



| | | |
|--|--|---|
|  | <h2 style="margin: 0;">மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம் கிழக்கு மாகாணம்</h2> |  |
| <h3 style="margin: 0;">மாகாண மட்ட பொதுப் பரீட்சை க.பொ.த உயர்தரம் -2018- நவம்பர்</h3> | | |
| இணைந்த கணிதம் - I | தரம் 13 - (2019) | 3.0 மணி 10 நிமிடம் |

கட்டெண்..... பாடசாலை.....

அறிவுறுத்தல்கள்

- இவ்வினாத்தாள் பகுதி A (வினாக்கள் 1-10) பகுதி B (வினாக்கள் 11-17) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.
- பகுதி A :
எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. துரப்பட்டுள்ள இடத்தில் ஒவ்வொரு வினாவக்கும் உமது விடைகளை எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி B :
ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. துரப்பட்ட தாள்களில் உமது விடைகளை எழுதுக.
- ஒருக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B இற்கு மேலே இருக்கக்கூடாதாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி Bயை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

பரீட்சகரின் உபயோகத்திற்கு மட்டும்

| பகுதி | வினா எண் | புள்ளிகள் |
|---------|----------|-----------|
| A | 1 | |
| | 2 | |
| | 3 | |
| | 4 | |
| | 5 | |
| | 6 | |
| | 7 | |
| | 8 | |
| | 9 | |
| | 10 | |
| B | 11 | |
| | 12 | |
| | 13 | |
| | 14 | |
| | 15 | |
| | 16 | |
| | 17 | |
| மொத்தம் | | |

| | |
|------------------|--|
| வினாத்தாள் I | |
| வினாத்தாள் II | |
| மொத்தம் | |
| இறுதிப்புள்ளிகள் | |

இறுதிப் புள்ளிகள்

| | |
|-------------|--|
| இலக்கத்தில் | |
| எழுத்தில் | |

குறியீட்டெண்கள்

| | |
|---------------------------|--|
| விடைத்தாள் பரீட்சகர் | |
| புள்ளிகளைப் பரிசீலிதவர் 1 | |
| 2 | |
| மேற்பாரவை செய்தவர் | |

பகுதி A

1) $y = x^2 - 4$, $y = |x - 2|$ என்னும் வரைபுகளை ஒரே வரிப்படத்தில் வரைக. இதிலிருந்து $x^2 > |x - 2| + 4$ ஐத் தீர்க்க.

2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 - \cos 2x)}{\sqrt{3x^2 + 2} - \sqrt{2}}$ இன் பெறுமானம் காண்க.

3) $f(x) = kx^2 + 2x + (4k - 3)$ ஆகும் k ஒரு மாறிலி. x இன் எல்லா மெய்யப் பெறுமானங்களுக்கும் $f(x) > 0$ ஆக இருக்கும் k இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

4) வளையியொன்றில் யாதுமொரு புள்ளியின் ஆள்கூறு $x = 2 \cos \theta - \cos 2\theta$,
 $y = 2 \sin \theta - \sin 2\theta$ எனின் $\theta = \frac{\pi}{2}$ ஆகவுள்ள புள்ளியில் வரையப்பட்ட தொடலியின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

5) $\frac{d}{dx} \left[\frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \left(\frac{x}{a} \right) \right] = \sqrt{a^2 - x^2}$ எனக் காட்டுக. $\int \frac{x^2}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx$ ஐக் காண்க.

6) $y^2 = 4ax$, $x^2 = 4ay$ எனும் இரு வளையிகளினால் உள்ளடக்கப்படும் பிரதேசத்தின் பரப்பளவு $\frac{16a^2}{3}$ எனக் காட்டுக. இங்கு $a > 0$

7) $P(1,2)$ எனும் புள்ளிக்கூடாகச் செல்லும் கோடு x அச்சின் நேர் திசையுடன் $\tan^{-1}\frac{3}{4}$ எனும் கோணத்தை அமைக்கின்றது. புள்ளி P இலிருந்து 10 அலகுத்தூரத்தில் அக்கோட்டின் மீது உள்ள புள்ளிகளைக் காண்க.

8) $2x - y + 4 = 0$, $x + y - 5 = 0$ எனும் இரு கோடுகள் வெட்டும் புள்ளியினூடு செல்லும் நேர்கோட்டின் சமன்பாடு. $u \equiv 2x - y + 4 + \lambda(x + y - 5) = 0$ ஆகும். $\lambda \neq 1$
இக்கோடு $3x - 2y + p = 0$ இற்கு செங்குத்து எனின் λ இன் பெறுமானம் காண்க.
 $u = 0$ உம் $3x - 2y + p = 0$ உம் x அச்சில் இடை வெட்டின் $p = -22$ எனக்காட்டுக.

9) $5 \sin x + 12 \cos x = 2k - 3$ எனின் இச்சமன்பாடு மெய்தீர்வைக் கொண்டிருப்பதற்கு k எடுக்கக்கூடிய பெறுமானத்தைக் காண்க.

10) $0 < \alpha, \beta < \pi$ ஆகவும் $\cos \alpha + \cos \beta - \cos(\alpha + \beta) + 1 = \frac{3}{2}$ ஆகவும் இருப்பின் $\alpha = \beta = \frac{\pi}{3}$ எனக்காட்டுக.

பகுதி-B

11) a) $f(x) = x^2 + bx + c$, $g(x) = x^2 + qx + r$ என்க. இங்கு $b, c, q, r \in R$ உம் $c \neq r$ உம் ஆகும். $g(x) = 0$ இன் மூலங்கள் α, β என்க. $f(\alpha).f(\beta) = (c-r)^2 - (b-q)(cq-br)$ எனக்காட்டுக. இதில் இருந்தோ அல்லது வேறு வழியிலோ $f(x) = 0, g(x) = 0$ என்பவற்றுக்கு ஒரு பொதுமூலம் இருப்பின் $b-q, c-r, cq-br$ என்பன பெருக்கல் விருத்தி ஒன்றில் அமையும் எனக்காட்டுக. α, γ என்பன $f(x) = 0$ இன் மூலங்கள் எனின் β, γ ஐ மூலங்களாகக் கொண்ட சமன்பாடு $x^2 - \frac{(c+r)(q-b)}{(c-r)}x + \frac{cr(q-b)^2}{(c-r)^2} = 0$ எனக்காட்டுக.

b) $a > 0, a, b \in R$ ஆக இங்கு $f(x) = ax^2 + (a+b)x + b$ என்ற வளையியின் இழிவுப் பெறுமானத்தை காண்க. இதிலிருந்து வளையி x அச்சை தொடும் எனின் $a = b$ எனக்காட்டுக.

12) $f(x)$ என்பது படி 3 இலும் கூடியதும் x இல் உள்ளதுமான ஒரு பல்லுறுப்பியாகும். $f(x)$ ஆனது $(x+1), (x+2), (x+3)$ ஆகியவற்றினால் வகுபடும் போது மீதிகள் முறையே a, b, c ஆகும். மீதித் தேற்றத்தை திரும்பத் திரும்ப பயன்படுத்துவதன் மூலம் $f(x)$ ஆனது $(x+1)(x+2)(x+3)$ இனால் வகுக்கப்படும் போது மீதி $A(x+1)(x+2) + B(x+1) + C$ எடுத்துரைக்கப்படலாமெனக் காட்டுக. இங்கு A, B, C ஆகியன மாறிகள். A, B, C ஆகியவற்றை a, b, c ஆகியவற்றின் சார்பில் காண்க.

இதிலிருந்து $x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 5x + 7$ ஐ $(x+1)(x+2)(x+3)$ இனால் வகுக்கப்படும் போது பெறப்படும் மீதியைக் காண்க.

13) a) $y = \sin(\sin x)$ எனின் $\frac{d^2y}{dx^2} + \tan x \frac{dy}{dx} + y \cos^2 x = 0$ எனக்காட்டுக.

b) $f(x) = \frac{2x^2}{(x+2)(x-4)}$ இன் வரைபை முதற்பெறுதியைப் பயன்படுத்தி வரைக.

c) H உயரமுடைய தரப்பட்ட திண்மக்கூம்பு ஒன்றில் வெட்டி எடுக்கக்கூடிய மிகப்பெரிய திண்ம உருளையின் கனவளவிற்கும் கூம்பின் கனவளவிற்கும் உள்ள விகிதம் 4:9 எனக் காட்டுக.

14) a) பகுதிப் பின்னமாக்கல் முறை மூலம் தொகையிடுக.

$$\int \frac{x^3+1}{(x-1)^2(x^2+1)} dx$$

b) $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$ என நிறுவுக.

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{x}{\sin x + \cos x + 1} dx = \frac{\pi}{4} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x + \cos x + 1}$$
 எனக் காட்டுக

பொருத்தமான பிரதியீட்டை பயன்படுத்தி I இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

c) பகுதிகளாக தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி தொகையிடுக.

$$\int x^2 e^{ax} dx$$

15) $y = m_1x + c_1$, $y = m_2x + c_2$ என்னும் சமாந்தரமற்ற நேர்கோடுகள் இடைவெட்டின் அவற்றிற்கு இடையேயுள்ள கூர்ங்கோணம் θ எனின் $\tan \theta = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right|$ என நிறுவுக.

சாய் சதுரம் ஒன்றின் மூலைவிட்டங்களில் ஒன்று கோடு $2x + y - 1 = 0$ ஆகவும் சாய்சதுரத்தின் உச்சிகளில் ஒன்று $(2, -3)$ ஆகவும் இரு பக்கங்களுள் ஒன்று $y - x - 4 = 0$ என்னும் கோட்டின் வழியே கிடக்கின்றது. மூலைவிட்டங்கள் இடைவெட்டும் புள்ளியைக் காணாமல் பக்கங்களின் சமன்பாடுகளையும் மூலைவிட்டம் BD இன் சமன்பாட்டையும் காண்க. சாய்சதுரத்தின் பரப்பளவைக் காண்க.

16) a) $\sin \theta = n \sin(\theta + 2\alpha)$ எனின் $\tan(\theta + \alpha) = \left[\frac{1+n}{1-n} \right] \tan \alpha$ எனக் காட்டுக.

b) $\sin 2\theta = 2 \sin \theta \cos \theta$, $\cos 3\theta = 4 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta$ என நிறுவுக.

$$\sin 18^\circ = \frac{\sqrt{5}-1}{4} \text{ எனக் காட்டுக.}$$

c)

i) $4 \sin^2 x + \sin^2 2x = 3$, $0 \leq x \leq 2\pi$ எனும் வீச்சில் உள்ள தீர்வுகளைத் தருக.

ii) தீர்க்க $\sin^{-1}(1-x) - 2 \sin^{-1}(x) = \frac{\pi}{2}$.

17) a) $f(x) = 2(\sin^4 x + \cos^4 x) - \frac{4}{3}$ எனக் கொள்வோம். $f(x) = a + b \cos 4x$ எனும் வடிவில் தருக. இதில் a, b மெய் மாறிலிகள். $-\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ இல் $y = f(x)$ இன் பரும்படி வரைபை வரைக. வரைபை பயன்படுத்தி $3 \cos 4x + 1 = 0$ இன் தீர்வுகளைத் தருக $\left\{ -\frac{\pi}{2} \leq x < \frac{\pi}{2} \right\}$

b) சைன் நெறியை நிறுவுக.

$$a - b = kc \text{ எனின் } \sin\left(\frac{A-B}{2}\right) = k \cos \frac{C}{2} \text{ எனவும்}$$

$$\frac{k \sin A}{1 - k \cos B} = \frac{a}{b} \tan\left(\frac{A-B}{2}\right) \text{ எனவும் காட்டுக.}$$



மாகாணக் கல்வித் திணைக்களம் கிழக்கு மாகாணம்



மாகாண மட்ட பொதுப் பரீட்சை
க.பொ.த உயர்தரம் -2018- நவம்பர்

இணைந்த கணிதம் - II

தரம் 13 - (2019)

3.0 மணி 10 நிமிடம்

கட்டெண்.....

பாடசாலை.....

அறிவுறுத்தல்கள்

- இவ்வினாத்தாள் பகுதி A (வினாக்கள் 1-10) பகுதி B (வினாக்கள் 11-17) என்னும் இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.
- பகுதி A :
எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுதுக. துரப்பட்டுள்ள இடத்தில் ஒவ்வொரு வினாவக்கும் உமது விடைகளை எழுதுக. மேலதிக இடம் தேவைப்படுமெனின், நீர் மேலதிகத் தாள்களைப் பயன்படுத்தலாம்.
- பகுதி B :
ஐந்து வினாக்களுக்கு மாத்திரம் விடை எழுதுக. துரப்பட்ட தாள்களில் உமது விடைகளை எழுதுக.
- ஒருக்கப்பட்ட நேரம் முடிவடைந்ததும் பகுதி A ஆனது பகுதி B இற்கு மேலே இருக்கக்கூடாக இரு பகுதிகளையும் இணைத்துப் பரீட்சை மண்டப மேற்பார்வையாளரிடம் கையளிக்க.
- வினாத்தாளின் பகுதி Bயை மாத்திரம் பரீட்சை மண்டபத்திலிருந்து வெளியே எடுத்துச் செல்வதற்கு அனுமதிக்கப்படும்.

