பகுதி	வினா எண்	கிடைத்த புள்ளிகள்
A	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
	7	
	8	
	9	
	10	
B	11	
	12	
	13	
	14	
	15	
	16	
	17	
வினாத்தாள் I இன் மொத்தம்		

இணைந்த கணிதம் I	
இணைந்த கணிதம் II	
இறுதிப் புள்ளிகள்	

பகுதி - A

01) கிடைத்தரையில் இருந்து நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி புவியீர்ப்பின் கீழ் u வேகத்துடன் எறியப்படும் துணிக்கை மீண்டும் எறியற்புள்ளியை அடைய எடுக்கும் நேரம் $3\sqrt{\frac{R}{g}}$ ஆகும். அதே புள்ளியில் இருந்து கிடையுடன் 30° கோணத்தில் u வேகத்துடன் நிலைக்குத்து தளத்தில் எறியப்படும் துணிக்கை அடையும் அதிஉயர் உயரம் $\frac{9R}{32}$ எனக் காட்டுக.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

02) சீரான அகலம் d ஆகவுள்ள ஒரு பாதை வழியே மட்டுமட்டாகச் செல்லக்கூடிய ஒரு வாகனம் அப்பாதை வழியே சீரான வேகம் v உடன் செல்கின்றது. அப்பாதையின் ஒரு கரையில் வாகனத்துக்கு முன்னே குறித்த தூரத்தில் நிற்கும் சிறுவன் ஒருவன் தனக்கு நேர் எதிரே மறுகரையில் உள்ள இடத்தை அடையும் நோக்குடன் பாதைக்கு நேர் குறுக்கே சீராக நடக்கின்றான். வாகனம் தொடர்பாக சிறுவனின் கதி $\sqrt{3}\,V$ ஆக இருப்பின் சிறுவன் மறு கரையை அடைவதற்கும் வாகனம் அவனைக் கடந்து செல்வதற்குமான நேரங்கள் சமன் எனில் சார்பு, வேக கோட்பாட்டை பயன்படுத்தி சிறுவனின் வேகத்தையும், வாகனம் சார்பாக சிறுவனின் திசையையும் கண்டு, சிறுவன் பாதையை கடக்க எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

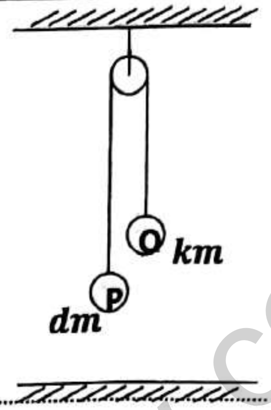
....

....

03) ஓர் ஒப்பமான கிடைமேசை மீது ஒரே நேர்கோட்டின் வழியே ஒன்றின் பின் ஒன்றாக முறையே $2m, m$ உள்ள திணிவுகளை உடைய A,B என்னும் இருதுணிக்கைகள் முறையே u, 2u வேகங்களுடன் ஒரு குறித்த புள்ளியில் இருந்து எறியப்படுகின்றன. அவை நேரடியாக மோதுகின்றன. மோதலுக்கு சற்றுப் பின் B இன் வேகம் மோதலுக்கு முன்னரான இயக்கத் திசையில் u எனில் இரு துணிக்கைகளுக்கு இடையிலான மீளமைவுக் குணகம் $\frac{1}{2}$ எனக் காட்டுக. மோதலினால் ஏற்பட்ட இயக்கசக்தி நட்டத்தைக் காண்க.

04) 200 மெற்றிக்தொன் மொத்தத் திணிவுள்ள புகையிரதம் ஒன்றின் எஞ்சின் 200kW வலுவில் இயங்கும் போது கிடையான நேரான புகையிரப் பாதையில் 36 kmlh என்னும் சீரான கதியில் செல்கின்றது. புகையிரதம் கிடையுடன் θ சாய்வான புகையிரதப் பாதையில் மேல்நோக்கி சீரான கதி 18kmlh உடன் செல்லும் போது இயக்கத்திற்கான தடைவிசை, எஞ்சின் வேலை செய்யும் அளவு மாறவில்லை எனில், கிடையுடன் பாதையின் சாய்வைக் காண்க. ($g = 10\ ms^{-2}$ எனக் கொள்க.)

05) ஓர் ஒப்பமான இலேசான கப்பியின் மேலாகச் செல்லும் ஓர் இலேசான நீட்ட முடியாத இழையின் நுனிகளுக்கு திணிவுள்ள dm, km ஆகவுள்ள P,Q ஆகிய துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டு படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ளது. இழை இறுக்கமாக இருக்க தொகுதி ஓய்வில் இருந்து மெதுவாக விடுவிக்கப்படுகின்றது. துணிக்கை P ஆனது $\frac{g}{3}$ ஆர்முடுகலுடன் மேல்நோக்கி இயங்குகின்றது. $k : d = 2 : 1$ எனக் காட்டுக. $d = 2$ எனில் இழையில் உள்ள இழுவையைக் காண்க.



....

....

....

....

....

....

....

....

....

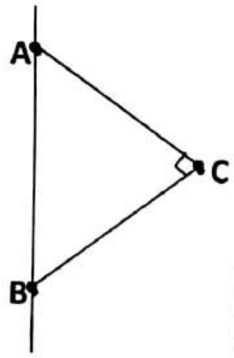
....

....

....

....

06) $2l$ நீளமுள்ள நீளா இழையின் ஒரு முனை A நிலைக்குத்தாக நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஒப்பமான கம்பி ஒன்றில் இணைக்கப்பட்டு மற்றைய முனை B இல் m திணிவுள்ள வளையம் ஒன்று இணைக்கப்பட்டு உருவில் காட்டப்பட்டவாறு A இற்கு கீழே B இருக்குமாறு கம்பியில் வளையம் கோர்க்கப்பட்டு இழையின் நடுப்புள்ளியில் கட்டப்பட்ட m திணிவுள்ள துணிக்கை C ஆனது $A\hat{C}B = \frac{\pi}{2}$ ஆகுமாறு B ஆனது ஓய்வில் இருக்க ஒரு கிடை வட்டத்தில் v வேகத்துடன் இயங்குகின்றது. $v^2 = \frac{3gl}{\sqrt{2}}$ எனக் காட்டுக.



....

....

....

....

....

....

....

....

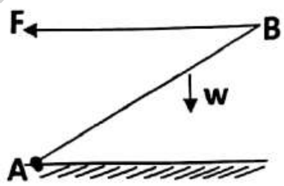
....

....

....

