

## (10) இணைந்த கணிதம்

வினாத்தாளின் கட்டமைப்பு

**வினாத்தாள் I** - நேரம் : 03 மணித்தியாலம் (மேலதிக வாசிப்பு நேரம் 10 நிமிடம்)

இவ்வினாத்தாள் இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.

**பகுதி A :** பத்து வினாக்கள். எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுத வேண்டும். ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் 25 புள்ளிகள் வீதம் 250 புள்ளிகள்.

**பகுதி B :** ஏழு வினாக்கள். ஐந்து வினாக்களுக்கு விடை எழுத வேண்டும். ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் 150 புள்ளிகள் வீதம் 750 புள்ளிகள்.

வினாத்தாள் I இற்கு மொத்தப் புள்ளிகள்  $1000 \div 10 = 100$ .

**வினாத்தாள் II** - நேரம் : 03 மணித்தியாலம் (மேலதிக வாசிப்பு நேரம் 10 நிமிடம்)

இவ்வினாத்தாள் இரு பகுதிகளைக் கொண்டுள்ளது.

**பகுதி A :** பத்து வினாக்கள். எல்லா வினாக்களுக்கும் விடை எழுத வேண்டும். ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் 25 புள்ளிகள் வீதம் 250 புள்ளிகள்.

**பகுதி B :** ஏழு வினாக்கள். ஐந்து வினாக்களுக்கு விடை எழுத வேண்டும். ஒவ்வொரு வினாவுக்கும் 150 புள்ளிகள் வீதம் 750 புள்ளிகள்.

வினாத்தாள் II இற்கு மொத்தப் புள்ளிகள்  $1000 \div 10 = 100$ .

இறுதிப் புள்ளிகளைக் கணித்தல் :

வினாத்தாள் I	=	100
வினாத்தாள் II	=	100
இறுதிப் புள்ளிகள்	=	$200 \div 2 = \underline{100}$

**(10) இணைந்த கணிதம்**  
**வினாத்தாள் I**  
**பகுதி A**

1. கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி, எல்லா  $n \in \mathbb{Z}^+$  இற்கும்  $6^n - 1$  ஆனது 5 இனால் வகுபடுமென நிறுவுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. சமனிலி  $2|x - 3| \leq 2 + x$  ஐத் திருப்தியாக்கும்  $x$  இன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானங்களினதும் தொடையைக் காண்க.

**இதிலிருந்து,  $2|x + 3| \leq 2 - x$  ஐத் தீர்க்க.**

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. ஓர் ஆகண் வரிப்படத்தில்  $|z - i| \leq 1$ ,  $\frac{\pi}{4} \leq \text{Arg}(z - i) \leq \frac{3\pi}{4}$  என்னும் நிபந்தனைகளைத் திருப்தியாக்கும் சிக்கலெண்கள்  $z$  ஐ வகைகுறிக்கும் பிரதேசம்  $R$  ஐ நிழற்றுக. பிரதேசம்  $R$  இல்  $z$  இற்கு  $\text{Re } z + \text{Im } z$  இன் உயர்ந்தபட்சப் பெறுமானத்தை எழுதுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{[(8+x)^{\frac{1}{3}} - 2] \sin 2x}{x^2} = \frac{1}{6}$  எனக் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

5. நீள்வளையம்  $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} = 1$  இற்குப் புள்ளி  $P \equiv (4 \cos \theta, 3 \sin \theta)$  இல் வரையப்படும் தொடலியின் சமன்பாடு  $\frac{x}{4} \cos \theta + \frac{y}{3} \sin \theta = 1$  எனக் காட்டுக.  
மேற்குறித்த நீள்வளையத்திற்கு  $P$ இல் வரையப்படும் செவ்வன் புள்ளி  $(0, -\frac{7}{6})$  இனூடாகச் செல்லத்தக்கதாக  $\theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6.  $x$  ஐக் குறித்து  $\tan^{-1} \left[ \frac{5}{3} \tan\left(\frac{x}{2}\right) + \frac{4}{3} \right]$  ஐ வகையிடுக. **இதிலிருந்து**,  $\int \frac{dx}{5 + 4 \sin x}$  ஐக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