பரீட்சகரின் உபயோகத்திற்கு மட்டும்

| பகுதி | வினா எண் | புள்ளிகள் |
|---------|----------|-----------|
| A | 1 | |
| | 2 | |
| | 3 | |
| | 4 | |
| | 5 | |
| | 6 | |
| | 7 | |
| | 8 | |
| | 9 | |
| | 10 | |
| B | 11 | |
| | 12 | |
| | 13 | |
| | 14 | |
| | 15 | |
| | 16 | |
| | 17 | |
| மொத்தம் | | |
| சதவீதம் | | |

| | |
|------------------|--|
| வினாத்தாள் I | |
| வினாத்தாள் II | |
| மொத்தம் | |
| இறுதிப்புள்ளிகள் | |

இறுதிப் புள்ளிகள்

| | |
|-------------|--|
| இலக்கத்தில் | |
| எழுத்தில் | |

குறியீட்டெண்கள்

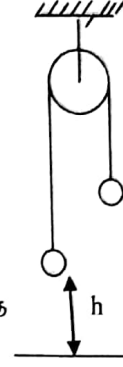
| | |
|---------------------------|---|
| விடைத்தாள் பரீட்சகர் | |
| புள்ளிகளைப் பரிசீலிதவர் 1 | |
| | 2 |
| மேற்பாரவை செய்தவர் | |

பகுதி A

1. ஓர் ஒப்பமான கிடைமேசைமீது ஒரே நேர்கோட்டின் வழியே ஒன்றையொன்று நோக்கி ஒரே கதி μ இல் இயங்கும் முறையே $2m$, $4m$ திணிவுளை உடைய A, B என்னும் இரு துணிக்கைகள் நேரடியாக மோதுகின்றன. மீளமைவுக்குணகம் $\frac{1}{2}$ ஆயின், மொத்தலுக்குச் சற்றுப்பின் B ஓய்வுக்கு வருமெனக் காட்டுக. மொத்தல் காரணமாக A மீது உஞ்றப்படும் கணத்தாக்கத்தின் பருமன் $4mv$ எனக் காட்டுக.

2. கிடைத்த தரையிலுள்ள ஒரு புள்ளியிலிருந்து ஒரு துணிக்கை கிடையுடன் கோணம் θ ($0 < \theta < \frac{\pi}{2}$) ஐ ஆக்கும் ஒரு திசையில் தொடக்க கதி μ உடன் எறியப்படுகின்றது. R என்பது தரையின் மீது எறிபடையின் கிடை வீச்சாகும். H என்பது துணிக்கை அடைந்த அதி உயர் உயரமாகும். $4H=R$ ஆயின் $\theta=45^\circ$ என நிறுவுக.

3. ஓர் ஒப்பமான நிலைத்த கப்பிக்கு மேலாகச்செல்லும் ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையின் இரு நுனிகளுடன் திணிவு $2m$ ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை P உம் திணிவு $3m$ உடைய வேறொரு துணிக்கை Q உம் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. படத்தில் காட்டப்பட்டவாறு இழை இறுக்கமாக இருக்க, $t=0$ இல் இத்தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. துணிக்கைகளின் ஆர்முடுகலைக் காண்க? துணிக்கை Q தரையை அடிக்கும் போது, P கப்பியை அடையவில்லை எனக்கொண்டு Q தரையை அடிக்க எடுத்த நேரத்தைக் h சார்பில் உய்த்தறிக.



4. $M Kg$ திணிவுடைய மோட்டார் வண்டியொன்று கிடையான மட்டமான தரையில் $R N$ தடைக்கு எதிராக சீக்கதி Vms^{-1} யில் இயங்குகின்றது. எஞ்சினின் வலு $H Kw$ ஆகும். இப்போது எஞ்சின் நிறுத்தப்பட்டால் வண்டி ஓய்வடைய முன் அமர்முடுகிச் செல்லும் தூரத்தை M, V, H சார்பில் காண்க.

5. புவியீர்ப்பின் கீழ் மேல்நோக்கி u கதியுடன் நிலைக்குத்தாக ஓர் துணிக்கை P எறியப்படுகின்றது. அதே நேரத்தில் h உயரத்திலிருந்து ஓர் இரண்டாம் துணிக்கை Q ஓய்விலிருந்து விழவிடப்படுகின்றது. இரண்டும் சந்திக்க எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க? இதிலிருந்து சந்திக்கும்போது இரண்டாம் துணிக்கை Q இன் கதி gh/u என உய்த்தறிக?

6. d அகலமுடைய நேரிய ஆறு ஒன்று சீர்க்கதி u உடன் பாய்கின்றது. ஆறு தொடர்பாக சீர்க்கதி v உடன் ($v > u$) நீந்தவல்ல ஒரு மனிதன் கரைக்குச்சமாந்தரமாக நீரோட்டத்திசையில் d தூரம் நீந்த எடுக்கும் நேரம் t_1 உம், நீரோட்டத்திசைக்கு எதிரான திசையில் d தூரம் நீந்த எடுக்கும் நேரம் t_2 உம் ஆகும். கரையிலுள்ள புள்ளியிலிருந்து நேர் எதிரே மறு கரையிலுள்ள ஓர் புள்ளியை அம்மனிதன் கடப்பதற்கு எடுக்கும் நேரம் $\sqrt{t_1 t_2}$ எனக் காட்டுக.

7. நீளம் a ஐ உடைய ஒரு நீட்டமுடியாத இழையின் ஒரு நுனி ஒரு நிலைத்த புள்ளி O உடனும் மற்றைய நுனி திணிவு m ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை P உடனும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. துணிக்கை O இற்கு நிலைக்குத்தாக கீழே ஓய்வில் தொங்குகின்றது. அதற்கு பருமன் $u = \sqrt{2ag}$ ஐ உடைய ஒரு கிடை வேகம் தரப்படுகின்றது. இழை கோணம் θ இனாடாகத் திரும்பி இன்னும் இறுக்கமாக இருக்கும்போது துணிக்கையின் கதி v ஆனது $v^2 = 2ag \cos \theta$ இனால் தரப்படுமெனக் காட்டுக.

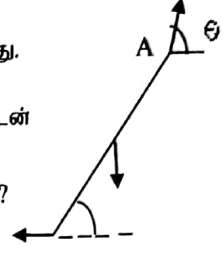
8. வழக்கமான குறிப்பீட்டில் $2i+3j, 3j$ என்பன ஒரு நிலைத்த புள்ளி O பற்றி A, B என்னும் இரு புள்ளிகளின் தானக்காவிகளெனக் கொள்வோம். C ஆனது நேர்கோடு OB மீது, $\angle OCA = \frac{2\pi}{3}$ ஆகுமாறு உள்ள புள்ளி என்க. $\overline{OC} = \lambda j$ ($\lambda < 3$) ஆயின் λ ஐ காண்க.

9. AB என்னும் W நிறையுடைய சீரான கோல் ஒன்று A யிலே ஒரு நிலைத்த புள்ளிக்கு

பிணைக்கப்பட்டு மறு நுனி B யில் ஓர் கிடைவிசை F இனால் இழுக்கப்படுகின்றது.

கோலின் கிடையுடனான சாய்வு 60° உம் பிணையலிலுள்ள மறுதாக்கம் கிடையுடன்

θ உம் ஆயின் $\tan\theta = 2\sqrt{3}$ எனக் காட்டுக. F இன் பருமனை W இற் காண்க?



10. Oxy தளத்திலுள்ள ஒரு விசைத்தொகுதி முறையே $(a,0), (a,a), (0,a)$ என்னும் புள்ளிகளில் தாக்கும்

$2j, i + j, 3i$ என்னும் மூன்று விசைகளைக் கொண்டுள்ளது. விசைகளை கூறுவடிவில் ஆள்கூற்றுத்தளமொன்றில்க்

காட்டுக. இங்கு a மீற்றரிலும், விசைகள் நியூற்றனிலும் உள்ளன. மேலும் தொகுதியின் வலஞ்சுழித்திருப்பம் a Nm

எனக் காட்டுக.

பகுதி B

- 11.a. புகையிரதம் ஒன்று ஓய்விலிருந்து முதல் 1Km தூரத்திற்கு சீரான முறையில் $f \text{ ms}^{-2}$ உடன் சென்று பின் உயர் கதி $v \text{ ms}^{-1}$ உடன் 3Km தூரம் ஓடி அதன் பின் இறுதியில் சிறிது தூரத்திற்கு அமர்முடிகல் $2f \text{ ms}^{-2}$ உடன் இயங்கி ஓய்விற்கு வருகின்றது. மோத்த நேரம் 10 நிமிடம் ஆயின் புகையிரதத்தின் இயக்கத்திற்கான வேக-நேர வரைபை பருமபடியாக வரைக. இதிலிருந்து
- புகையிரதம் அமர்முடிகிய தூரத்தைக் கணிக்க.
 - உயர்கதி $v = 10 \text{ ms}^{-1}$ எனக் காட்டுக.

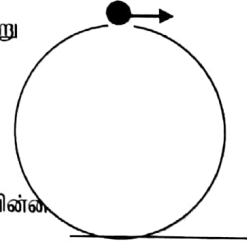
- b. b அகலமுடைய கார் ஒன்று நேரிய வீதிவழியே மட்டாக வீதி ஓரத்தால் சீர்க்கதி v உடன் இயங்குகின்றது. ஒரு குறித்த கணத்தில் காரிற்கு முன்பாக a தூரத்தில் அதே கரையில் ஒரு மனிதன் சீர்க்கதி u உடன் வீதியை கடக்க முற்படுகின்றான். மனிதன் வீதியை பாதுகாப்பாகக்

கடப்பதற்கு $u > \frac{vb}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ எனக் காட்டுக. அவன் மட்டு மட்டாக வீதியைக் கடப்பதற்கு

செல்லவேண்டிய திசை காரின் இயக்கத்திசையில் வீதியுடன் $\frac{\pi}{2} - \alpha$ எனக்காட்டுக.

இங்கு $\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)$ ஆகும்.

12. நிலைப்படுத்தப்பட்ட a ஆரையுடைய உருளை ஒன்று அதன் அச்ச கிடையாக இருக்குமாறு கிடைத்தளமொன்றில் நிலைப்படுத்தப்பட்டள்ளது. m திணிவுடைய துணிக்கை p ஆனது உருளையின் அதியுயர் புள்ளியில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. இதற்கு ஓர் கிடை வேகம் u கொடுக்கப்படுகின்றது. உருளையின் மையம் O ஆகும். OP ஆனது θ கோணம் சுழன்ற பின்னர் துணிக்கை இன்னமும் உருளையின் புள்ளி C யில் இருக்கும் எனக்கொள்வோம். C யில் துணிக்கையின் கதி v ஆனது $v^2 = u^2 + 2ag(1 - \cos\theta)$ என்பதால் தரப்படும் எனக் காட்டுக. இந்நிலையில் துணிக்கைமீது உருளையால் கொடுக்கப்படும் மறுதாக்கத்தைக் காண்க? உருளையின் மீது இவ்வியக்கம் சாத்தியமாவதற்கு $u < \sqrt{ag}$ ஆதல் வேண்டுமெனக் காட்டுக? $u^2 = \frac{ag}{2}$ ஆயின் $\theta = \alpha$ இல் துணிக்கை உருளையை விட்டு விலகும் எனக்காட்டுக. இங்கு $\cos\alpha = \frac{5}{6}$ ஆகும். இந்நிலையில் P இன் வேகத்தைக் காண்க. தொடர்ந்து நடைபெறும் இயக்கத்தில் p ஆனது புவிமீட்டில் இயங்கி கிடைத் தளத்தை அடிக்க எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க?



13. a. 1000Kg திணிவுள்ள ஒரு கார், அதன் எஞ்சின் நிறுத்தப்பட்ட நிலையில், கிடைப்புடன் சாய்வு α

இல் உள்ள ஒரு நேர் வீதிவழியே, இங்கு $\sin \alpha = \frac{1}{20}$, ஒரு குறித்த மாறாக்கதியுடன் கீழ்நோக்கி

இயங்குகின்றது. புவியீர்ப்பிலான ஆர்முடுகல் $g=10\text{ms}^{-2}$ எனக்கொண்டு காரின் இயக்கத்திற்கான தடையை நியூட்டனில் காண்க. கார் இத்தடையின் கீழ் அவ்விதி வழியே மேல்நோக்கி மாறாக்கதி 20ms^{-1} உடன் செல்லுமாயின் காரின் எஞ்சினின் வலு 20 KW எனக் காட்டுக.

b. ஆப்பு ஒன்றின் குறுக்கு வெட்டுமுகம் உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளது. m திணிவுத்

துணிக்கை P ஒன்று $\frac{\pi}{6}$ சரிவுடைய, 3m திணிவுள்ள ஆப்பின் முகத்தின்

மீது காட்டப்பட்டுள்ள ஒப்பமான முகத்தின் வழியே A இல் ஓய்விலிருந்து

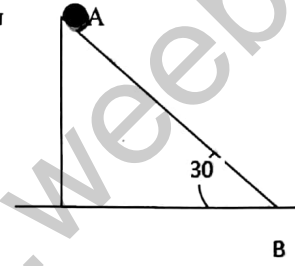
விடப்படுகின்றது. $AB = a$ ஆகும். ஆப்பின் அடியானது ஓர் ஒப்பக் கிடை

நிலத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ளது. துணிக்கை P யின் ஆப்பு சார்பான

ஆர்முடுகலைக் காண்க. P ஆனது ஆப்பின் அடியை அடையும்போது

அதன் வேகம் யாது? இப்போது P ஆனது ஆப்பின் அடியின்மீது B இல் ஓட்டிக்கொள்கின்றது.

இதன் பின்னர் ஆப்பின் இயக்கம் பற்றி யாது கூறலாம்?