07) O குறித்து A, B இன் தானக்காவிகள் முறையே $\underline{a}, \underline{b}$ ஆகும். இங்கு $O\hat{A}B = \frac{\pi}{2}$, C என்பது OB இன் மீது $|\overrightarrow{OC}| = |\overrightarrow{AC}|$ ஆகுமாறு உள்ள புள்ளி எனில் காவியை பயன்படுத்தி C ஆனது OB இன் நடுப்புள்ளி எனக் காட்டுக.

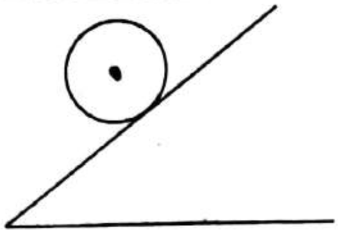
08) w நிறையுடைய ஒரு சீரான கோல் AB இன் முனை A கிடைத்தரையில் உள்ள ஒரு புள்ளிக்கு பிணைக்கப்பட்டு B இல் பிரயோகிக்கப்படும் ஒரு கிடைவிசை F இனால் உருவில் காட்டப்பட்டவாறு நாப்பத்தில் பேணப்படுகின்றது. பிணையலில் உள்ள மறுதாக்கம் $\frac{2w}{\sqrt{3}}$ எனில்,



(i) F ஐ காண்க.

(ii) கிடையுடன் கோலின் சாய்வு $tan^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ எனக் காட்டுக.

09)



w நிறையுடைய ஒரு சீரான கோளம் கிடையுடன் θ சாய்வுள்ள ஒரு கரடான சாய்தளத்தில் வைக்கப்பட்டு தளத்துக்கு சமாந்தரமாக கோளத்தின் மையத்தின் ஊடான விட்டத்தின் மேல்முனையில் w நிறையுடைய துணிக்கை இணைப்பட்டு கோளம் அதே நிலையில் எல்லைச் சமநிலையில் இருப்பின் $\mu = \frac{1}{2}$ எனக் காட்டி, கிடையுடன் தளத்தின் சாய்வை காண்க.

10) A,B என்ற புள்ளிகளின் முறையே 10 , 5N நிகரா சமாந்தர விசைகள் தாக்குகின்றன. இவற்றின் விளையுளின் தாக்கபுள்ளி C என்க. இவ்விரு விசைகளும் நிகர்த்த சமாந்தர விசைகளாக மாற்றப்படின் விசையுள் D ல் செயற்படின் CD இன் நீளத்தைக் காண்க. C,D என்பன A,B என்ற கோட்டிலுள்ளன.

1613

வடமாகாணக் கல்வித் திணைக்களத்துடன் இணைந்து
தொண்டைமானாறு வெளிக்கள நிலையம் நடாத்தும்
Field Work Centre
தவணைப் பரீட்சை, நவம்பர் - 2018
Term Examination, November - 2018

FWC

தரம் :- 13 (2019) இணைந்த கணிதம் – IIB

பகுதி - B

11) (a) கிடைத்தரைக்கு மேலே 3 தளங்களையும் கீழே இரண்டு தளங்களையும் கொண்ட கட்டடம் ஒன்றின் தரைக்கு மேலே உள்ள அடுத்தடுத்த தளங்களுக்கு இடையிலான உயரம் a மீற்றர் ஆகும். $t = 0$ இல் ஓர் உயர்த்தி கிடைத்தரையில் இருந்து மேல்நோக்கி $\frac{g}{3}\ ms^{-2}$ ஆர்முடுகலுடன் ஓய்வில் இருந்து இயங்கி அடுத்த தளத்தை அடைந்து பெற்ற வேகத்துடன் அடுத்தளம் வரை சீராக இயங்கிய பின் $\frac{g}{2}\ ms^{-2}$ சீரான அமர்முடுகலுடன் இயங்கி இறுதித் தளத்தில் ஓய்வடைந்து உடனடியாக ஓய்வில் இருந்து கீழ்நோக்கி $\frac{g}{4}\ ms^{-2}$ சீரான ஆர்முடுகலுடன் இயங்கி கிடைத்தரையை அடைந்து பின் சீரான அமர்முடுகலுடன் $\sqrt{\frac{6a}{g}}$ நேரத்திற்கு கீழ்நோக்கி இயங்கி தரைக்கு கீழான இறுதித் தளத்தில் ஓய்வடைகின்றது.

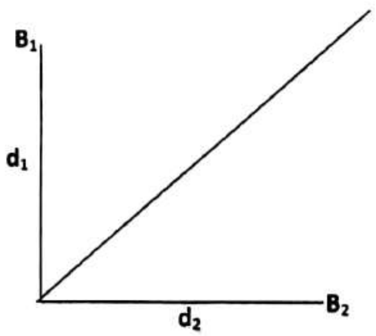
(i) உயர்த்தியின் இயக்கத்திற்கான வேகநேர வரைபை பரும்படியாக வரைக.

(ii) வேகநேர வரைபில் இருந்து உயர்த்தி இயங்கிய மொத்த நேரம் $\left(\frac{9}{2}\sqrt{6}+2\right)\sqrt{\frac{a}{g}}$ எனக் காட்டுக.

(iii) உயர்த்தி கிடைத்தரைக்கு கீழே இயங்கிய அமர்முடுகல் யாது?

(iv) தனக்கு கீழே உயர்த்தி இயங்கிய தூரம் யாது?

(b) ஒரு கப்பல் S ஆனது புவி தொடர்பாக வடகிழக்கு திசையில் $u\ kmlh$ சீரான கதி உடன் செல்கின்றது. ஒரு குறித்த கணத்தில் B_1, B_2 ஆகிய இரு படகுகள் கப்பல் S இற்கு முறையே நேர்வடக்கே $d_1\ km$ தூரத்திலும் நேர்கிழக்கே $d_2\ km$ தூரத்திலும் உள்ளன. இரு படகுகளும் கப்பல் S ஐ இடைமறிக்கும் நோக்குடன் புவி தொடர்பாக $2u\ kmlh$ உடன் செல்கின்றன. இரு படகுகளும் கப்பலை இடை மறிப்பின் இரு படகுகளின் திசைகளை துணிவதற்கு வேகமுக்கோணிகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக. அதில் இருந்து

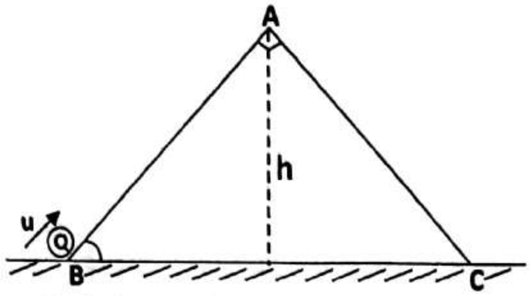


(i) B_1, B_2 இன் இயக்கத் திசைகளைக் காண்க.