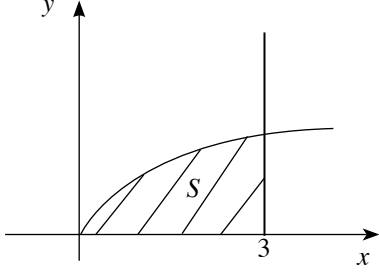
.....

.....

.....

.....

7. வளையி  $y = \frac{x}{\sqrt{x^2+9}}$ , நேர்கோடு  $x = 3$ ,  $x$ - அச்ச ஆகியவற்றினால் வரைப்புற்ற பிரதேசம்  $S$  எனக் கொள்வோம் (உருவைப் பார்க்க).  $S$  ஐ  $x$ - அச்சைப் பற்றி  $2\pi$  ஆரையனினூடாகச் சுழற்றும்போது பிறப்பிக்கப்படும் திண்மத்தின் கனவளவு  $3\pi \left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$  எனக் காட்டுக.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8. புள்ளி  $(2, 1)$  இனூடாகச் செல்லும் ஒரு மாறும் நேர்கோடு  $x$ - அச்சையும்  $y$ - அச்சையும் முறையே  $P, Q$  என்னும் புள்ளிகளிற் சந்திக்கின்றது.  $PQ$  இன் நடுப் புள்ளி  $R$  ஆகும். புள்ளி  $R$  ஆனது வளையி  $x + 2y = 2xy$  மீது கிடக்கின்றதெனக் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9.  $(0, 0)$ ,  $(0, 2)$  என்னும் புள்ளிகளினூடாகச் செல்வதும் வட்டம்  $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 6 = 0$  இன் பரிதியை இருகூறிடுவதுமான வட்டத்தின் சமன்பாட்டைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10.  $\sqrt{3} \cos x - \sin x$  ஐ வடிவம்  $R \cos(x+\alpha)$  இல் எடுத்துரைக்க; இங்கு  $R > 0$  உம்  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$  உம் ஆகும். இதிலிருந்து,  $\sqrt{3} \cos 2x - \sin 2x + 1 = 0$  ஐத் தீர்க்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

பகுதி B

11. (a)  $a, b$  ஆகியன இரு வேறுவேறான மெய்யெண்களெனக் கொள்வோம். சமன்பாடு  $x^2 + 2bx + 2ab = a^2$  இன் மூலங்கள் மெய்யானவையும் வேறுவேறானவையுமாகும் எனக் காட்டுக.  $a \neq 2b$  ஆகவும்  $a \neq 0$  ஆகவும் இருந்தால் - இருந்தால் மாத்திரம் மேற்குறித்த சமன்பாட்டின் மூலங்கள்  $\alpha, \beta$  ஆகிய இரண்டும் பூச்சியமற்றன எனக் காட்டுக. இப்போது  $a \neq 2b$  எனவும்  $a \neq 0$  எனவும் கொள்வோம்.  $\frac{\alpha}{\beta}, \frac{\beta}{\alpha}$  ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாட்டைக் காண்க.

- (b)  $f(x)$  என்பது 2 இலும் கூடிய படியைக் கொண்ட ஒரு பல்லுறுப்பி எனவும்  $p, q$  ஆகியன வேறுவேறான மெய்யெண்கள் எனவும் கொள்வோம். மீதித் தேற்றத்தை இரு தடவை பிரயோகிப்பதன் மூலம்  $f(x)$  ஆனது  $(x-p)(x-q)$  இனால் வகுக்கப்படும்போது மீதி  $\frac{f(q)-f(p)}{q-p}(x-p)+f(p)$  எனக் காட்டுக.