14. a. ஏழு இலேசான கோல்களாலான சட்டப்படல்

ஒன்று அருகில் காட்டப்பட்டுள்ளது. CD தவிர்ந்த

ஏனையவை சம கோல்களாகும். Cயில் 100N

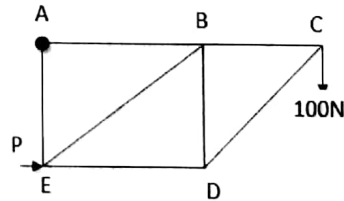
சுமை கட்டப்பட்டுள்ளது. E யில் ஓர் கிடை

விசை P யினால் ED கிடையாகவும், AE கிலைக்குத்தாகவும் இருக்குமாறு பேணப்படுகின்றது.

தொகுதி A யில் பிணைக்கப்பட்டு சமநிலை பேணப்படின், P யின் பருமன் 200N எனக் காட்டுக.

A யிலுள்ள தாக்கத்தின் கிடை, நிலைக்குத்துக் கூறுகளைக் கண்டு, போவின் குறிப்பிட்டப்

பயன்படுத்தி தகைப்பு வரிப்படம் வரைந்து, கோல்களிலுள்ள தகைப்புக்களைக் காண்க.



b. வழக்கமான குறிப்பீட்டில் $3i, 3j$ என்பன ஒரு நிலைத்த புள்ளி உற்பத்தி O பற்றி முறையே A, B

என்னும் இரு புள்ளிகளின் தானக் காவிகள் ஆகும். P ஆனது நேர்கோடு AB மீது $AP:PB = 2:1$

அகுமாறு உள்ள புள்ளியாகும். P இன் தானக் காவியைக் காண்க. OABC ஓர் இணைகரம்

ஆகுமாறு புள்ளி C இன் தானக் காவியைக் காண்க. மேலும் OP ஆனது AC ஐ புள்ளி Q இல்

வெட்டுமாயின் புள்ளி Q இன் தானக் காவி $\vec{OQ} = \frac{3}{5}(i + 2j)$ எனக் காட்டுக.

15. ஒவ்வொன்றும் W நிறையும் 2a நீளமும் உடைய சீரான நான்கு சம கோல்கள்

AB, BC, CD, DA என்பன முனைக்குமுனை மூட்டப்பட்டுள்ளன. 2b இடைத்தாரத்திலுள்ள இரு

ஒப்பமான முனைகள் மீது கோல்கள் AB, AD தங்கி இருக்குமாறு A ஆகவும் மேலாகவும் C

ஆகவும் கீழாகவும், C யில் ஓர் நிறை W தொங்கவிடப்பட்டுள்ளது. சமநிலையில் ABCD ஓர்

சாய்சதுரம் ஆகும். கோல்கள் AB, AD என்பன நிலைக்குத்துடன் θ கோணத்தை ஆக்குமாறு தொகுதி சமநிலையில்

உள்ளது. முனைகளிலுள்ள மறுதாக்கத்தைக் காண்டு, மூட்டு B இலுள்ள தாக்கத்தின்

கிடைக்கறைக் காண்க. B இலுள்ள மறுதாக்கம் நிலைக்குத்துடன் α கோணத்தை

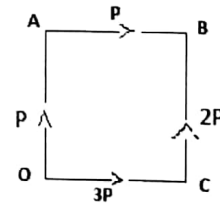
அமைப்பின் $3Tan\alpha = 2Tan\theta$ எனக் காட்டுக.

16. a. OABC என்பது a m பக்கமுடைய ஓர் சதுரம் என்க.

இங்கு O உற்பத்தி ஆகும். C, A என்பன முறையே

X, Y அச்சவழியே உள்ளன எனக் கொள்வோம். விசைகள்

N இல் அளக்கப்படுகின்றன என்க.



i. விசைகளின் விளையுளின் பருமன் $5P N$ எனக் காட்டி, இதன் திசை, தாக்கக்கோட்டின் சமன்பாடு ஆகியவற்றைக் காண்க.

ii. விளையுளின் தாக்கக் கோடு புள்ளி A யிலூடாகச் செல்வதற்கு, தொகுதியில் மேலதிகமாகச் சேர்க்கப்பட வேண்டிய திருப்பத்தின் பருமன் யாது?

iii. தரப்பட்ட முன்னைய தொகுதியில் ஒரு மேலதிக விசை, புதிய தொகுதி ஒரு இடஞ்சுழித்திருப்பம் $8aP Nm$ ஐ உடைய ஓர் இணைக்குச் சமவலுவுள்ளதாக இருக்குமாறு, பகுத்தப்படுகின்றது. மேலதிக விசையின் பருமன், திசை, தாக்கக் கோட்டின் சமன்பாடு ஆகியவற்றைக் காண்க.

b. a ஆரையும் W நிறையும் உடைய திண்ம அரைக்கோளமொன்று ஓர் ஒப்பக் கிடைத்தரையில் அதன் வளைபரப்பு தொட்ட வண்ணம் உள்ளது. ஓர் $a/2$ நீளமுள்ள நீளா இளையினால் அதன் விளிம்பு கட்டப்பட்டு இழையின் மறு நுனி தரைக்கு இணைக்கப்படுகின்றது. சமநிலையில் அரைக்

கோளத்தின் தள அடியானது கிடையுடன் θ கோணத்தை ஆக்குகின்றது. θ ஐக் கண்டு

இழையிலுள்ள இழுவை $\frac{\sqrt{3}}{8}W$ எனக் காட்டுக.

17. ஒரு சீரான பாரமான கோல் AB யின் முனை B ஆனது கரட்டுக்கிடைத்தரையில் தொட்டுக் கொண்டும் மறுமுனை A ஆனது ஓர் நீளா இழையினாலும் தாங்கப்படுகின்றது. இழையின் நிலைக்குத்துடனான அதிகூடிய சாய்வு θ உம், கோலின் கிடையுடனான சாய்வு α உம் ஆகும். கோல் எல்லைச் சமநிலையில் இருப்பின்

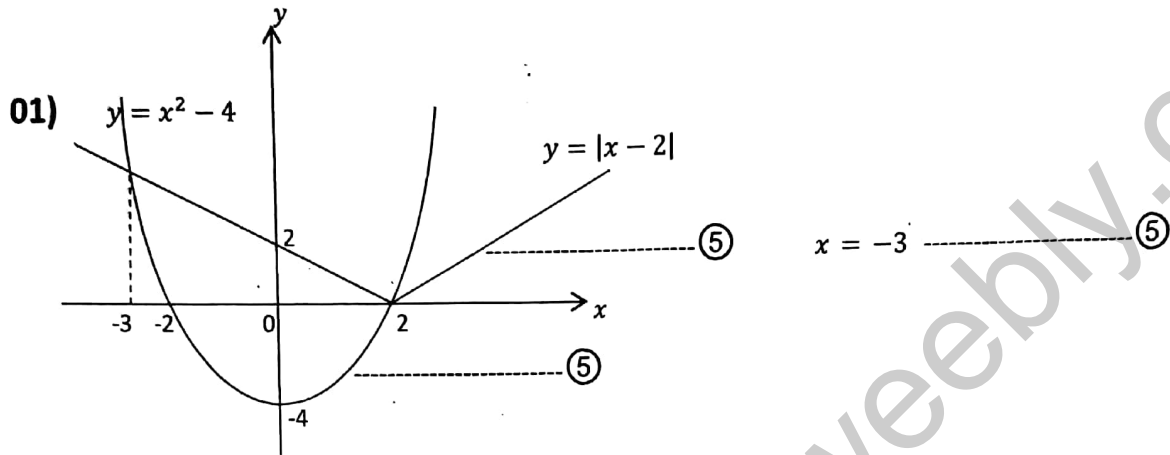
i. இழை கட்டப்படத்தக்க சாத்தியமான இரு வரிப்படங்களையும் வரைக.

ii. $\cot \theta = \frac{1}{\mu} \pm 2 \tan \alpha$ எனக் காட்டுக

Marking Scheme -2018

Combined Mathematics -1

Part - A



$$x^2 - 4 > |x - 2|$$

ඉරටු $x < -3$ or $x > 2$ ----- ⑤+⑤

25

02)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x (\sqrt{3x^2 + 2} + \sqrt{2})}{(\sqrt{3x^2 + 2} - \sqrt{2})(\sqrt{3x^2 + 2} + \sqrt{2})} \text{-----} \text{⑤+⑤}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x (\sqrt{3x^2 + 2} + \sqrt{2})}{3x^2}$$

$$\frac{2}{3} \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2 \times \lim_{x \rightarrow 0} (\sqrt{3x^2 + 2} + \sqrt{2})$$

$$\frac{2}{3} \times 1 \times 2\sqrt{2} \text{-----} \text{⑤+⑤}$$

$$\frac{4\sqrt{2}}{3} \text{-----} \text{⑤}$$

25

03) $f(x) > 0$ ஆவதற்கு

$$k > 0 \text{ \& } \Delta < 0 \text{ ----- } \textcircled{5} + \textcircled{5}$$

$$4 - 4k(4k - 3) < 0 \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$(4k + 1)(k - 1) < 0$$



$$k > 1 \text{ ----- } \textcircled{10}$$

25

04) $\frac{dx}{d\theta} = -2 \sin \theta + 2 \sin 2\theta$, $\frac{dy}{d\theta} = 2 \cos \theta - 2 \cos 2\theta$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\cos \theta - \cos 2\theta}{-\sin \theta + \sin 2\theta} \text{ ----- } \textcircled{10}$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{\theta=\pi/2} = -1 \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$P \equiv (1, 2) \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$y + x - 3 = 0 \text{ ----- } \textcircled{5}$$

25

05) $\frac{d}{dx} \left(\frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \left(\frac{x}{a} \right) \right)$
 $= \frac{1}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{x}{2} \times \frac{-2x}{2\sqrt{a^2 - x^2}} + \frac{a^2}{2} \times \frac{ax^{1/a}}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ ----- $\textcircled{5} + \textcircled{5}$
 $= \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{2} - \frac{x^2}{\sqrt{a^2 - x^2}} + \frac{a^2 x}{2\sqrt{a^2 - x^2}}$

$$\int \frac{x^2}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = - \int \frac{(a^2 - x^2) - a^2}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx$$

$$= - \int \sqrt{a^2 - x^2} dx + a^2 \int \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$= - \left[\frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \sin^{-1} \left(\frac{x}{a} \right) \right] + a^2 \sin^{-1} \left[\frac{x}{a} \right] + c \text{ ----- } \textcircled{5} + \textcircled{5}$$

25

08) $2x - y + 4 + \lambda(x + y - 5) = 0$
 $(2 + \lambda)x + (\lambda - 1)y + 4 - 5\lambda = 0$

$$\frac{-(2+\lambda)}{\lambda-1} = -\frac{2}{3} \dots\dots\dots \textcircled{5} + \textcircled{5}$$

$$\lambda = -8 \dots\dots\dots \textcircled{5}$$

$$u \equiv 6x + 7y - 44 = 0 \dots\dots\dots \textcircled{5}$$

$$P = -22 \dots\dots\dots \textcircled{5}$$

25

09) $\frac{5}{13} \sin x + \frac{12}{13} \cos x = \frac{2k-3}{13} \dots\dots\dots \textcircled{5}$

$$\cos \alpha \cos x + \sin \alpha \sin x = \frac{2k-3}{13}$$

இங்கு $\cos \alpha = \frac{12}{13}$, $\sin \alpha = \frac{5}{13}$ ஆகும். $\dots\dots\dots \textcircled{5}$

$$\cos(x - \alpha) = \frac{2k-3}{13} \dots\dots\dots \textcircled{5}$$

இச் சமன்பாடு மெய்தீர்வை கொண்டிருப்பதற்கு

$$-1 \leq \cos(x - \alpha) \leq 1 \text{ ஆதல் வேண்டும். } \dots\dots\dots \textcircled{5}$$

$$-1 \leq \frac{2k-3}{13} \leq 1$$

$$-5 \leq k \leq 8 \dots\dots\dots \textcircled{5}$$

25

10) $2 \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) - 2 \cos^2\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) + 1 = \frac{3}{2} \dots\dots\dots \textcircled{5}$

$$4 \cos^2\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) - 4 \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) + 1 = 0$$

$$\left[2 \cos\frac{\alpha+\beta}{2} - \cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)\right]^2 + \sin^2\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) = 0 \dots\dots\dots \textcircled{5}$$

$$\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) = 0 \text{ \& } 2 \cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right) - \cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right) = 0 \dots\dots\dots \textcircled{5}$$

$$\alpha = \beta \dots\dots\dots \textcircled{5}$$

$$2 \cos(\alpha) = 1$$

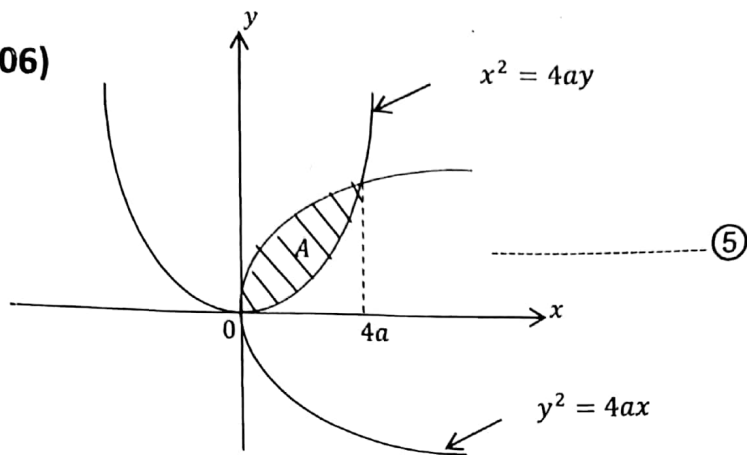
$$\cos(\alpha) = \frac{1}{2}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{3} = \beta \dots\dots\dots \textcircled{5}$$

$$[0 < \alpha, \beta < \pi]$$

25

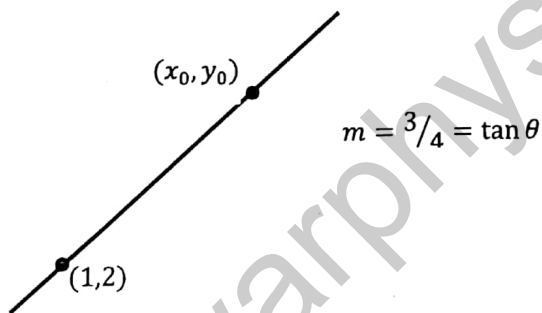
06)



$$\begin{aligned}
 A &= \int_0^{4a} \sqrt{4ax} \, dx - \int_0^{4a} \frac{x^2}{4a} \, dx \quad \text{----- ⑤} \\
 &= 2\sqrt{a} \left[\frac{x^{3/2}}{3/2} \right]_0^{4a} - \frac{1}{4a} \left[\frac{x^3}{3} \right]_0^{4a} \quad \text{----- ⑤+⑤} \\
 &= \frac{32a^2}{3} - \frac{16a^2}{3} \quad \text{----- ⑤} \\
 &= \frac{16a^2}{3}
 \end{aligned}$$