(ii) B_1, B_2 இன் கப்பல் சார்பான கதிகள் $\left(1+\sqrt{7}\right)\frac{u}{2}$ எனக் காட்டுக.

(iii) $d_1 > d_2$ எனில் இரு படகுகளும் கப்பலை சந்திக்கும் நேரங்களுக்கு இடையிலான வித்தியாசம் யாது.

12)



உருவில் காட்டப்பட்ட முக்கோணம் ABC ஆனது திணிவு. 2m ஐ உடைய ஓர் ஒப்பமான ஆப்பின் புவியீர்ப்பு மையத்தின் ஊடாக உள்ள ஒரு நிலைக்குத்து குறுவெட்டு ஆகும். BC ஐ கொண்ட முகம். ஓர் ஒப்பமான கிடைநிலத்தில் இருக்குமாறு குற்றி வைக்கப்பட்டுள்ளது. இங்கு $B\hat{A}C = 90°, BA = 2h$ ஆப்பின் உயரம் h உம் ஆகும். உருவில் காட்டப்பட்டவாறு m திணிவுடைய துணிக்கை P ஆனது S இல் வைக்கப்பட்டு அதற்கு $\overrightarrow{BA}$ வழியே ஒரு வேகம் u கொடுக்கப்படுகின்றது.

(i) ஆப்பு தொடர்பாக துணிக்கை P இன் அமர்முடுகல் $\frac{2g}{3}$ எனவும் ஆப்பின் ஆர்முடுகல் $\frac{g}{3\sqrt{3}}$ எனவும் காட்டுக.

(ii) துணிக்கை P ஆனது உச்சி A ஐ ஆப்பு சார்பான வேகம் v உடன் அடைந்து பின் துணிக்கை ஆனது ஆப்பின் அடி C இல் விழுகின்றது.

அ) $v = \sqrt{gh/6}$ எனக் காட்டுக.

ஆ) B இல் இருந்து துணிக்கை எறியப்பட்ட வேகத்தை காண்க.

(iii) துணிக்கை ஆப்பை விட்டு விலகிய பின் ஆப்பின் இயக்கத்தை விபரிக்குக.

13) (a) ஒப்பமான கிடைத்தளம் ஒன்றில் U கதியுடன் இயங்கும் m திணிவுடைய ஒப்பமான கோளம் A ஆனது தன் பாதையில் ஓய்விலுள்ள கோளம் சம ஆரையும் λm திணிவும் கொண்ட ஓய்வில் உள்ள கோளம் B உடன் நேரடியாக மோதுகின்றது. இரு கோளங்களுக்கும் இடையிலான மீளமைவுக் குணகம் $\frac{1}{4}$ ஆகும். மோதுகையின் பின் A, B இன் வேகங்களை காண்க. தொடரும் இயக்கத்தில் B நேர் எதிரே உள்ள ஒப்பமான சுவருடன் நேரடியாக மோதி பின்னடிக்கின்றது B க்கும் சுவருக்கும் இடையிலான மீளமைக் குணகம் $\frac{1}{5}$ ஆகவும் A, Bக்கு இடையில் இரண்டாவது மோதுகை நடைபெறாது எனில் $\lambda \geq 5$ எனக் காட்டுக.

$\lambda = 2$ எனில் இரண்டாவது மோதுகையின் பின் A, B இன் வேகங்களைக் காண்க.

(b) மொத்தத் திணிவு m ஆகவுள்ள மோட்டார் கார் கிடையுடன் α சாய்வுள்ள ஒரு சரிவு வழியே மேல்நோக்கி செல்லும் போதான உயர் கதி அதே சரிவு வழியே அதே வலுவுடன் கீழ்நோக்கி இயங்கும் போதான உயர்ந்த பட்ச கதியின் அரை மடங்கு ஆகும். இரு சந்தர்ப்பங்களிலும் இயக்கத்திற்கான தடைவிசை R மாறவில்லை எனில் $R = 3mg \sin\alpha$ எனக் காட்டுக. இப்போது மோட்டார் கார் ஆனது கிடையுடன் α சாய்வுள்ள சரிவு வழியே மேல்நோக்கி $\frac{g \sin\alpha}{2}$ ஆர்முடுகலுடன் அதே மாறாத் தடைவிசையுடன் இயங்குகின்றது எனில் எஞ்சினின் உஞற்று விசையைக் காண்க.

14) a நீளமுடைய ஒரு இலேசான நீளா இழையின் ஒரு முனை ஒரு நிலையான உயரமான புள்ளிக்கு இணைக்கப்பட்டு மற்றைய நுனியில் m திணிவுள்ள துணிக்கை இணைக்கப்பட்டு துணிக்கை ஆனது சுயாதீனமாக ஓய்வில் தொங்குகின்றது. துணிக்கைக்கு கிடைத்திசையில் ஒரு கதி u கொடுக்கப்படுகின்றது.

(i) துணிக்கை ஆனது கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் θ கோணம் ஆக்கும் போது துணிக்கையின் வேகத்தையும் இழையில் உள்ள இழுவையையும் காண்க.

(ii) துணிக்கையின் கதி $\frac{u}{2}$ ஆகும் போது இழை கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் ஆக்கும் கோணம் $2\sin^{-1}\left[\frac{u}{4}\sqrt{\frac{3}{ag}}\right]$ எனக் காட்டுக.

(iii) $U^2 = 2\,ag$ எனில் துணிக்கை நிலைக்குத்து தளம் ஒன்றில் அரைவட்ட வில்லில் இயங்கும் எனக் காட்டுக.

(iv) முழுவட்டத்தில் இயங்கின் அதி உயர் இழுவை மிகக்குறைந்த இழுவையின் 3 மடங்கு எனில் $U^2 = 8\,ag$ எனக் காட்டுக.

15) (a) $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$ என்பன தரப்பட்ட மூன்று காவிகள் எனின் $\underline{a}.(\underline{b}+\underline{c}) = \underline{a}.\underline{b} + \underline{a}.\underline{c}$ எனக் காட்டுக. இதிலிருந்து $\underline{p}, \underline{q}, \underline{r}, \underline{s}$ நான்கு காவிகளாக இருக்க

$(\underline{p} + \underline{q}).(\underline{r} + \underline{s}) = \underline{p}.\underline{r} + \underline{p}.\underline{s} + \underline{q}.\underline{r} + \underline{q}.\underline{s}$ என்பதை உய்த்தறிக.

இணைகரம் ABCD இல் $\overrightarrow{AB} = \underline{a}, \overrightarrow{AD} = \underline{b}$ எனத்தரப்படும் போது

(i) மூலைவிட்டங்கள் செங்குத்தானவை எனின் அது ஓர் சாய்சதுரம் எனவும்

(ii) மூலைவிட்டங்கள் சமநீளமானவை எனின் அது ஓர் செவ்வகம் எனவும்.