$g(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$  எனக் கொள்வோம்; இங்கு  $a, b \in \mathbb{R}$  ஆகும்.  $g(x)$  ஆனது  $(x-2)$  இனால் வகுக்கப்படும்போது உள்ள மீதி,  $g(x)$  ஆனது  $(x-1)$  இனால் வகுக்கப்படும்போது உள்ள மீதியின் மும்மடங்கு எனவும்  $g(x)$  ஆனது  $(x-1)(x-2)$  இனால் வகுக்கப்படும்போது உள்ள மீதி  $kx+5$  எனவும் தரப்பட்டுள்ளது; இங்கு  $k \in \mathbb{R}$  ஆகும்.  $a, b, k$  ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

12. (a)  $(1+x)^2 \left(2x^2 - \frac{1}{2x}\right)^{10}$  இன் விரியில்  $x$  ஐச் சாராத உறுப்பு  $-15$  எனக் காட்டுக.

- (b) வெவ்வேறு செயற்றிறன் சாதனைகளைக் கொண்ட 8 குறுகிய தூர ஓட்ட வீரர்களிலிருந்து 4 ஓட்ட வீரர்களைக் கொண்ட ஓர் அஞ்சலோட்டக் குழுவைத் தெரிந்தெடுக்க வேண்டியுள்ளது. அவர்களில் குறைந்த திறனைக் காட்டியுள்ள விளையாட்டு வீரர் தெரிந்தெடுக்கப்பட்டால், கூடுதலான திறனைக் காட்டியுள்ள விளையாட்டு வீரரும் தெரிந்தெடுக்கப்படுவார்; ஆனால் குறைந்த திறனைக் காட்டியுள்ள விளையாட்டு வீரர் தெரிந்தெடுக்கப்படாமல் கூடுதலான திறனைக் காட்டியுள்ள விளையாட்டு வீரர் தெரிந்தெடுக்கப்படலாம். இவ்வாறு ஆக்கப்படத்தக்க வெவ்வேறு அஞ்சலோட்டக் குழுக்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

- (c)  $r \in \mathbb{Z}^+$  இற்கு  $u_r = \frac{2r^2 - 5}{(r+1)^2 (r+2)^2}$  எனவும்  $f(r) = \frac{\lambda r + \mu}{(r+1)^2}$  எனவும் கொள்வோம்; இங்கு  $\lambda, \mu$  ஆகியன மெய்யம் மாறிலிகள்.  $r \in \mathbb{Z}^+$  இற்கு  $u_r = f(r) - f(r+1)$  ஆக இருக்கத்தக்கதாக  $\lambda, \mu$  ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

$n \in \mathbb{Z}^+$  இற்கு  $S_n = \sum_{r=1}^n u_r$  எனக் கொள்வோம்.  $n \in \mathbb{Z}^+$  இற்கு  $S_n = \frac{1}{4} - \frac{(2n+1)}{(n+2)^2}$  எனக் காட்டுக.

முடிவில் தொடர்  $\sum_{r=1}^{\infty} u_r$  ஒருங்குகின்றதென உய்த்தறிந்து, அதன் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க..

13. (a)  $a, b, c \in \mathbb{R}$  எனக் கொள்வோம். அத்துடன்,  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ a & 3 & -1 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & b & 1 \\ b & 1 & c \end{pmatrix}$ ,  $C = \begin{pmatrix} c & 2a+c \\ 1 & b \end{pmatrix}$  எனவும் கொள்வோம்.

$AB^T = C$  ஆக இருக்கத்தக்கதாக  $a, b, c$  ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

$a, b, c$  ஆகியவற்றின் இப்பெறுமானங்களுக்கு  $(C^T)^{-1}$  ஐக் கண்டு, இதிலிருந்து,  $C^{-1} P C^T = 5C$  ஆக இருக்கத்தக்கதாகத் தாயம் P ஐக் காண்க.