25

07)



$$\begin{aligned}
 \frac{x_0 - 1}{\cos \theta} &= \frac{y_0 - 2}{\sin \theta} = \pm 10 \quad \text{----- ⑤} \\
 \frac{x_0 - 1}{4/5} &= \frac{y_0 - 2}{3/5} = \pm 10
 \end{aligned}$$

⊕ → $x_0 = 9 \quad y_0 = 8 \quad (9, 8) \quad \text{----- ⑤}$

⊖ → $x_0 = -7 \quad y_0 = -4 \quad (-7, -4) \quad \text{----- ⑤}$

25

Part - B

11)

a) $g(x) = 0$, $x^2 + qx + r = 0$ மூலங்கள் α, β ஆகும்.

$$\alpha^2 + q\alpha + r = 0 \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$\beta^2 + q\beta + r = 0 \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$\alpha + \beta = -q$$

$$\alpha\beta = r$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha + \beta = -q \\ \alpha\beta = r \end{array} \right\} \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$f(\alpha) \cdot f(\beta) = (\alpha^2 + b\alpha + c)(\beta^2 + b\beta + c) \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$= \alpha^2\beta^2 + b\alpha\beta(\alpha + \beta) + c(\alpha^2 + \beta^2) + bc(\alpha + \beta) + c^2 + b^2\alpha\beta \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$= r^2 - bqr + c(q^2 - 2r) - bcq + c^2 + b^2r \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$= (c^2 - 2cr + r^2) - bqr + cq^2 - bcq + b^2r$$

$$= (c - r)^2 + q(cq - br) - b(cq - br) \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$= (c - r)^2 + (cq - br)(q - b)$$

$$= (c - r)^2 - (b - q)(cq - br) \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$f(x) = 0$, $y(x) = 0$ இற்கு ஒரு பொது மூலம் இருப்பின் $f(\alpha) = 0$ Or $f(\beta) = 0$ ஆகும். ----- $\textcircled{5}$

ஆகவே $f(\alpha) \cdot f(\beta) = 0$ ----- $\textcircled{5}$

$$(c - r)^2 - (b - q)(cq - br) = 0 \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$(c - r)^2 = (b - q)(cq - br) = 0$$

$$\frac{c-r}{b-q} = \frac{cq-br}{c-r} \text{ ----- } \textcircled{5}$$

எனவே $b - q$, $c - r$, $cq - br$ என்பன ஒரு பெருக்கல் விருத்தியில் அமையும். ----- $\textcircled{5}$

$f(x) = x^2 + bx + c = 0$ இன் மூலங்கள் α, γ

$$\alpha + \gamma = -b$$

$$\alpha\gamma = c$$

$$\left. \begin{array}{l} \alpha + \gamma = -b \\ \alpha\gamma = c \end{array} \right\} \text{-----} \textcircled{5}$$

$$\alpha^2 + b\alpha + c = 0 \longrightarrow (1)$$

$$\alpha^2 + q\alpha + r = 0 \longrightarrow (2)$$

$$(1) - (2) \Rightarrow (b - q)\alpha + (c - r) = 0 \text{-----} \textcircled{5}$$

$$\alpha = \frac{c-r}{q-b} \text{-----} \textcircled{5}$$

$$\alpha\gamma = c \text{ என்பதால் } \gamma = \frac{c}{\alpha} = \frac{c(q-b)}{c-r} \text{-----} \textcircled{5}$$

$$\alpha\beta = r \text{ என்பதால் } \beta = \frac{r}{\alpha} = \frac{r(q-b)}{c-r} \text{-----} \textcircled{5}$$

β, γ என்பவற்றை மூலங்களாக கொண்ட சமன்பாடு

$$(x - \beta)(x - \gamma) = 0 \text{-----} \textcircled{5}$$

$$x^2 - (\beta + \gamma)x + \beta\gamma = 0$$

$$x^2 - \frac{(c+r)(q-b)}{c-r}x + \frac{cr(q-b)^2}{(c-r)^2} = 0 \text{-----} \textcircled{10}$$

b) $f(x) = a \left[x^2 + \frac{a+b}{a}x + \frac{b}{a} \right]$

$$= a \left[\left(x + \frac{a+b}{2a} \right)^2 + \frac{4ab - (a+b)^2}{4a^2} \right]$$

$$= a \left(x + \frac{a+b}{2a} \right)^2 + \frac{4ab - (a+b)^2}{4a} \text{-----} \textcircled{10}$$

$$\forall x \in R \text{ இற்கு } \left(x + \frac{a+b}{2a} \right)^2 \geq 0 \text{-----} \textcircled{5}$$

$$a \left(x + \frac{a+b}{2a} \right)^2 \geq 0 \text{-----} \textcircled{5}$$

$$a \left(x + \frac{a+b}{2a} \right)^2 + \frac{4ab - (a+b)^2}{4a} \geq \frac{4ab - (a+b)^2}{4a} \text{-----} \textcircled{5}$$

$$f(x) \geq \frac{4ab - (a+b)^2}{4a}$$

$$\Rightarrow [f(x)]_{\min} = \frac{4ab - (a+b)^2}{4a} \text{ ----- } \textcircled{5}$$

வளையி x அச்சை தொடும் எனின்

$$\frac{4ab - (a+b)^2}{4a} = 0 \text{ ----- } \textcircled{10}$$

$$a = b \text{ ----- } \textcircled{5}$$

45

12) $f(-1) = a, \quad f(-2) = b, \quad f(-3) = c \text{ ----- } \textcircled{5} + \textcircled{5} + \textcircled{5}$

$$f(x) = (x+1)\phi(x) + a \text{ ----- } \textcircled{10}$$

$$\phi(x) = (x+2)h(x) + P \text{ ----- } \textcircled{10}$$

$$f(x) = (x+1)[(x+2)h(x) + P] + a$$

$$= (x+1)(x+2)h(x) + P(x+1) + a \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$h(x) = (x+3)g(x) + Q \text{ ----- } \textcircled{10}$$

$$f(x) = (x+1)(x+2)[(x+3)g(x) + Q] + P(x+1) + a$$

$$= (x+1)(x+2)(x+3)g(x) + Q(x+1)(x+2) + P(x+1) + a \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$Q = A, \quad P = B, \quad a = C \text{ என்க. ----- } \textcircled{5}$$

$$\text{மீதி } A(x+1)(x+2) + B(x+1) + C \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$C = a \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$x = -2 \Rightarrow f(-2) = B(-1) + a \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$B = a - b \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$x = -3 \Rightarrow f(-3) = A(-2)(-1) + B(-2) + a \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$c = 2A - 2B + a$$

$$c + 2(a - b) - a = 2A$$

$$A = \frac{1}{2}(a + c - 2b) \text{ ----- } \textcircled{5}$$

90

$$f(x) = x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 5x + 7 \text{ என்க. ----- } \textcircled{5}$$

$$f(-1) = 1 - 3 - 4 + 5 + 7$$

$$a = 6 \text{ ----- } \textcircled{10}$$

$$f(-2) = 16 - 24 - 16 + 10 + 7$$

$$b = -7 \text{ ----- } \textcircled{10}$$

$$f(-3) = 81 - 81 - 36 + 15 + 7$$

$$c = -14 \text{ ----- } \textcircled{10}$$

$$\text{மீத } A(x+1)(x+2) + B(x+1) + C \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$C = f(-1) = 6$$

$$B = a - b = 6 + 7 = 13 \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$A = \frac{1}{2}(a + c - 2b)$$

$$= \frac{1}{2}(6 - 14 - 2 \times -7)$$

$$= 3 \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$\text{மீத } = 3(x+1)(x+2) + 13(x+1) + 6 \text{ ----- } \textcircled{10}$$

60

3)

a) $y = \sin(\sin x)$

$$\frac{dy}{dx} = \cos(\sin x) \cdot \cos x \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -\sin(\sin x) \cdot \cos^2 x - \cos(\sin x) \cdot \sin x \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -y \cos^2 x - \frac{\sin x}{\cos x} \frac{dy}{dx} \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -y \cos^2 x - \tan x \frac{dy}{dx} \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} + \tan x \frac{dy}{dx} + y \cos^2 x = 0 \text{ ----- } \textcircled{5}$$

25

b) $y = \frac{2x^2}{(x+2)(x-4)}$

$$x = 0 \Rightarrow y = 0 \quad (0,0) \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$x = -2, x = 4 \text{ என்பன நிலைக்குத்து அணுகுகோடாகும். ----- } \textcircled{5}$$

$$x \rightarrow \pm\infty \Rightarrow y \rightarrow 2 \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$y = 2 \text{ ஒரு கிடை அணுகுகோடாகும்.}$$

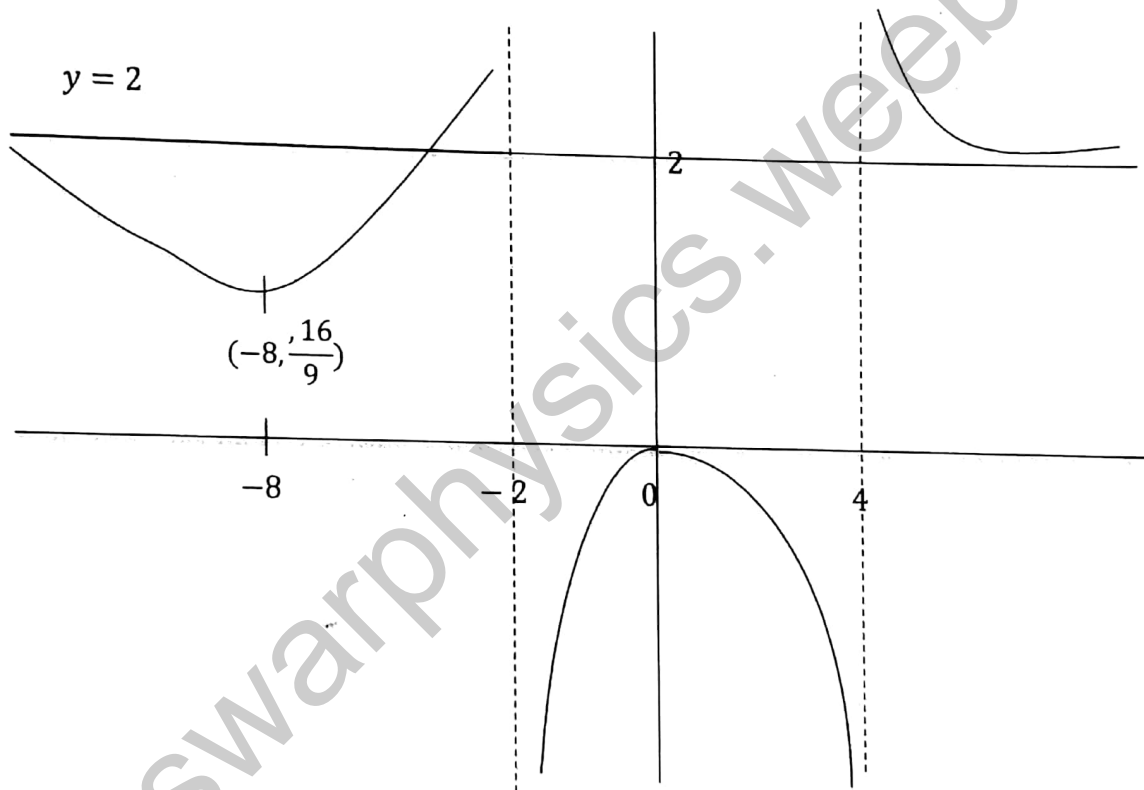
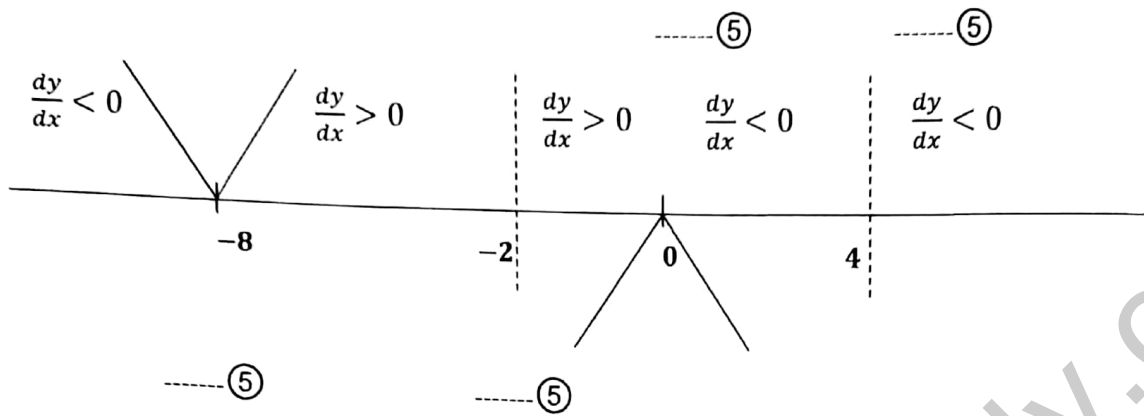
$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{(x+2)(x-4)4x - 2x^2(x+2+x-4)}{(x+2)^2(x-4)^2} \text{ ----- } \textcircled{10} \\ &= \frac{-4x(x+8)}{(x+2)^2(x-4)^2} \end{aligned}$$