(iii) $AB^2 + AD^2 = 2\,AO^2 + 2\,OB^2$ எனவும் காட்டுக. இங்கு O மூலைவிட்டங்கள் சந்திக்கும் புள்ளியாகும்.

(b) oxy தளத்திலுள்ள x, y அச்சு வழியேயான அலகுக் காவிகள் முறையே $\underline{i}, \underline{j}$ ஆகும். புள்ளிகள் $(\underline{i}+\underline{j}), (2\underline{i}+\underline{j}), (3\underline{i}+2\underline{j})$ இல் $\underline{F_1} = 5\underline{i} + 4\sqrt{3}\underline{j}, \underline{F_2} = {}^{-}2\underline{i} + 5\sqrt{3}\,\underline{j}, \underline{F_3} = x\underline{j}$ முறையே தாக்குகின்றன. தொகுதியின் விளையுளைக் காண்க.

இவ்விளையுளின் பருமன் 18 m ஆயின் x இன் சாத்தியமான பெறுமானங்களைக் கண்டு ஒவ்வொரு பெறுமானத்திற்கும் விளையுள் x அச்சுடன் அமைக்கும் கோணத்தைக் காண்க. இவ் ஒவ்வொரு நிலையிலும் விளையுளின் தாக்கக் கோட்டின் சமன்பாட்டையும் காண்க.

16) (a) கிடையுடன் α சாய்வுள்ள ஒப்பமான தளத்தின் மீதுள்ள w நிறையானது நிலைக்குத்துடன் β சாய்விலுள்ள ஓர் இழையால் சமநிலையில் பேணப்படுகிறது. அப்போது இழையின் இழுவை T_1 அதே தளத்தின் சாய்வு γ ஆகவுள்ள போது இழையின் சாய்வு மாறாதிருக்கையில் இழையின் இழுவை T_2 ஆகும். $T_2 = 2T_1$ எனின் $\cot\alpha - 2\cot\gamma = \cot\beta$ எனக் காட்டுக.

(b) AB, BC என்பன 2a நீளமும் முறையே w, 2w நிறையுடைய சீரான இரண்டு கோல்கள் B இல் ஒப்பமாக மூடப்பட்டு A,C என்பன ஒப்பமான கிடை நிலத்தைத் தொட்டுக் கொண்டிருக்க நிலைக்குத்துத் தளத்தில் இருக்க $2\sqrt{2}\,a$ இணைக்கப்பட்டு நீளமுடைய நீள இழையொன்றினால் A, C முனைகள் இணைக்கபட்டு சமநிலையில் தொகுதி உள்ள போது

(i) முனைகள் A,C இலுள்ள மறுதாக்கங்களைக் காண்க.

(ii) இழையிலுள்ள இழுவை $\frac{3w}{4}$ எனக் காட்டுக.

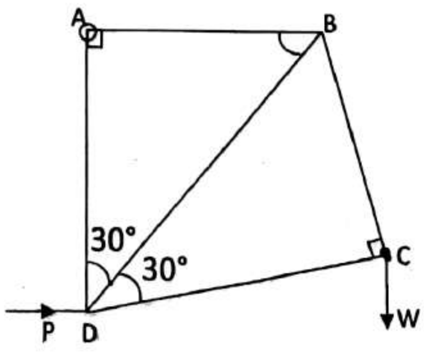
(iii) மூட்டு B இலுள்ள மறுதாக்கத்தின் பருமனையும், அது கிடையுடன் சுமைக்கும் கோணத்தையும் காண்க.

17) (a) ஆரை a யும் நிறை 3w உடைய சீரான திண்ம அரைக்கோளத்தின் மையம் C அதன் தளமுகம் கிடையான மேசையைத் தொட்டுக் கொண்டு ஓய்விலுள்ளது. நீளம் 4a யும் நிறை 2w உடைய OA என்ற சீரான கோலின் முனை O மேசையின் நிலைத்த புள்ளி O இல் பிணைக்கப்பட்டிருப்பதோடு அக் கோலானது. அரைக்கோளத்தின் மேற்பரப்பின் மீது OC இனூடாகச் செல்லும் நிலைக்குத்துத் தளத்தில் உள்ளது. அரைக்கோளம், மேசைக்குமிடையிலான உராய்வுக் குணகம் $\mu = 1$ ஆகவும் கோல் அரைக்கோளத்தின் தொடுகை ஒப்பமானதாகவும் இருப்பின் தொகுதி எல்லைச் சமநிலையில் இருக்கும் போது,

(i) அரைக்கோளத்தின் தளமுகத்தின் மீது மேசையின் மறுதாக்கம் மையத்தினூடாகச் செயற்படும் எனக் காட்டுக.

(ii) நிலைக்குத்துடன் கோலின் சாய்வு α எனின் $\cos\left(\pi/4 + 2\alpha\right) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$ எனவும் காட்டுக.

(b) AB, BC, CD, DA, DB எனும் ஐந்து இலேசான கோல்களினால் ஒப்பமாக மூடப்பட்ட சட்டப்படல் ஒன்று உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளது. சட்டப்படல் ஒரு நிலைத்த புள்ளி A இல் ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டிருக்கும் அதே வேளை புள்ளி C இல் ஒரு சுமை w வைக் கொண்டும் உள்ளது. அது புள்ளி D யிலே ஒரு கிடை விசை P யினால் கோல் AD ஆனது நிலைக்குத்தாக இருக்குமாறு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ளது.



(i) போவின் குறியீட்டைப் பயன்படுத்தி சட்டப்படலிற்கான தகைப்பு வரிப்படத்தை வரைந்து அதிலிருந்து கோல்களிலுள்ள இழுவை உதைப்புக்களை வேறாக்கி பெறுமதியைக் காண்க.

(ii) வரிப்படத்தின் மூலம் பிணையல் A இலுள்ள மறுதாக்கத்தின் பருமன் $\frac{\sqrt{7}}{2}w$ எனவும் $P = w\frac{\sqrt{3}}{2}$ எனவும் காட்டுக.