(b) ஒரு நேர் முழுவெண் சுட்டிக்காண த மோய்வரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி  $z = \cos \theta + i \sin \theta$  எனின்,  $z^{-n} = \cos n\theta - i \sin n\theta$  எனக் காட்டுக ; இங்கு  $\theta \in \mathbb{R}$  உம்  $n \in \mathbb{Z}^+$  உம் ஆகும்.

$-1 + i\sqrt{3}$ ,  $\sqrt{3} + i$  என்னும் சிக்கலெண்கள் ஒவ்வொன்றையும் வடிவம்  $r(\cos \theta + i \sin \theta)$  இல் எடுத்துரைக்க; இங்கு  $r > 0$  உம்  $-\pi < \theta \leq \pi$  உம் ஆகும்.

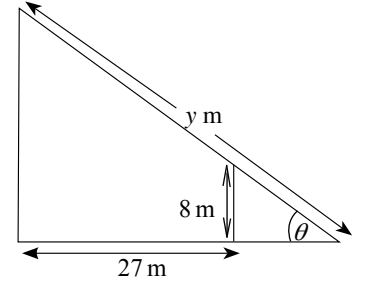
$m, n \in \mathbb{Z}^+$  எனக் கொள்வோம்.  $\frac{(-1 + i\sqrt{3})^n}{(\sqrt{3} + i)^m} = 8$  எனின்,  $n = m + 3$  எனவும்  $n = 4k - 1$  எனவும் காட்டுக ; இங்கு  $k \in \mathbb{Z}$ .

14. (a)  $x \neq -2$  இற்கு  $f(x) = \frac{(x+1)}{(x+2)^2}$  எனக் கொள்வோம்.  $f(x)$  இன் பெறுதி  $f'(x)$  ஆனது  $x \neq -2$  இற்கு  $f'(x) = \frac{-x}{(x+2)^3}$  இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.

$x \neq -2$  இற்கு  $f''(x) = \frac{2(x-1)}{(x+2)^4}$  எனத் தரப்பட்டுள்ளது; இங்கு  $f''(x)$  ஆனது  $f(x)$  இன் இரண்டாம் பெறுதியைக் குறிக்கின்றது.

அணுகுகோடுகள், திரும்பற் புள்ளி, விபத்திப் புள்ளி ஆகியவற்றைக் காட்டி  $y = f(x)$  இன் வரைபைப் பரும்படியாக வரைக.

(b) ஒரு கட்டடத்தின் ஒரு நிலைக்குத்துச் சவரிலிருந்து 27 m தூரத்தில் 8m உயரமுள்ள ஒரு வேலி உள்ளது. உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு ஓர் ஏணி அதன் கீழ் முனை கிடைத் தரை மீது இருக்குமாறு வேலிக்கு மட்டுமட்டாக மேலே சென்று, சுவரை அடையுமாறு வைக்கப்பட்டுள்ளது. ஏணியின் நீளம்  $y$  m எனவும் ஏணி கிடையுடன் ஆக்கும் கோணம்  $\theta$  எனவும் கொள்வோம்.  $y$  ஐ  $\theta$  இன் ஒரு சார்பாக எடுத்துரைக்க.



$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)$  ஆக இருந்தால் - இருந்தால் மாத்திரம்  $\frac{dy}{d\theta} = 0$  எனக் காட்டுக.

உரிய ஆயிடைகளில்  $\frac{dy}{d\theta}$  இன் குறியைக் கருதுவதன் மூலம் மிகக் குறுகிய அத்தகைய ஏணியின் நீளத்தைக் காண்க.

15. (a) பகுதிப் பின்னங்களைக் கொண்டு  $\frac{4}{(x-1)(x+1)^2}$  ஐ எடுத்துரைக்க.

இதிலிருந்து  $\int \frac{1}{(1-e^{-x})(1+e^x)^2} dx$  ஐக் காண்க.