$$\text{திரும்பல் புள்ளிகளில் } \frac{dy}{dx} = 0 \text{ ஆகும். ----- } \textcircled{5}$$

$$x = 0, x = -8 \text{ இல் திரும்பல் உண்டு. ----- } \textcircled{5}$$

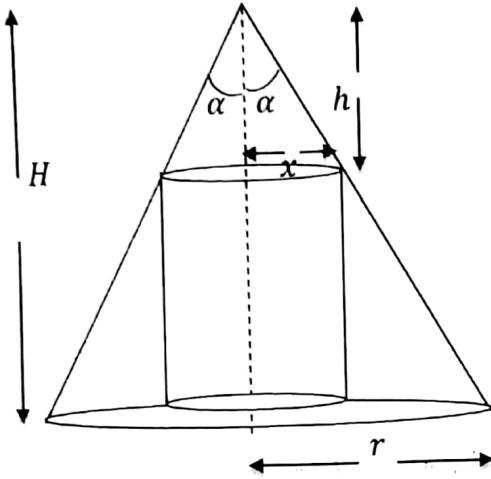
$$\text{உயர்வுப்புள்ளி} \equiv (0,0) \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$\text{இழிவுப்புள்ளி} \equiv \left(-8, \frac{16}{9}\right) \text{ ----- } \textcircled{5}$$



----- ⑮

c)



$$h = x \cot \alpha$$

$$r = 1 + \tan \alpha$$

$$V = \frac{1}{3} \pi H^3 \tan^2 \alpha$$

உருளையின் கனவளவு $V_0 = \pi x^2 (H - x \cot \alpha)$ ----- ⑤

$$\frac{dv_0}{dx} = 2\pi x (H - x \cot \alpha) - \pi x^2 \cot \alpha$$
 ----- ⑩

திரும்பல் புள்ளிகளில் $\frac{dv_0}{dx} = 0$

$x = 0$ Or $x = \frac{2H}{3} \tan \alpha$ ----- ⑤

$x = 0$, பொருத்தமற்றது, ஏனெனில் $x > 0$ ----- ⑤

$0 < x < \frac{2H}{3} \tan \alpha \Rightarrow \frac{dv_0}{dx} > 0$ ----- ⑩

$r > x > \frac{2H}{3} \tan \alpha \Rightarrow \frac{dv_0}{dx} < 0$

$x = \frac{2H}{3} \tan \alpha$ இல் V_0 இன் கனவளவு உயர்வடையும். ----- ⑤

$$\frac{V_0}{V} = \frac{\frac{4\pi H^3 \tan^2 \alpha}{27}}{\frac{\pi H^3 \tan^2 \alpha}{3}}$$

$$= \frac{4}{9}$$
 ----- ⑤

45

14)

$$a) \frac{x^3+1}{(x-1)^2(x^2+1)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{Cx+D}{x^2+1} \quad \text{-----} \textcircled{15}$$

$$x^3 + 1 = A(x-1)(x^2+1) + B(x^2+1) + (Cx+D)(x-1)^2$$

$$x^3 \text{ இன் குணகத்தை சமப்படுத்த } 1 = A + C$$

$$x^2 \text{ இன் குணகத்தை சமப்படுத்த } 0 = -A + B - 2C + D$$

$$x \text{ இன் குணகத்தை சமப்படுத்த } 0 = A + C - 2D$$

$$\text{எண் குணகத்தை சமப்படுத்த } 1 = -A + B + D$$

$$A = \frac{1}{2} \quad \text{-----} \textcircled{5}$$

$$B = 1 \quad \text{-----} \textcircled{5}$$

$$C = \frac{1}{2} \quad \text{-----} \textcircled{5}$$

$$D = \frac{1}{2} \quad \text{-----} \textcircled{5}$$

$$\int \frac{x^3+1}{(x-1)^2(x^2+1)} dx = \frac{1}{2} \int \frac{1}{x-1} dx + \int \frac{1}{(x-1)^2} dx + \frac{1}{2} \int \frac{x+1}{x^2+1} dx \quad \text{-----} \textcircled{5}$$

$$= \frac{1}{2} \ln|x-1| + \frac{(x-1)^{-1}}{-1} + \frac{1}{2} \int \frac{x}{x^2+1} dx + \frac{1}{2} \int \frac{1}{x^2+1} dx$$

$$= \frac{1}{2} \ln|x-1| - \frac{1}{(x-1)} + \frac{1}{4} \ln|x^2+1| + \frac{1}{2} \tan^{-1}(x^2+1) + C$$

--⑤

--⑤

--⑤

--⑤

C இல்லை எனின் 5 புள்ளிகள் குறைக்கவும்.

60

b) Proof (15)

$$I = \int_0^{\pi/2} \frac{x}{\sin x + \cos x + 1} dx$$

$$= \int_0^{\pi/2} \frac{\pi/2 - x}{\sin(\pi/2 - x) + \cos(x - \pi/2) + 1} dx \dots\dots\dots (5)$$

$$= \int_0^{\pi/2} \frac{\pi/2 - x}{\cos x + \sin x + 1} dx \dots\dots\dots (5)$$

$$2I = \pi/2 \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\cos x + \sin x + 1} dx \dots\dots\dots (5)$$

$$I = \pi/4 \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\cos x + \sin x + 1} dx$$

$t = \tan x/2$ என்க.

$$dt = \frac{1}{2} \sec^2 x/2 dx$$

$$\frac{2}{1+t^2} dt = dx \dots\dots\dots (5)$$

$$x = 0 \Rightarrow t = 0$$

$$x = \pi/2 \Rightarrow t = 1$$

$$I = \pi/4 \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\cos x + \sin x + 1} dx$$

$$I = \pi/4 \int_0^1 \frac{2}{\left[\frac{2t - 1 - t^2}{1+t^2} + \frac{1-t^2}{1+t^2} + 1 \right] (1+t^2)} dt \dots\dots\dots (5)$$

$$= \pi/4 \int_0^1 \frac{2}{2t + 2} dt$$

$$= \pi/4 \int_0^1 \frac{1}{1+t} dt \dots\dots\dots (5)$$

$$= \pi/4 [\ln|1+t|]_0^1 \dots\dots\dots (5)$$

$$= \pi/4 \ln 2 \dots\dots\dots (5)$$

$$c) \int x^2 e^{ax} dx = \frac{1}{a} x^2 e^{ax} - \frac{1}{a} \int 2x e^{ax} dx$$

$$\text{-----} \textcircled{5} \quad \text{-----} \textcircled{5}$$

$$= \frac{1}{a} x^2 e^{ax} - \frac{2}{a} \left[\frac{1}{a} x e^{ax} - \frac{1}{a} \int e^{ax} dx \right]$$

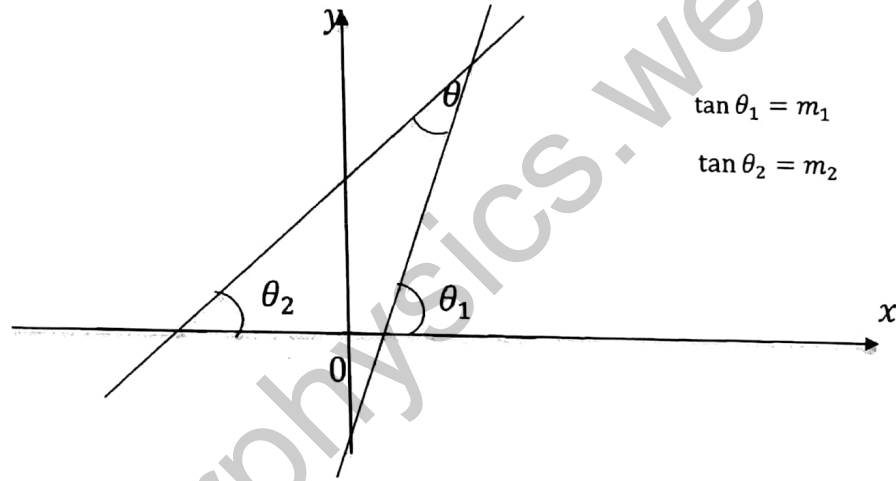
$$\text{-----} \textcircled{5} \quad \text{-----} \textcircled{5}$$

$$= \frac{1}{a} x^2 e^{ax} - \frac{2}{a^2} x e^{ax} + \frac{2}{a^2} \times \frac{e^{ax}}{a} + C \quad \text{-----} \textcircled{10}$$

$$= e^{ax} \left[\frac{1}{a} x^2 - \frac{2}{a^2} x + \frac{2}{a^3} \right] + C$$

30

15)



$$\theta = \theta_1 - \theta_2 \quad \text{-----} \textcircled{5}$$

$$\tan \theta = \tan (\theta_1 - \theta_2) \quad \text{-----} \textcircled{5}$$

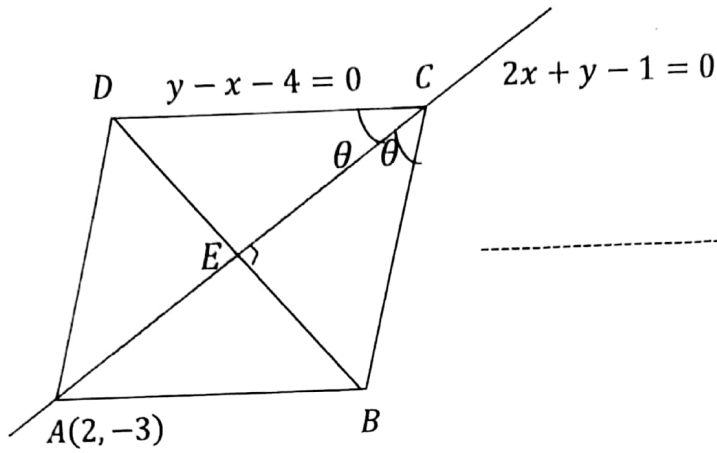
$$= \frac{\tan \theta_1 - \tan \theta_2}{1 + \tan \theta_1 \tan \theta_2} \quad \text{-----} \textcircled{5}$$

$$= \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$$

θ கூர்ங்கோணம் என்பதால்

$$\tan \theta = \left| \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2} \right| \quad \text{-----} \textcircled{5}$$

20



$$C = (-1, 3) \quad \text{-----} \quad (10)$$

$$\tan \theta = \left| \frac{m+2}{1-2m} \right| = \left| \frac{1+2}{1-2 \times 1} \right| \quad \text{-----} \quad (10)$$

$$= \frac{m+2}{1-2m} = \pm \frac{3}{+1} \quad \text{-----} \quad (5)$$

$$+ \Rightarrow m + 2 = 3 - 6m$$

$$7m = 1$$

$$m = \frac{1}{7} \quad \text{-----} \quad (5)$$

$$- \Rightarrow \frac{m+2}{1-2m} = -3$$

$$m + 2 = -3 + 6m$$

$$5m = 5$$

$$m = 1 \quad \text{-----} \quad (5)$$

$$M_{BC} = \frac{1}{7}$$

$$BC \text{ இன் சமன்பாடு } y - 3 = \frac{1}{7}(x + 1) \quad \text{-----} \quad (5)$$

$$7y - x - 22 = 0 \quad \text{-----} \quad (5)$$

$$AD \text{ இன் சமன்பாடு } y + 3 = \frac{1}{7}(x - 1) \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$7y - x + 22 = 0 \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$AB \text{ இன் சமன்பாடு } y + 3 = 1(x - 2) \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$y - x + 5 = 0 \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$B \equiv \left(\frac{19}{2}, \frac{9}{2}\right) \text{ ----- } \textcircled{10}$$

$$BD \text{ இன் சமன்பாடு } y - \frac{9}{2} = \frac{1}{2}\left(x - \frac{19}{2}\right) \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$2y - 9 = x - \frac{19}{2}$$

$$2y - x + \frac{1}{2} = 0$$

$$4y - 2x + 1 = 0 \text{ ----- } \textcircled{5}$$

95

$$AC = \sqrt{45} \text{ ----- } \textcircled{10}$$

$$BE = \left| \frac{2 \times \frac{19}{2} + \frac{9}{2} - 1}{\sqrt{5}} \right| \text{ ----- } \textcircled{10}$$

$$= \frac{45}{2\sqrt{5}} \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$\text{பரப்பளவு} = AC \cdot BE$$

$$= \sqrt{45} \times \frac{45}{2\sqrt{5}} \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$= 67.5 \text{ சதுர அடி} \text{ ----- } \textcircled{5}$$

35

16)

a) $\frac{\sin(\theta+2\alpha)}{\sin \theta} = \frac{1}{n}$

$$\frac{\sin(\theta+2\alpha)+\sin \theta}{\sin(\theta+2\alpha)-\sin \theta} = \frac{1+n}{1-n} \quad \text{-----} \textcircled{10}$$

$$\frac{2\sin(\theta+\alpha).\cos \alpha}{2\cos(\theta+\alpha).\sin \alpha} = \frac{1+n}{1-n} \quad \text{-----} \textcircled{5} + \textcircled{5}$$

$$\tan(\theta + \alpha) = \frac{1+n}{1-n} \tan \alpha \quad \text{-----} \textcircled{5}$$

25

b) $\sin 2\theta$ ----- நிறுவல். 10

$\cos 3\theta$ ----- நிறுவல். 15

$\theta = 18^\circ$ என்க.