G.C.E A/L Examination November - 2018

Fied Work Centre

FWC

Grade - 13 (2019) Cpmbined Mathematics - II Marking Scheme

(1) $\uparrow$ $s = ut + \frac{1}{2}gt^2$

$0 = ut - \frac{1}{2}gt^2$ (5)

$u = \frac{1}{2}gt$

$= \frac{3}{2}\sqrt{gR}$ (5)

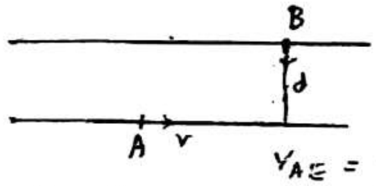
$\uparrow$ $v^2 = u^2 + 2as$

$0 = (u\sin 30)^2 - 2gH$ (5)

$H = \frac{u^2\sin^2 30}{2g}$ (5)

$= \frac{9R}{32}$ (5)

(2)

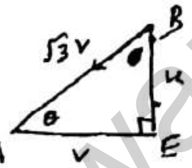


$V_{AE} = v \rightarrow$

$V_{BE} = V_{BA} + V_{AE}$ V_{BE} $\uparrow$

$\updownarrow$ $\sqrt{3}v$ $\rightarrow_v$ V_{BA} $\sqrt{3}v$

(10)

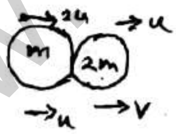


(10)

$u = \sqrt{2}v$ $\tan\theta = \sqrt{2}$

$T = \frac{d}{\sqrt{2}v}$ (5)

(3)



$I = \Delta mv$

$A \rightarrow$ $I = 2mv - 2mu$ (5)

$B \rightarrow$ $-I = mu - m\cdot 2u$ (5)

$I = mu$

$v = \frac{3}{2}u$

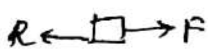
N.L.R $v - u = eu$ (5)

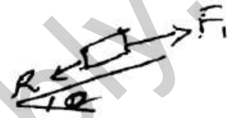
$e = \frac{1}{2}$

$\Delta E = \left(\frac{1}{2}mu^2 + \frac{1}{2}2mv^2\right) - \left[\frac{1}{2}m(2u)^2 + \frac{1}{2}2mu^2\right]$ (5)

$= -\frac{m}{4}u^2$ (5)

(4)





$36 km/h = 10 ms^{-1}$

(5) $10F = 200 \times 10^3$

$F = 200 \times 10^2$

$F - R = 0$

$R = 200 \times 10^2$ (5)

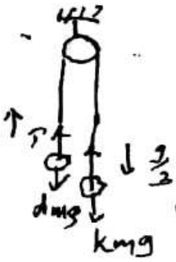
$F_1 \cdot 5 = 200 \times 10^3$

$F_1 = 4 \times 10^4$ (5)

$\nearrow F_1 - R - 200 \times 10^3 g\sin\theta = 0$ (5)

$\sin\theta = \frac{1}{100}$ (5)

(5)



(5)

P $\uparrow$ $T - dmg = dm\cdot\frac{g}{3}$ (5)

$\downarrow kmg - T = km\frac{g}{3}$ (5)

$(k-d)g = (k+d)\frac{g}{3}$

$\frac{k-d}{k+d} = \frac{1}{3}$ (5)

$\frac{k-d}{1} = \frac{k+d}{3} = \frac{2k}{4} = \frac{2d}{2}$

$\Rightarrow \frac{k}{2} = \frac{d}{1} \Rightarrow k : d = 2 : 1$ (5)

(6)

B $\uparrow$ $T_1\cos\frac{\pi}{4} = mg$ (5)

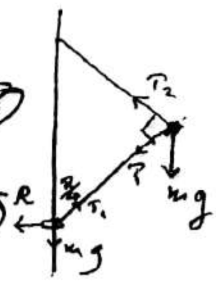
$T_1 = \sqrt{2}mg$

$C \uparrow (T_2 - T_1)\sin\frac{\pi}{4} = mg$ (5)

$T_2 = 2\sqrt{2}mg$

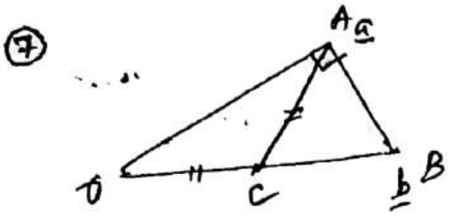
$\leftarrow (T_1 + T_2)\cos\frac{\pi}{4} = m\frac{v^2}{l\sin 45}$ (5)

$v^2 = \frac{3gl}{\sqrt{2}}$ (5)



(5)

7



$\overrightarrow{AB} = \underline{b} - \underline{a}$ 5, $OA \perp AB$

$\Rightarrow \underline{a}.(\underline{b} - \underline{a}) = 0$

Let $\overrightarrow{OC} = \lambda \underline{b}$ $\quad \underline{a}.\underline{b} = a^2$ 5

$|\overrightarrow{AC}| = |\overrightarrow{OC}|$ 5

$|\lambda \underline{b} - \underline{a}|^2 = |\lambda \underline{b}|^2$

$(\lambda \underline{b} - \underline{a}).(\lambda \underline{b} - \underline{a}) = \lambda \underline{b}.\lambda \underline{b}$ 5

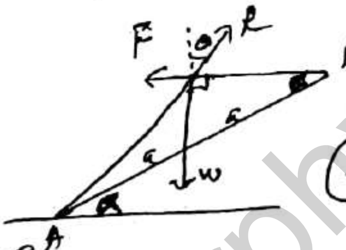
$\lambda^2 b^2 + a^2 - 2\lambda \underline{a}.\underline{b} = \lambda^2 b^2$

$a^2 - 2\lambda a^2 = 0$

$\lambda = \frac{1}{2}$ 5

$\Rightarrow$ C is the midpoint of OB.

8



5

By Lami's Theorem

$\frac{W}{\sin(90+\theta)} = \frac{R}{\sin 90} = \frac{F}{\sin(\pi - \theta)}$ 5

$\frac{W}{\cos\theta} = \frac{2W}{\sqrt{3}} = \frac{F}{\sin\theta}$

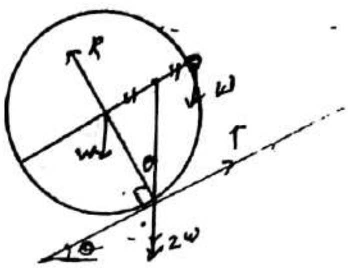
$\cos\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $F = \frac{W}{\sqrt{3}}$ 5