(b) பகுதிகளாகத் தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி  $\int x^2 (\sin x + 2 \cos x) dx$  ஐக் காண்க.

(c) குத்திரம்  $\int_0^{\pi} x f(\sin x) dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} f(\sin x) dx$ . ஐ நிறுவுக.

இதிலிருந்து  $\int_0^{\pi} \frac{x \sin x}{(2 - \sin^2 x)} dx = \frac{\pi^2}{4}$  எனக் காட்டுக.



16.  $A \equiv (-1, 1)$  எனவும்  $l$  ஆனது  $x + y = 7$  இனால் தரப்படும் நேர்கோடு எனவும் கொள்வோம்.

$\hat{ABC} = \hat{ACB} = \tan^{-1}(7)$  ஆகுமாறு  $l$  மீது உள்ள  $B, C$  ஆகிய புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.  
மேலும்  $\hat{BAC}$  இன் இருகூறாக்கி  $m$  இன் சமன்பாட்டைக் காண்க.

$BC$  ஐ ஒரு விட்டமாகக் கொண்ட வட்டத்தின் சமன்பாட்டினை எழுதி, **அதிலிருந்து**,  $B, C$  ஆகியவற்றினூடாகச் செல்லும் எந்த வட்டத்தினதும் சமன்பாட்டினை ஒரு பரமானத்தின் சார்பாக எழுதுக.

$A, B, C$  ஆகிய புள்ளிகளினூடாகச் செல்லும் வட்டம்  $S$  இன் சமன்பாட்டினை **உய்த்தறிக**.

வட்டம்  $S$  இனதும் நேர்கோடு  $m$  இனதும் வெட்டுப் புள்ளிகளின் ஆள்கூறுகளையும் காண்க.

17. (a)  $\cos^3 x \cos 3x + \sin^3 x \sin 3x = \cos^3 2x$  எனக் காட்டுக.

**இதிலிருந்து**,  $8(\cos^3 x \cos 3x + \sin^3 x \sin 3x) = 1$  ஐத் தீர்க்க.

(b)  $ABC$  ஒரு முக்கோணியெனக் கொள்வோம்.  $BC$  மீது  $D, E$  என்னும் புள்ளிகள்  $BD : DE : EC = 1 : 2 : 3$  ஆக இருக்கத்தக்கதாக எடுக்கப்பட்டுள்ளன. அத்துடன்  $\hat{BAD} = \alpha, \hat{DAE} = \beta, \hat{EAC} = \gamma$  எனவும் கொள்வோம். தகுந்த முக்கோணிகளுக்குச் சைன் நெறியைப் பயன்படுத்தி  $\sin(\alpha + \beta) \sin(\beta + \gamma) = 5 \sin \alpha \sin \gamma$  எனக் காட்டுக.

(c)  $|x| \leq 1, |y| \leq 1, |z| \leq 1$  எனக் கொள்வோம்.  $\sin^{-1} x + \sin^{-1} y + \sin^{-1} z = \pi$  எனின்,  
 $x\sqrt{1-x^2} + y\sqrt{1-y^2} + z\sqrt{1-z^2} = 2xyz$  எனக் காட்டுக.

\* \* \*

**(10) இணைந்த கணிதம்**  
**வினாத்தாள் II**  
**பகுதி A**

1.  $m, \lambda m$  என்னும் திணிவுகளை உடைய இரு துணிக்கைகள் ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசை மீது முறையே  $u, \frac{2u}{3}$  என்னும் கதிகளில் ஒன்றையொன்று நோக்கி இயங்குகின்றன. நேரடி மொத்தலுக்குப் பின்னர் துணிக்கைகள்  $\frac{u}{2}$  என்னும் சம கதிகளில் ஒன்றிலிருந்து ஒன்று அப்பால் இயங்குகின்றன எனத் தரப்பட்டுள்ளது. மீளமைவுக் குணகம்  $\frac{3}{5}$  எனவும்  $\lambda$  இன் பெறுமானம்  $\frac{9}{7}$  எனவும் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

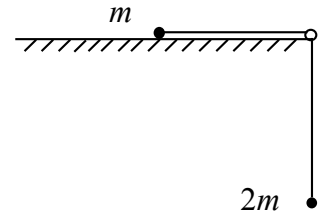
.....