$5\theta = 90^\circ$ ----- $\textcircled{5}$

$3\theta = 90^\circ - 2\theta$

$\cos 3\theta = \sin 2\theta$ ----- $\textcircled{5}$

$4\cos^3 \theta - 3\cos \theta = 2\sin \theta \cos \theta$ ----- $\textcircled{5}$

$4\cos^2 \theta - 2\sin \theta - 3 = 0 \quad \cos \theta \neq 0$

$4 - 4\sin^2 \theta - 2\sin \theta - 3 = 0$

$4\sin^2 \theta + 2\sin \theta - 1 = 0$ ----- $\textcircled{5}$

$\sin \theta = \frac{-2 \pm \sqrt{20}}{8}$

$\sin \theta = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{4}$ ----- $\textcircled{5}$

$\sin 18^\circ > 0 \Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{5}-1}{4}$ ----- $\textcircled{5}$

30

c)

i) $4 \sin^2 x + \sin^2 2x = 3$

$$4 \sin^2 x + 4 \sin^2 x \cos^2 x = 3 \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$4 \sin^2 x + 4 \sin^2 x - 4 \sin^4 x - 3 = 0$$

$$4 \sin^4 x - 8 \sin^2 x + 3 = 0 \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$(2 \sin^2 x - 1)(2 \sin^2 x - 3) = 0 \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{2} \quad \text{Or} \quad \sin^2 x = \frac{3}{2}$$

$$\sin^2 x = \frac{3}{2} \text{ பொருத்தமற்றது. } (-1 \leq \sin x \leq 1) \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$\sin x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$\sin x = \sin(\pm \pi/4)$$

$$x = n\pi \pm (-1)^n \pi/4 \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$n \in Z \text{ தீர்வுகள் } \frac{3\pi}{4}, \frac{5\pi}{4}, \frac{7\pi}{4} \text{ ----- } \textcircled{10}$$

40

ii) $\sin^{-1}(1-x) = \alpha$ $\sin^{-1}(x) = \beta$ ----- $\textcircled{5}$

$$\sin \alpha = 1 - x \quad \sin \beta = x$$

$$\alpha - 2\beta = \frac{\pi}{2} \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{2} + 2\beta$$

$$\sin \alpha = \cos 2\beta \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$\sin \alpha = 1 - 2 \sin^2 \beta$$

$$1 - x = 1 - 2x^2$$

$$2x^2 - x = 0 \text{ ----- } \textcircled{5}$$

$$x = 0 \quad \text{Or} \quad x = \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{1}{2} \quad \text{இனை இட } L.H.S \neq R.H.S \quad \text{-----} \textcircled{5}$$

$$x = 0 \quad \text{இனை இட } L.H.S = R.H.S \quad \text{-----} \textcircled{5}$$

ஆகவே $x = 0$ இச் சமன்பாட்டின் தீர்வு ஆகும்.

30

17)

$$\text{a) } f(x) = 2(\sin^4 x + \cos^4 x) - \frac{4}{3}$$

$$= 2[(\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2 \sin^2 x \cos^2 x] - \frac{4}{3} \quad \text{-----} \textcircled{5}$$

$$= 2 - 4 \sin^2 x \cos^2 x - \frac{4}{3}$$

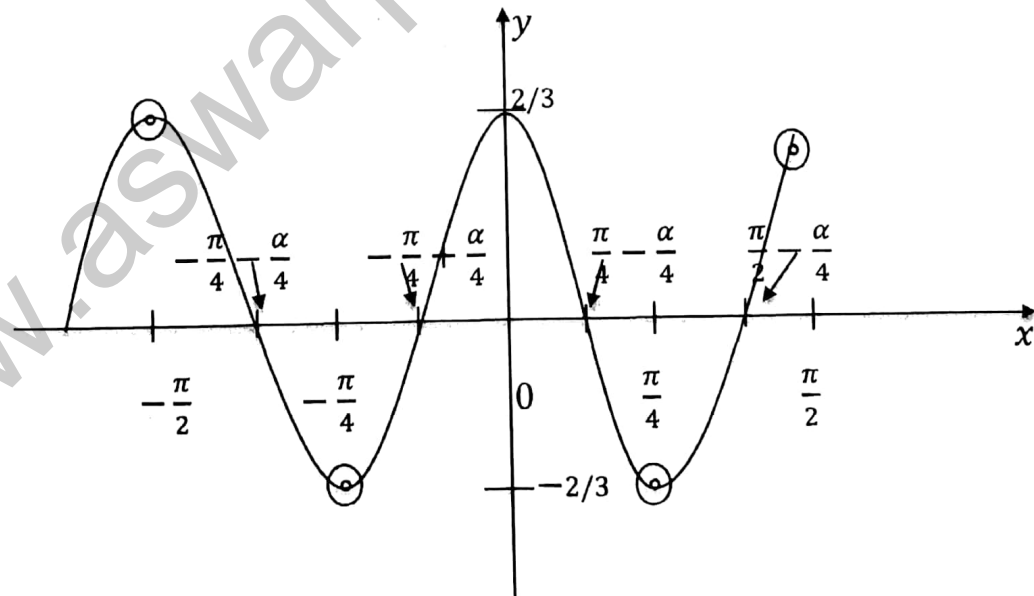
$$= \frac{2}{3} - \sin^2 2x \quad \text{-----} \textcircled{5}$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \cos 4x \quad \text{-----} \textcircled{5}$$

$$a = \frac{1}{6}, \quad b = \frac{1}{2} \quad \text{-----} \textcircled{5}$$

$$[f(x)]_{\max} = \frac{2}{3} \quad \text{-----} \textcircled{5}$$

$$[f(x)]_{\min} = -\frac{2}{3} \quad \text{-----} \textcircled{5}$$



உயர்வுப்புள்ளி காண்பதற்கு ----- ⑩

இழிவுப்புள்ளி காண்பதற்கு ----- ⑩

வெட்டுப்புள்ளி காண்பதற்கு ----- ⑩

வரைபு வரைபதற்கு ----- ⑩

தீர்வுகள் $\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{4}$, $\frac{\pi}{2} - \frac{\alpha}{4}$, $-\frac{\pi}{4} + \frac{\alpha}{4}$, $-\frac{\pi}{4} - \frac{\alpha}{4}$ ----- ⑩

80

சைன் விதி நிறுவல்

20

b) $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$

$$\frac{\sin A - \sin B}{a - b} = \frac{\sin C}{c} \text{ ----- ⑤}$$

$$\frac{c}{a - b} = \frac{\sin C}{\sin A - \sin B} = \frac{1}{k} \text{ ----- ⑤}$$

$$\sin A - \sin B = k \sin C \text{ ----- ⑤}$$

$$2 \cos \frac{(A+B)}{2} \sin \frac{(A-B)}{2} = 2k \sin \frac{C}{2} \cos \frac{C}{2} \text{ ----- ⑤}$$

$$\sin \frac{(A-B)}{2} = k \cos \frac{C}{2} \text{ ----- ⑤}$$

25

$$\frac{k \sin A}{1 - k \cos B} = \frac{\frac{a-b}{c} \sin A}{1 - \frac{a-b}{c} \cos B} \quad \text{-----} \quad \textcircled{5}$$

$$= \frac{(a-b) \sin A}{c - (a-b) \cos B}$$

$$= \frac{(a-b) \sin A}{b \cos A + b \cos B} \quad [c = a \cos B + b \cos A] \quad \text{-----} \quad \textcircled{5}$$

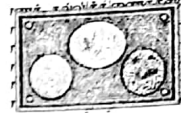
$$= \frac{a-b}{b} \times \frac{\sin A}{\cos A + \cos B}$$

$$= \frac{\sin A}{\sin B} \times \frac{\sin A - \sin B}{\cos A + \cos B} \quad \text{-----} \quad \textcircled{5}$$

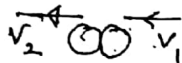
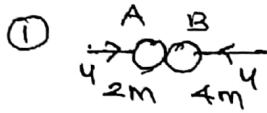
$$= \frac{\sin A}{\sin B} \times \frac{2 \cos \frac{A+B}{2} \cdot \sin \frac{A-B}{2}}{2 \cos \frac{A+B}{2} \cdot \cos \frac{A-B}{2}} \quad \text{-----} \quad \textcircled{5}$$

$$= \frac{a}{b} \tan \left(\frac{A-B}{2} \right) \quad \text{-----} \quad \textcircled{5}$$

25



Marking Scheme - 2018
 Combined Mathematics - II



Note
 If they use
 Conservation
 of Linear Mome.
 ntum.
 Give (10).

~~Use~~ - A

~~* I = Δm for A.~~

$I = 2m(v_2 + u)$ — (1) — (5)

for B → $I = 4m(-v_1 + u)$ — (2) — (5)

$2(v_2 + u) = 4(4 - v_1)$

$4v_1 + 2v_2 = 2u$

$2v_1 + v_2 = u$ — (3)

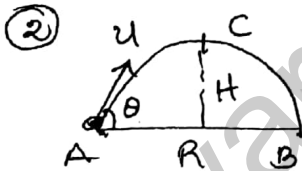
Newton's law of restitu
 tion.
~~* $v_2 - v_1 = \left(\frac{-1}{2}\right)(-u - u)$ — (4)~~

$v_2 - v_1 = u$ — (4)

(3), (4) ⇒ $3v_1 = 0 ⇒ v_1 = 0$ — (5)
 $v_2 = u$

(1) ⇒ $I = 4mu$ — (5)

25



A → B ↑ $0 = u \sin \theta t - \frac{1}{2} g t^2$ — (1)

$t = \frac{2u \sin \theta}{g}$ — (2)

→ $S = ut$

$R = u \cos \theta \cdot \frac{2u \sin \theta}{g}$ — (3)

$R = \frac{2u^2 \sin \theta \cos \theta}{g}$ — (2)

A → C ↑ $0 = (u \sin \theta)^2 - 2gH$ — (3)

$H = \frac{u^2 \sin^2 \theta}{2g}$ — (2)

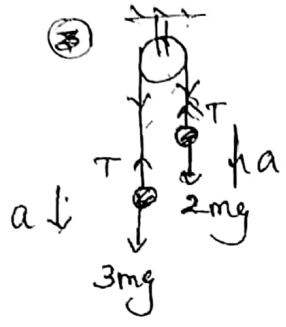
(3) / (2) ⇒ $\frac{H}{R} = \frac{\sin^2 \theta}{4 \sin \theta \cos \theta}$ — (5)

$4H = R ⇒ \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \tan \theta$

$\tan \theta = 1$ — (5)
 $\theta = 45^\circ$

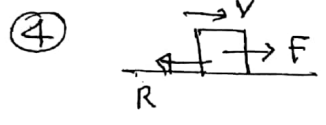
25

Page 2



For ϕ $\uparrow -T + 3mg = 3ma$ — (5)
 For ϕ $\uparrow -2mg + T = 2ma$ — (5)
 all $a = g/5$ — (5)
 For ϕ $\downarrow s = ut + \frac{1}{2}at^2$
 $h = 0 + \frac{1}{2} \times \frac{g}{5} \times t^2$ — (5)
 $t = \sqrt{\frac{10h}{g}}$ — (5)

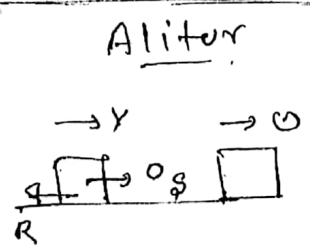
25



$\rightarrow F = ma$
 $F - R = M(a)$
 $F = R$ — (5)
 But $H \times 10^3 = F \times V$ — (5)
 $\therefore F = \frac{1000H}{V} = R$ — (1)

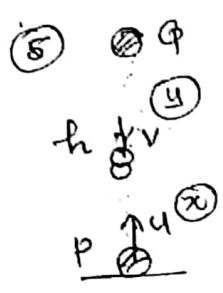
\rightarrow
 $82000 = \frac{1}{2} M V^2$
 $-R s = 0 - \frac{1}{2} M V^2$ — (5)
 $s = \frac{M V^2}{2R}$ — (5)
 $= \frac{M V^2}{2 \times \frac{1000H}{V}}$
 $s = \frac{M V^3}{2000H}$ — (5)

25



Aliter $\rightarrow F = ma$ First (1) and
 $-R = Ma$ — (5)
 $a = -R/M$
 $v^2 = u^2 + 2as$ — (5)
 $0 = v^2 - \frac{2R}{M} s$
 $s = \frac{M V^2}{2R} = \frac{M V^3}{2000H}$ — (5)

(3)



$$x = ut - \frac{1}{2}gt^2 \quad (5)$$

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \quad (5)$$

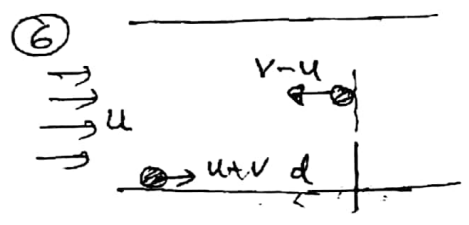
$$x + y = ut$$

$$h/u = t \quad (5) \quad (10)$$

For Q, $v = u + at$

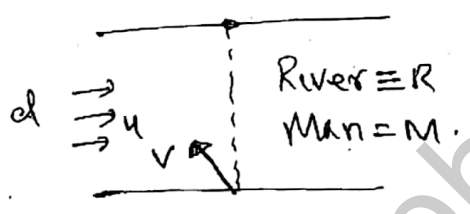
$$v = 0 + g \times \frac{h}{u} \quad (5)$$

$$v = \frac{gh}{u} \quad (25)$$



$$t_1 = \frac{d}{u+v} \quad (5)$$

$$t_2 = \frac{d}{v-u} \quad (5)$$



$$V_{ME} = V_{MR} + V_{RE} \quad (5)$$

$$\uparrow = R \cdot v + \rightarrow u$$



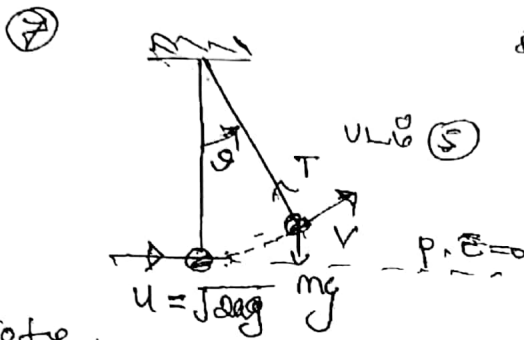
$$w = \sqrt{v^2 + u^2}$$

$$t = \frac{d}{\sqrt{v^2 + u^2}} \quad (5)$$

$$t = \frac{d}{\sqrt{\frac{d}{t_1} \cdot \frac{d}{t_2}}}$$

$$\therefore t = \sqrt{t_1 t_2} \quad (5)$$

(25)



Note.