$\theta = \frac{\pi}{6}$ 5

A) $W.a\cos\alpha - F.2a\sin\alpha = 0$

$\tan\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$ 5

9



5

$\tan\theta = \frac{a/2}{a} = \frac{1}{2}$ 5

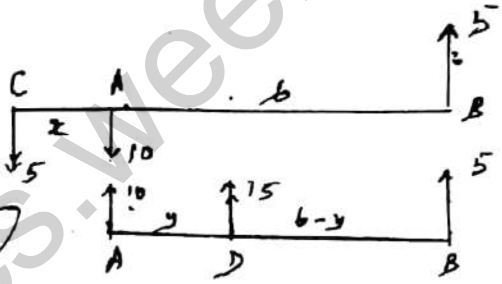
In the equilibrium

$\frac{F}{R} = \tan\theta$ 5

$\mu = \tan\theta$ 5

$\mu = \frac{1}{2}$ 5

10



5

5

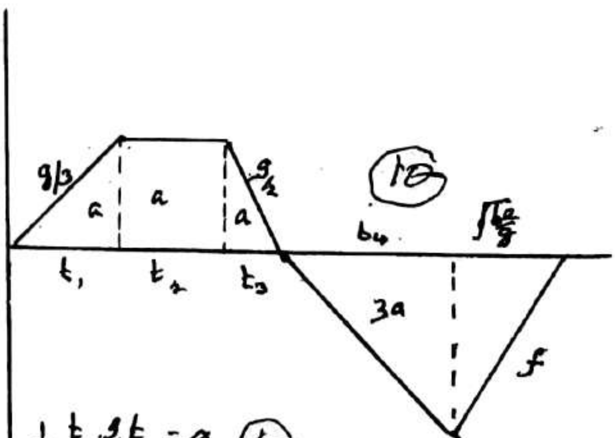
C↻ $10x - 5(6+x) = 0$ 5

$x = 6$

D↻ $10y - 5(6-y) = 0$ 5

$y = 2$

$CD = 8$ 5



10

$\frac{1}{2} t_1 . \frac{g}{3} t_1 = a$ 10

$t_1 = \sqrt{\frac{6a}{g}}$

$\frac{g}{3} t_1 . t_2 = a$ 10

$t_2 = \sqrt{\frac{3a}{2g}}$

$\frac{1}{2} t_3 \cdot \frac{g}{2} t_3 = a$ $\qquad$ $\frac{1}{2} t_4 \cdot \frac{g}{4} t_4 = a$

$t_3 = 2\sqrt{\frac{a}{g}}$ (10) $\qquad$ $t_4 = 2\sqrt{\frac{6a}{g}}$ (10)

Total time $= \sqrt{\frac{6a}{g}} + \sqrt{\frac{3a}{2g}} + 2\sqrt{\frac{a}{g}} + 2\sqrt{\frac{6a}{g}} + \sqrt{\frac{6a}{g}}$ (10)

$= \sqrt{\frac{a}{g}}\left[\frac{9}{2}\sqrt{6} + 2\right]$

Ret. $f = \frac{\frac{g}{4} t_4}{\sqrt{\frac{6a}{g}}} = \frac{g}{2}$ (10)

distance before the ground $= \frac{1}{2} \cdot \frac{g}{4} \cdot t_4 \cdot \sqrt{\frac{6a}{g}}$

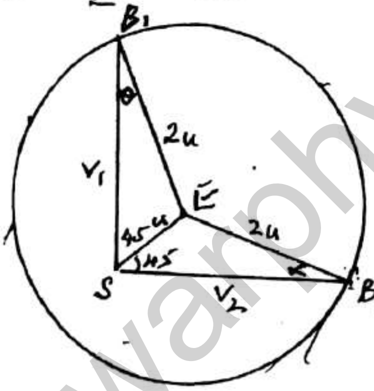
$= \frac{3a}{2}$. (80)

b) $V_{S,E}$ $\overset{u}{\nearrow}$ $45°$ $\quad V_{B_1,S} \downarrow \quad V_{B_1,E}$ $2u$

$V_{B_2,S} \leftarrow \quad V_{B_2,E}$ $2u$. (5)

$V_{BS} = V_{BE} + V_{ES}$ (10)

$\downarrow \leftarrow \quad 2u \quad \overset{u}{\swarrow}$



(10)

in $\triangle B_1SE$ $\quad \frac{u}{\sin\theta} = \frac{2u}{\sin 45}$ (10)

$\sin\theta = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

in $\triangle B_2SE$ $\quad \frac{u}{\sin\alpha} = \frac{2u}{\sin 45}$ (10)

$\sin\alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}}$

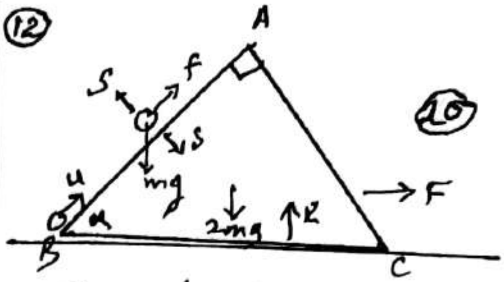
$\therefore \theta = \alpha$

$\therefore V_1 = V_2 = u\cos 45 + 2u\cos\theta$ (10)

$= \frac{u}{\sqrt{2}}(1 + \sqrt{7})$ (5)

Time dif. $= \frac{d_1}{V_1} - \frac{d_2}{V_2} = \frac{\sqrt{2}(d_1 - d_2)}{u(1+\sqrt{7})}$ (10)

(12)



(20)

$\sin\alpha = \frac{h}{2h} = \frac{1}{2}$

$\alpha = 30°$ (5)

For the System $F = ma \rightarrow$

$0 = 2mF + m(F + f\cos 30)$ (15)

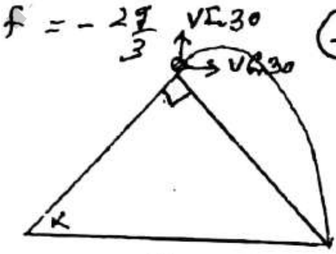
$f = -2\sqrt{3}F$ (5)

$m\!\!\!/ f - mg\sin 30 = m(f + F\cos 30)$ (15)

$-\frac{g}{2} = -2\sqrt{3}F + F\frac{\sqrt{3}}{2}$

$F = \frac{g}{3\sqrt{3}}$ (10)

$f = -\frac{2g}{3}$ (5)



(10)

$\rightarrow s = ut + \frac{1}{2}gt^2$

$\frac{h}{\sqrt{3}} = V\cos 30\, t$ (10)

$t = \frac{2h}{3V}$ (5)

$\uparrow -h = V\sin 30\, t - \frac{1}{2}gt^2$ (10)

$-h = \frac{h}{3} - \frac{1}{2}g \cdot \frac{4h^2}{9V^2}$ (5)

$V^2 = \frac{gh}{6}$ (5)

$B \rightarrow A \quad V^2 = u^2 + 2as$.