.....

.....

.....

2. ஒரு கரடான கிடை மேசை மீது வைக்கப்பட்டுள்ள திணிவு  $m$  ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை மேசையின் விளிம்புக்குச் செங்குத்தாக விளிம்பில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ள ஒரு சிறிய ஒப்பமான கப்பிக்கு மேலாகச் செல்லும் ஓர் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையிலிருந்து சுயாதீனமாகத் தொங்கும் திணிவு  $2m$  ஐ உடைய ஒரு துணிக்கையுடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழை இறுக்கமாக இருக்கையில் தொகுதி ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது. திணிவு  $m$  ஐ உடைய துணிக்கைக்கும் மேசைக்குமிடையே உள்ள உராய்வுக் குணகம்  $\frac{1}{4}$  ஆகும். இழையில் உள்ள இழுவை  $\frac{5}{6}mg$  எனக் காட்டுக.



.....

.....

.....

.....

.....

.....

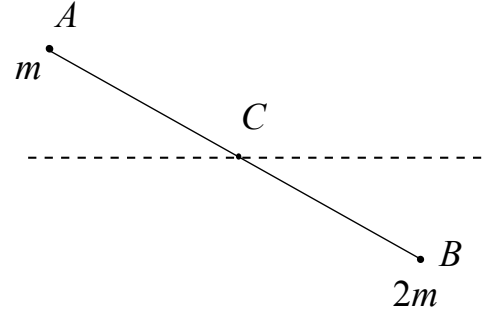
.....

.....

.....

.....

3. நீளம்  $2a$  ஐ உடைய ஓர் இலேசான கோல்  $AB$  இன்  $A, B$  ஆகிய இரு முனைகளுடன் முறையே  $m, 2m$  என்னும் திணிவுகளை உடைய இரு துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. கோல் அதன் நடுப்புள்ளி  $C$  ஒரு நிலைத்த புள்ளியில் ஒப்பமாகப் பிணைக்கப்பட்டு ஒரு கிடை அமைவில் தாங்கப்பட்டு ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது (உருவைப் பார்க்க). சக்திக் காப்புக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி, கோல் கிடையுடன் கோணம்  $\theta$  ஐ ஆக்கும்போது ஒவ்வொரு துணிக்கையினதும் கதி  $v$  ஆனது  $v^2 = \frac{2ga}{3} \sin \theta$  இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.



4.  $A, B$  என்னும் இரு காரர்கள் ஒரு நேர்ப் பாதையின் இரு சமாந்தர ஒழுங்குகளில் ஒரே திசையில் இயங்குகின்றன. நேரம்  $t = 0$  இல்  $A, B$  ஆகியன முறையே  $u, \frac{u}{4}$  என்னும் கதிகளில் ஒரு பாலத்தைக் கடந்து செல்கின்றன. கார்  $A$  அதே மாறாக் கதி  $u$  உடன் இயங்கும் அதே வேளை கார்  $B$  ஆனது நேரம்  $t = T$  இல் கதி  $\frac{5u}{4}$  ஆக இருக்கும் வரை மாறா ஆர்முடுகலுடன் இயங்கி, பின்னர் அதே கதியைப் பேணுகின்றது. கார்  $A$  இனதும் கார்  $B$  இனதும் இயக்கங்களுக்கான வேக- நேர வரைபுகளை ஒரே வரிபடத்தில் பரும்படியாக வரைக.