T, mg
needed
to get (5)

கனம், எஸ்)

$$\textcircled{4} \quad \textcircled{1} + \frac{1}{2} m u^2 = m y (a - a \cos \theta)$$

$$\text{கொடுக்க} \quad \frac{+ \frac{1}{2} m v^2}{2} \quad \textcircled{15}$$

$$v^2 = 2 a y \cos \theta \quad \textcircled{5}$$

(0mg)

$$K.E \Rightarrow \textcircled{5}$$

$$P.E \Rightarrow \textcircled{5}$$

If both correct (5) for eqⁿ.
(BONUS)

(5) for obtaining v²

$$\textcircled{8} \quad \vec{CA} = -\lambda \hat{j} + 2\hat{i} + 3\hat{j} \quad \textcircled{5}$$

$$\vec{OC} \cdot \vec{CA} = |\vec{OC}| |\vec{CA}| \cos 2\pi \quad \textcircled{5}$$

$$\lambda \hat{j} \cdot [2\hat{i} + (3-\lambda)\hat{j}] = \sqrt{\lambda^2} \cdot [2^2 + (3-\lambda)^2]^{1/2} \times -\frac{1}{2} \quad \textcircled{5}$$

$$\lambda \neq 0 \quad 3-\lambda = -\frac{1}{2} \sqrt{2^2 + (3-\lambda)^2}$$

$$4(3-\lambda)^2 = 4 + (3-\lambda)^2$$

$$3(3-\lambda)^2 = 4 \quad \textcircled{5}$$

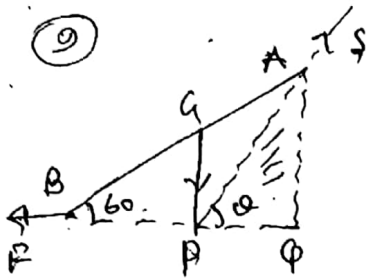
$$3-\lambda = \pm 2/\sqrt{3}$$

$$\therefore \lambda = 3 \mp 2/\sqrt{3}$$

$$\lambda \neq 3 \quad \therefore \lambda = 3 - \frac{2}{\sqrt{3}} \quad \textcircled{5}$$

25

(9)



$$AP = 2a \sin 60 = a\sqrt{3}$$

$$PQ = a \cos 60 = \frac{a}{2}$$

$$\therefore \tan \theta = \frac{AP}{PQ} = \frac{a\sqrt{3}}{\frac{a}{2}}$$

$$\tan \theta = 2\sqrt{3}$$

Force triangle $\frac{PQ}{F} = \frac{AP}{W} = \frac{AP}{S}$

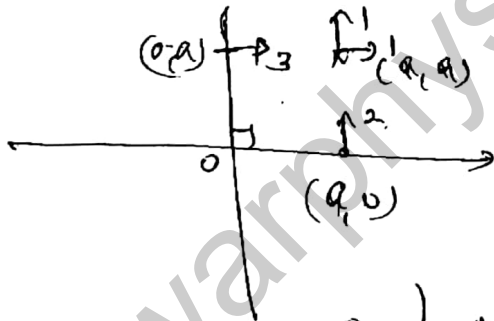
$$\frac{PQ}{F} = \frac{AP}{W} = \frac{AP}{S}$$

$$\therefore F = W \left(\frac{PQ}{AP} \right)$$

$$F = W \cos \theta$$

$$\therefore F = W \frac{1}{\sqrt{13}} = \frac{W}{\sqrt{13}}$$

(10)



(10)

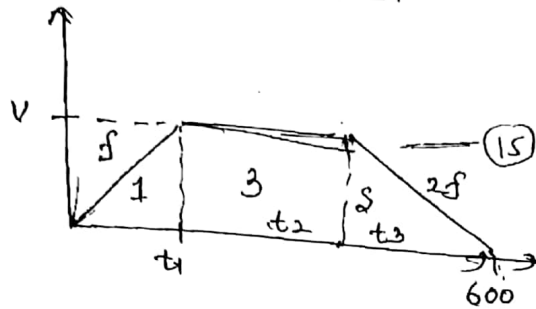
(Two correct - 5)

$$M = 3a + 1 \cdot a - 1 \cdot a - 2 \times a$$

$$= a$$

$$\therefore M = a \text{ Nm} \downarrow$$

(ii) a)



$\frac{1}{2} v \cdot v = 600$

(b)

$$f = \frac{v}{t_1} \Rightarrow t_1 = \frac{v}{f} \quad (5)$$

$$1 = \frac{1}{2} \cdot t_1 \cdot v \quad (5)$$

$$v^2 = 2vf \quad (1)$$

$$3 = vt_2 \quad (2)$$

$$2f = \frac{v}{t_3} \quad (3)$$

$$t_3 = \frac{v}{2f} \quad (5)$$

$$S = \frac{1}{2} \frac{v}{2f} \cdot v \quad (5)$$

$$= \frac{1}{2} \times 1 \text{ (By 1)} \quad (5)$$

$$S = \frac{1}{2} \text{ Km} \quad (10)$$

$$600 = t_1 + t_2 + t_3 \quad (5)$$

$$= \frac{2}{v} + \frac{3}{v} + \frac{v}{2f} \quad (5)$$

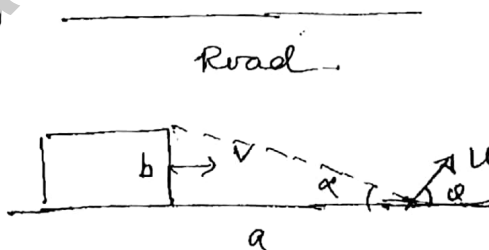
$$= \frac{5}{v} + \frac{v}{2f}$$

$$= \frac{6}{v} \quad (10)$$

$$\therefore v = \frac{6 \times 1000 \text{ ms}^{-1}}{600}$$

$$\therefore v = 10 \text{ ms}^{-1} \text{ avg} \quad (10)$$

(b)

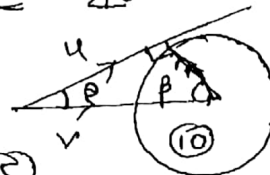


$$\tan \alpha = \frac{b}{a} \quad \text{Man} - M$$

$$\sin \alpha = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \text{Bus} - B \quad (5)$$

$$V_{ME} = V_{MB} + V_{BE} \quad (5)$$

$$u = v \quad (10)$$



total 30

total 90

$$\beta > \alpha \quad (5)$$

$$\sin \beta > \sin \alpha \quad (5)$$

$$u/v > \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (5)$$

$$\therefore u > \frac{vb}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

(7)

∴ $\beta = \alpha$ — (5)

$\frac{\pi}{2} - \theta = \alpha$ — (5)

$\therefore \theta = \frac{\pi}{2} - \alpha$ — (5)

60

∴ $\alpha = \tan^{-1}(b/a)$

$90 + 60 = 150$

(12) Conservation of Energy.

$0 + \frac{1}{2}mu^2 = \frac{1}{2}mv^2 - mg(a - a \cos \theta)$ — (20)

$v^2 = u^2 + 2ag(1 - \cos \theta)$ — (10)

$F = ma$

$mg \cos \theta - R = m \frac{v^2}{a}$ — (15)

$R = \frac{-mu^2}{a} - 2mg + 3mg \cos \theta$ — (10)

∴ $3g \cos \theta > 2ag + u^2$ — (5)

$\cos \theta > \frac{u^2 + 2ag}{3ag}$ — (10)

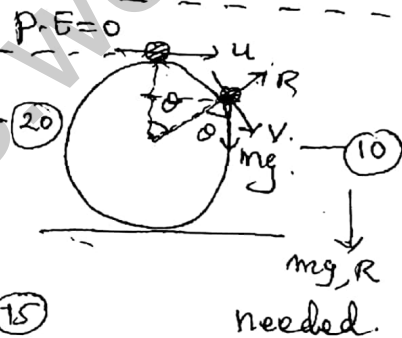
But $1 > \cos \theta$ — (5)

$\therefore 1 > \frac{u^2 + 2ag}{3ag}$ — (5)

$\therefore u^2 < ag$

90

K.E = 10
P.E = 10



$$v^2 = \frac{R}{P} \quad \text{--- (8)}$$

$$\text{--- (9)} \quad R = -\frac{mv^2}{2} + 2mg + 3mg \cos \theta \quad \text{--- (5)}$$

$$\text{--- (5)} \quad R = 0 \quad \text{--- (5)} \quad \theta = \alpha \quad \text{--- (5)}$$

$$\cos \alpha = \frac{5}{6}$$

වේගය $v = v_1$ ගտන්න.

$$v_1^2 = \frac{ag}{2} + 2ag(1 - \cos \alpha) \quad \text{--- (5)}$$

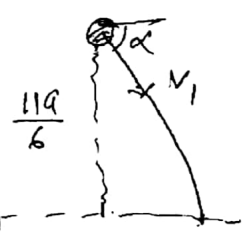
$$= \frac{5ag}{2} - \frac{5ag}{3}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{5ag}{6}} \quad \text{--- (10)}$$



$$s = ut + \frac{1}{2}gt^2$$

$$\frac{11a}{6} = v_1 \sin \alpha t + \frac{1}{2}gt^2 \quad \text{--- (10)}$$



$$t^2 + \frac{2v_1 \sin \alpha}{g}t - \frac{11a}{3g} = 0 \quad \text{--- (10)}$$

$$\left(t + \frac{v_1 \sin \alpha}{g}\right)^2 = \frac{11a}{3g} + \frac{v_1^2 \sin^2 \alpha}{g^2} \quad \text{--- (5)}$$

$$= \frac{a}{g} \left[\frac{11}{3} + \frac{5}{6} \times \frac{\sqrt{11}^2}{36} \right] \quad \text{--- (10)}$$

$$= \frac{11a}{36g} \left[12 + \frac{5}{6} \right] \quad \text{--- (10)}$$

$$t_1 = \frac{847a}{216g} - \frac{1}{g} \sqrt{\frac{5ag}{6} \times \frac{11}{6}}$$

$$t_1 = \frac{1}{216} \sqrt{\frac{a}{g}} \left[847 \sqrt{\frac{a}{g}} - 36 \sqrt{\frac{55}{6}} \right]$$

60

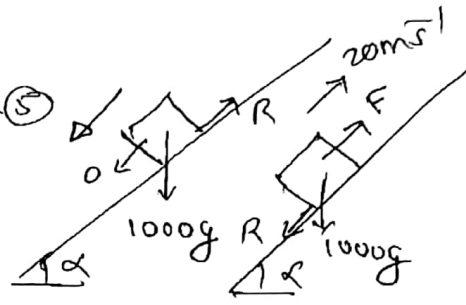
Total 150

(13) a) $F = ma$

$1000g \sin \alpha - R = 0$ — (5)

$R = 1000 \times 10 \times \frac{1}{20}$

$R = 500 \text{ N}$ — (5)



$F = ma$

$F - R - 1000g \sin \alpha = 0$ — (10)

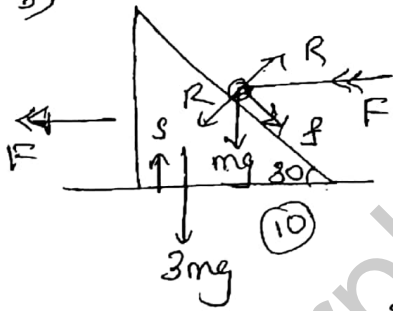
$F = 1000 \text{ N}$ — (5)

∴ $p = 1000 \times 20$ — (5)

$\therefore p = 20 \text{ kW}$ — (5)

30

b)



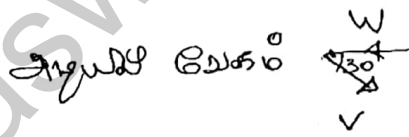
$F = ma$

$0 = 3mF + m [F - f \cos 30]$ — (20)

$F = \frac{f \sqrt{3}}{8}$ — (5)

∴ $\frac{g}{2} = f - \frac{f \sqrt{3} \times \sqrt{3}}{8}$ — (10)

$\therefore f = \frac{8g}{13}$ — (10)



$v^2 = 2fa$

$v = 4 \sqrt{\frac{ag}{13}}$ — (10)

∴ $v = ft$ — (5)

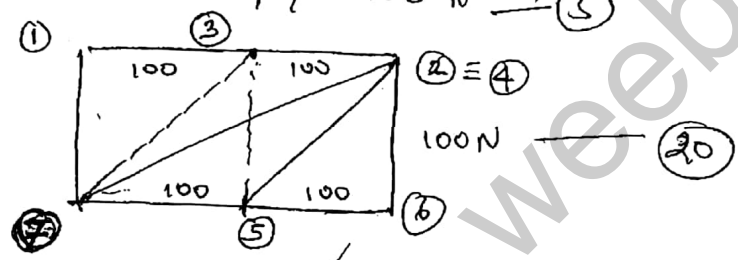
$v = u + at$

(14) (a) A

$p_a = 100 [2a] \rightarrow 10$

$p = 200 N$

From $\Sigma F_x = 0$ $x = p = 200 N \leftarrow 5$
 $\uparrow y = 100 N \rightarrow 5$



(5) for each Junction

| Member | Force | Direction |
|--------|-------|---------------|
| AB | 200 N | - |
| BC | 100 N | - |
| CD | - | $100\sqrt{2}$ |
| BD | 100 N | - |
| DE | - | 100 N |
| AE | 100 N | - |

(30) (5 each)
Couple.