$\nearrow \quad \frac{gh}{6} = u^2 - 2 \cdot \frac{2g}{3} \cdot 2h$ (10)

$u^2 = \frac{17gh}{6}$

Imediate after particle leave the wedge, No external force acts on Wedge, So Wedge moves with a Const. velocity. (15)

13 (a)

$I = \Delta mu$

$m \rightarrow \quad -I = mu_1 - mu$ (10)

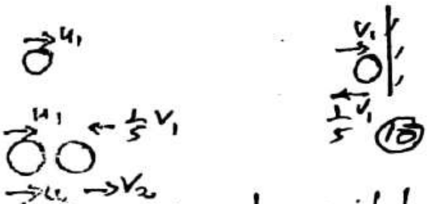
$\lambda m \rightarrow \quad I = \lambda m v_1$ (10)

$\lambda v_1 + u_1 = u$ ——— ①

N.L.R $\quad v_1 - u_1 = \frac{1}{4}u$ ——— ② (10)

$v_1 = \frac{5u}{4(\lambda+1)}$ (10)

$u_1 = \frac{(4-\lambda)}{4(\lambda+1)}u$ (10)



(10)

If the 2nd impact is not possible between A and B

$\therefore u_1 \geq \frac{1}{5}v_1$ (10)

$\frac{v_1}{5} - u_1 \leq 0$

$1 + 4 - \lambda \leq 0$

$\lambda \geq 5$

for the 2nd impact.

$\lambda = 2, \quad u_1 = \frac{u}{6}, \quad v_1 = \frac{5u}{12}$ (10)

$\rightarrow \quad I_1 = mu_2 - mu_1$

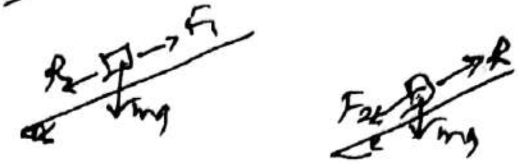
$I_1 = 2mv_2 - 2m\frac{1}{5}v_1$ (5)

N.L.R, $\quad v_2 - u_2 = \frac{1}{4}u$ (5)

$v_2 = \frac{u}{9}$

$u_2 = -\frac{5u}{36}$

13 (b)



$\nearrow \quad F_1 - R - mg\sin\alpha = 0$ (10)

$H = F_1 . V$ (10)

$\frac{H}{V} = R + mg\sin\alpha$

$\swarrow \quad F_2 - R + mg\sin\alpha = 0$ (10)

$H = F_2 . 2V$ (10)

$\frac{H}{2V} = R - mg\sin\alpha$.

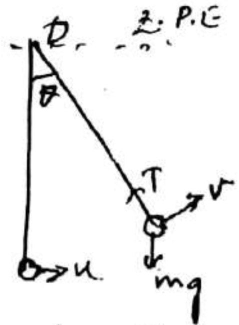
$2(R - mg\sin\alpha) = R + mg\sin\alpha$ (10)

$R = 3mg\sin\alpha$.

$\nearrow \quad F - R - mg\sin\alpha = m \cdot g\frac{\sin\alpha}{2}$ (10)

$F = \frac{9}{2}mg\sin\alpha$.

14



Conservation of Energy

$\frac{1}{2}mv^2 - mga\cos\theta = \frac{1}{2}mu^2 - mga$. (20)

$v^2 = u^2 - 2ag + 2ag\cos\theta$ (10)

$\nwarrow \quad F = ma$

$T - mg\cos\theta = \frac{mv^2}{a}$ (10)

$T = \frac{m}{a}\left[u^2 - 2ag + 3ag\cos\theta\right]$ (10)

when $v = \frac{u}{2}$

$\frac{u^2}{4} = u^2 - 2ag + 3ag\cos\theta$ (10)

$\cos\theta = \frac{1}{2ag}\left[2ag - \frac{3u^2}{4}\right]$ (10)

$1 - 2\sin^2\frac{\theta}{2} = 1 - \frac{3u^2}{8ag}$ (10)

$\sin^2\frac{\theta}{2} = \frac{3u^2}{16ag}$

$\sin\frac{\theta}{2} = \frac{u}{4}\sqrt{\frac{3}{ag}}$ (10)

$\theta = 2\sin^{-1}\left[\frac{u}{4}\sqrt{\frac{3}{ag}}\right]$

$u^2 = 2ag$

$v^2 = 2ag\cos\theta$ (10)

$T = 3mg\cos\theta$ (10)

when $\theta = \frac{\pi}{2} \Rightarrow V, T = 0$ (10)

So, particle moves in a semi circle.

$T_{max} = u^2 + ag$ (10) $[\theta = 0]$

$T_{min} = u^2 - 5ag$ (10) $(\theta = \pi)$

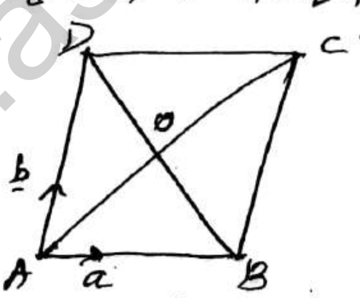
$T_{max} = 3T_{min}$

$u^2 + ag = 3(u^2 - 5ag)$ (10)

$u^2 = 8ag$

15a) $\underline{a}\cdot(\underline{b}+\underline{c}) = \underline{a}\cdot\underline{b} + \underline{a}\cdot\underline{c}$ (10)

deduction $(p+q)\cdot(r+s) = p\cdot r + p\cdot s + q\cdot r + q\cdot s$ (10)



i) $\vec{AC} = \underline{a}+\underline{b}$, $\vec{DB} = \underline{a}-\underline{b}$

$AC \perp BD \Rightarrow \vec{AC}\cdot\vec{DB} = 0$ (10)

$a^2 - b^2 = 0$

$a = b$ (10)

$AB = AD \Rightarrow ABCD$ Rhombus

ii) $AC = DB$

$|\vec{AC}|^2 = |\vec{DB}|^2$ (10)

$\vec{AC}\cdot\vec{AC} = \vec{DB}\cdot\vec{DB}$

$(\underline{a}+\underline{b})\cdot(\underline{a}+\underline{b}) = (\underline{a}-\underline{b})\cdot(\underline{a}-\underline{b})$ (5)

$a^2 + b^2 + 2\underline{a}\cdot\underline{b} = a^2 + b^2 - 2a\cdot b$

$\underline{a}\cdot\underline{b} = 0$ (5)

$\underline{a} \perp \underline{b}$

$AB \perp AD \Rightarrow ABCD$ is a rectangle

iii) $2OA^2 + 2OB^2 = 2\left\{\frac{|a+b|^2}{4} + \frac{|a-b|^2}{4}\right\}$ (10)

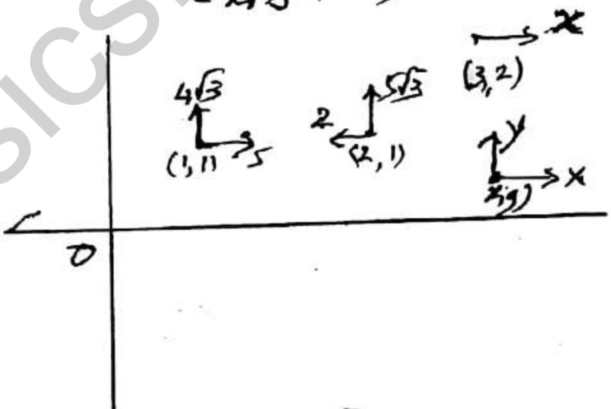
$= \frac{1}{2}\left[(a+b)\cdot(a+b) + (a-b)\cdot(a-b)\right]$

$= \frac{1}{2}\left[2(a^2+b^2)\right]$

$= a^2 + b^2$

$= AB^2 + AD^2$

b)



$\rightarrow X = 5 - 2 + x$ (10)

$= 3 + x$

$\tan\theta = \frac{9\sqrt{3}}{3+x}$ (10)

$\uparrow Y = 9\sqrt{3}$ (10)

$R^2 = X^2 + Y^2$

$18^2 = (3+x)^2 + (9\sqrt{3})^2$ (10)

$x^2 + 6x - 72 = 0$

$(x+12)(x-6) = 0$

$x = 6, -12$ (10)

$x = 6,\ X = 9 \Rightarrow \tan\theta = \sqrt{3} \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3}$ (5)

$x = -12,\ X = -9 \Rightarrow \tan\theta = -\sqrt{3} \Rightarrow \theta = 120^\circ$ (5)

Case II

$\beta)$ $Yx - Xy = 1.4\sqrt{3} - 1.5 + 2.5\sqrt{3} + 1.2 - 2.6$ (10)

$9\sqrt{3}x - 9y = 14\sqrt{3} - 15$

$9\sqrt{3}x - 9y - 14\sqrt{3} + 15 = 0$

Case I

$\beta)$ $Yx - Xy = 1.4\sqrt{3} - 1.5 + 2.5\sqrt{3} + 1.2 + 2.12$ (10)

$9\sqrt{3}x + 9y = 14\sqrt{3} + 21$

$9\sqrt{3}x + 9y - 14\sqrt{3} - 21 = 0$

16) a)

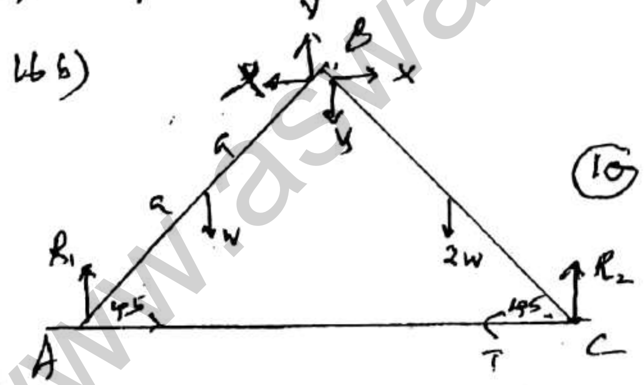
$\frac{T_1}{\sin(\pi-\alpha)} = \frac{W}{\sin(\alpha+\beta)}$ (10), $\frac{T_2}{\sin(\pi-\gamma)} = \frac{W}{\sin(\gamma+\beta)}$ (10)

$\frac{T_1}{\sin\alpha} = \frac{W}{\sin(\alpha+\beta)}$ (5), $\frac{2T_1}{\sin\gamma} = \frac{W}{\sin(\gamma+\beta)}$ (5)

$\Rightarrow \frac{\sin\gamma}{2\sin\alpha} = \frac{\sin(\gamma+\beta)}{\sin(\alpha+\beta)}$ (10)

$\Rightarrow \cot\beta + 2\cot\gamma = \cot\alpha$

16 b)



$\uparrow$ $R_1 + R_2 = 3W$ (10)

A) $R_2 \cdot 2\sqrt{2}a - W\cdot\frac{a}{\sqrt{2}} - 2W\frac{3a}{\sqrt{2}} = 0$ (10)

$R_2 = \frac{7W}{4}$ (5), $R_1 = \frac{5W}{4}$ (5)

For Rod AB

B) $T \cdot 2a\sin45 - R_1 \cdot 2a\cos45 + W \cdot a\cos45 = 0$ (10)

$T = \frac{3}{4}W$ (5)

A) $X \cdot 2a\cos45 + Y \cdot 2a\sin45 - Wa\cos45 = 0$ (10)

$2X + 2Y = W$ (5)

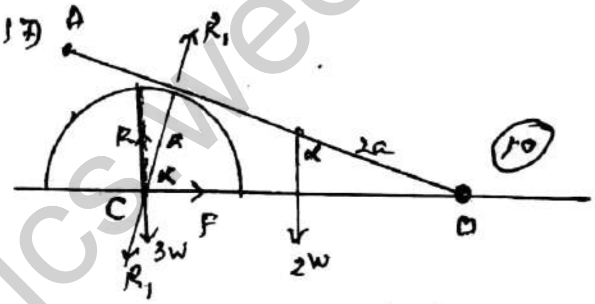
~~c) for CB~~ $\uparrow$ AB

$Y + R_1 = W$ (10)

$Y = W - \frac{5W}{4} = -\frac{W}{4}$ (5)

$X = \frac{3W}{4}$ (5)

17)



Since R_1 and W act through C, then R also acts through C (15)

for Rod OA $R_1 \cdot a\tan\alpha - 2W \cdot 2a\sin\alpha = 0$ (15)

$R_1 = 4W\cos\alpha$

for Hemisphere $\rightarrow$ $F = R_1\cos\alpha$ (5)

$F = \mu R = R$ (5)

$\uparrow$ $R - 3W - R_1\sin\alpha = 0$ (5)

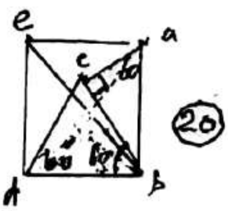
$R = W(3 + 2\sin2\alpha)$

$4W\cos^2\alpha = W(3 + 2\sin2\alpha)$ (5)

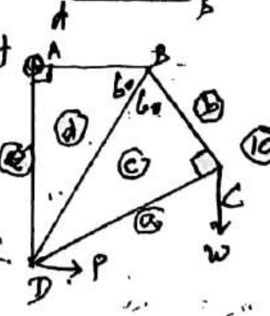
$2(1 + \cos2\alpha) = 3 + 2\sin2\alpha$

$\cos2\alpha - \sin2\alpha = \frac{1}{2}$

$\cos(2\alpha + \frac{\pi}{4}) = \frac{1}{2\sqrt{2}}$



b)



	Tension	Thrust
AB	$W\sqrt{3}/2$	–
BC	$W\sqrt{3}/2$	–
CD	–	$W/2$
DA (50)	W	–
DB	–	$W\sqrt{3}/2$

$P = \frac{W\sqrt{3}}{2}$, $R = \frac{\sqrt{3}}{2}$

(5) (5)