75

$$\leftarrow W = 0 + Ft \quad (10)$$

$$W = \frac{F \cdot v}{f} \quad (5)$$

$$W = \frac{\sqrt{3} v}{8} \quad (5)$$

$$\therefore \text{වේගය} = \left\{ \frac{v^2}{4} + \left(v \frac{\sqrt{3}}{2} - W \right)^2 \right\}^{1/2} \quad (10)$$

$$= \left\{ v^2 + W^2 - \sqrt{3} v W \right\}^{1/2}$$

$$= \left\{ v^2 + \frac{3v^2}{64} - \sqrt{3} v \cdot \frac{\sqrt{3} v}{8} \right\}^{1/2}$$

$$= \left\{ \frac{v^2}{64} [67 - 24] \right\}^{1/2}$$

$$= \left\{ \frac{43v^2}{64} \right\}^{1/2}$$

$$= \frac{v}{8} \sqrt{43} \quad (10)$$

$$= \frac{\cancel{4} \sqrt{49} \sqrt{43}}{8 \sqrt{13}}$$

$$\text{වේගය} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{43 \times 9}{13}} \quad (10)$$

වෛග්‍ය ජනිතයේ වෛග්‍ය වී වෛග්‍ය ජනිතයේ. (10)

120

Total 150

14) b)

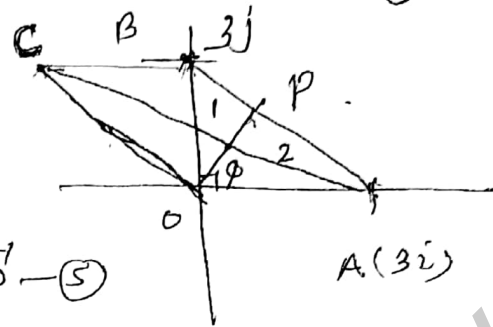
△ OAPWQ

$$\vec{OA} + \vec{AP} = \vec{OP} \quad (5)$$

$$3\hat{i} + \frac{2}{3}\vec{AB} = \vec{OP}$$

$$3\hat{i} + \frac{2}{3}(3\hat{j} - 3\hat{i}) = \vec{OP} \quad (5)$$

$$\therefore \vec{OP} = \hat{i} + 2\hat{j} \quad (10)$$



$$\vec{AP} = 2\hat{j} - 2\hat{i} \quad (10)$$

$$\vec{OC} = \vec{AB} = 3\hat{j} - 3\hat{i} \quad (10)$$

△ OAPWQ

$$\vec{OA} + \vec{AP} = \vec{OP} \quad (5)$$

$$3\hat{i} + \alpha \vec{AC} = \beta \vec{OP} \quad (5)$$

$$3\hat{i} + \alpha [3\hat{j} - 3\hat{i} - 3\hat{i}] = \beta [\hat{i} + 2\hat{j}]$$

$$\hat{i} [3 - 6\alpha - \beta] + \hat{j} [3\alpha - 2\beta] = 0 \quad (10)$$

$$3\alpha = 2\beta \quad \& \quad 6\alpha + \beta = 3$$

$$4\beta + \beta = 3$$

$$\therefore \beta = \frac{3}{5} \quad (10)$$

$$\therefore \vec{OP} = \frac{3}{5} \vec{OP} \quad (5)$$

$$\vec{OP} = \frac{3}{5} (\hat{i} + 2\hat{j}) \quad (5)$$

75

(15)

↑ $\sin \theta$

$$2R \sin \theta = 5W \quad (10)$$

$$R = \frac{5W \cos \theta}{2} \quad (5)$$

CD & CB, D ↓

w a b u + w a b u + w a b u

$$= y \cdot 4a \sin \theta \quad (20) \quad (5 \text{ each})$$

$$\therefore y = \frac{3}{2} w \quad (10)$$

AB, A ↓ R. b $\cos \theta = w a \sin \theta + y \cdot 2a \sin \theta$

$$+ x \cdot 2a \sin \theta \quad (20)$$

$$\frac{5W b \cos \theta}{2 a} = 4W \sin \theta + 2X \sin \theta \quad (5)$$

$$2X = \frac{5W b \cos \theta}{2 a \sin \theta} - 4W \tan \theta$$

$$X = \frac{5W b \cos \theta}{4 a \sin \theta} - 2W \tan \theta$$

$$X = \frac{W}{\sin \theta} \left[\frac{5 b \cos \theta}{4 a} - 2 \sin \theta \right] \quad (20) =$$

~~no need~~ $\sqrt{x^2 + y^2}$ no need.

or $X = W \tan \theta$

(20) $y = \frac{3}{2} w$

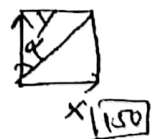
BC, B ↓

$$x \cdot 2a \sin \theta = \frac{W}{2} \cdot 2a \sin \theta + w a \sin \theta$$

$$\therefore X = W \tan \theta$$

$$\tan \alpha = \frac{X}{y} = \frac{W \tan \theta}{\frac{3}{2} w} \quad (20)$$

$$\therefore 2 \tan \alpha = 3 \tan \theta \quad (10)$$



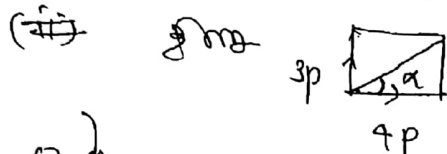
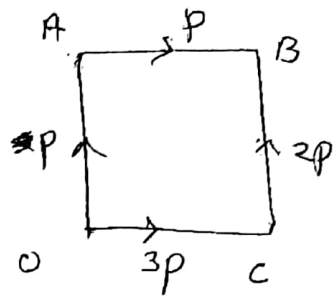
(16)

page 14

(i) $\rightarrow 4p = x$ — (5)

$\uparrow 3p = y$ — (5)

ചങ്ങമ്പി $R = 5p$ \parallel — (10)

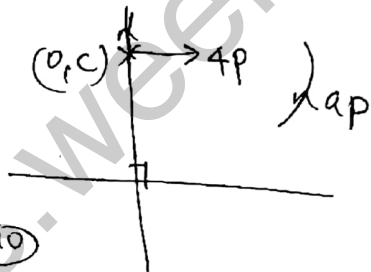


$\tan \alpha = \frac{3}{4}$ — (5)

$\alpha = \tan^{-1}(\frac{3}{4})$

\circ $\rightarrow a = 2pa - pa$

$= ap$ \parallel — (10)



\circ \rightarrow ~~$2pa - pa = 2pa - pa$~~

$\rightarrow ap = -4pc$ — (10)

$c = -\frac{a}{4}$ — (5)

\therefore ചങ്ങമ്പി $y = \frac{3}{4}x - \frac{a}{4}$ — (10)

60

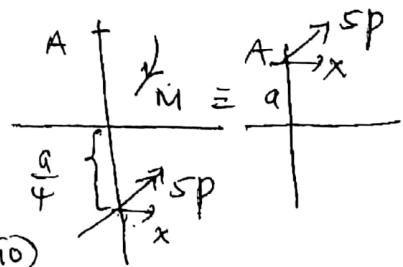
(ii)

$x \cdot \frac{a}{4} - M = -x \cdot a$ — (10)

$M = xa - \frac{xa}{4}$

$M = \frac{3}{4}a \times 4p$

$\therefore M = 3ap$ \parallel — (10)



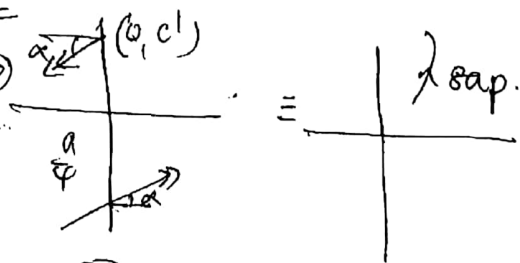
(iii)

$x \cdot (\frac{a}{4} + c) = 8ap$ — (10)

$4p (\frac{a}{4} + c) = 8ap$

$\frac{a}{4} + c = 2a$

$\therefore c = 7a/4$ — (10)

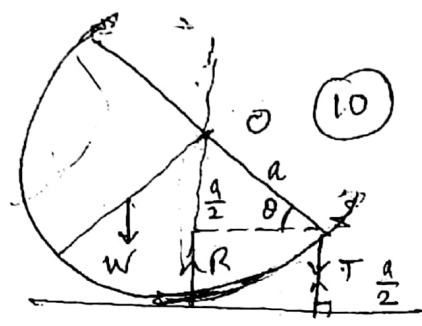


\circ \rightarrow ചങ്ങമ്പി sp \parallel $y = \frac{3}{4}x + \frac{7a}{4}$ — (5)

50

15

16 (b)



$\sin \theta = \frac{a/2}{a}$
 $\theta = 30^\circ$

$T \cdot a \cos \theta = W \cdot \frac{3a}{8}$

$T = \frac{3W}{8\sqrt{3}}$

$T = \frac{\sqrt{3}W}{8}$

17 $2ab \tan(90-\alpha) = ab \tan \alpha - a \cos \alpha$

$2T \tan \alpha + \frac{F}{\mu} = ab \tan \alpha$

$\tan \alpha = \frac{1}{\mu} + 2T \tan \alpha$

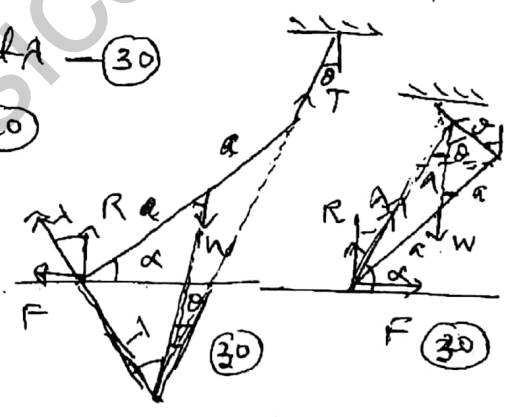
use II

$2ab \tan(90-\alpha) = ab \tan \alpha - a \cos \alpha$

$\tan \alpha = \frac{1}{\mu} - 2T \tan \alpha$

$\tan \alpha = \frac{1}{\mu} \neq 2T \tan \alpha$

20 use ~~...~~ less



(17)
Answer

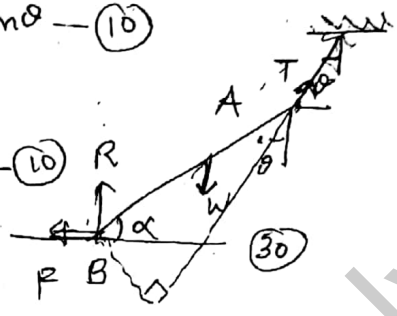
page (16)

$\rightarrow F = T \cos \theta \dots (10)$

$\uparrow R + T \sin \theta$

$R + T \sin \theta = W \dots (11)$

But $F = \mu R \dots (5)$



$\mu R = T \sin \theta$

$\mu (W - T \sin \theta) = T \sin \theta \dots (12)$

$T = \frac{\mu W}{\sin \theta + \mu \cos \theta} \dots (10)$

B \downarrow

$W \cos \alpha = T \sin (\alpha + \theta) \dots (15)$

$\cos \alpha = \frac{2 \mu \cos (\alpha - \theta) \sin \alpha}{\sin \theta + \mu \cos \theta} \dots (5) + (5)$

~~cos~~ $\sin \alpha \cos \alpha$ cancel out.

$1 + \mu \cot \theta = 2 \mu [\cot \theta - \tan \alpha] \dots (5)$

$\mu \cot \theta = 1 + 2 \mu \tan \alpha$

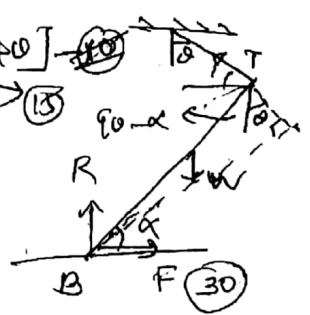
$\cot \theta = \frac{1}{\mu} + 2 \tan \alpha \dots (10)$

use II of this condition is necessary.

B \downarrow $W \sin \alpha = T \sin (90 - \alpha + \theta) \dots (13)$

$W \sin \alpha = 2 T \cos (\alpha - \theta)$

$\Rightarrow \cot \theta = \frac{1}{\mu} - 2 \tan \alpha$



$\therefore \cot \theta = \frac{1}{\mu} \pm 2 \tan \alpha$