**இதிலிருந்து,  $B$  ஆனது  $A$  ஐக் கடந்து செல்வதற்கு எடுக்கும் நேரத்தைத் துணிவதற்கு ஒரு சமன்பாட்டினைப் பெறுக.**

5. 300 மெட்ரிக் தொன் திணிவுள்ள ஒரு புகையிரதம் ஒரு நேர்ச் சமதளப் புகையிரதப் பாதை வழியே மாறாக் கதி  $15 \text{ m s}^{-1}$  உடன் இயங்கும் அதே வேளை இயக்கத்திற்கான தடை  $50 \text{ N / மெட்ரிக் தொன்}$  ஆகும். புகையிரதத்தின் வலுவைக் கிலோவாற்றிற் காண்க. 50 மெட்ரிக் தொன் திணிவுள்ள பிற்பக்கப் பெட்டி பிரிந்து செல்லும் அதே வேளை எஞ்சினின் வலிப்பு விசை மாறாமல் இருக்கின்றது. புகையிரதத்தின் எஞ்சிய பகுதியின் ஆர்முடுகலைக் காண்க.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. வழக்கமான குறிப்பீட்டில் ஒரு நிலைத்த உற்பத்தி  $O$  ஐக் குறித்து  $A, B, C$  என்னும் மூன்று புள்ளிகளின் தானக் காவிகள் முறையே  $4\mathbf{i} + \mathbf{j}$ ,  $\lambda\mathbf{i} + \mu\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{i} + 5\mathbf{j}$  ஆகும்; இங்கு  $\lambda, \mu$  ஆகியன நேர் மாறிலிகள். நாற்பக்கல்  $OABC$  இன் மூலைவிட்டங்கள் நீளத்தில் சமமானவையும் ஒன்றுக்கொன்று செங்குத்தானவையும் ஆகும்.  $\overline{AC}$  ஐ  $\mathbf{i}, \mathbf{j}$  ஆகியவற்றின் சார்பில் எழுதுக. எண்ணிப் பெருக்கத்தைப் பயன்படுத்தி  $\lambda = 4$  எனவும்  $\mu = 3$  எனவும் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

7. ஒரு சிறிய இலேசான ஒப்பமான வளையம்  $P$  இனூடாகச் செல்லும் நீளம்  $2a$  ஐயும் நிறை  $W$  ஐயும் உடைய ஓர் ஒப்பமான சீரான கோல்  $AB$  இன் முனை  $A$  ஓர் ஒப்பமான கிடைத் தரை மீதும் மற்றைய முனை  $B$  ஓர் ஒப்பமான நிலைக்குத்துச் சுவரைத் தொட்டுக் கொண்டும் உள்ளன. கிடையுடன்  $60^\circ$  கோணத்தை ஆக்கிக் கொண்டு சுவருக்குச் செங்குத்தான ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் கோல் உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு புள்ளி  $O$  உடன்  $P$  ஐ இணைக்கும் ஓர் இலேசான நீட்ட முடியாத இழையினால் நாப்பத்தில் வைக்கப்பட்டுள்ளது.  $\hat{O}PA = 90^\circ$  எனக் காட்டி, இழையின் இழுவையைத் துணிவதற்குப் போதிய சமன்பாடுகளை எழுதுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

8. திணிவு  $m$  ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை கிடையுடன் கோணம்  $\alpha$  இற் சாய்ந்த ஒரு கரடான தளத்தின் மீது வைக்கப்பட்டுள்ளது; இங்கு  $\mu (< \tan \alpha)$  ஆனது துணிக்கைக்கும் தளத்திற்குமிடையே உள்ள உராய்வுக் குணகமாகும். தளத்தின் ஓர் அதியுயர் சரிவுக் கோடு வழியே துணிக்கைக்கு மேல் நோக்கிப் பிரயோகிக்கப்படும் ஒரு விசை  $P$  இனால் துணிக்கை நாப்பத்தில் பேணப்படுகின்றது.  
 $mg(\sin \alpha - \mu \cos \alpha) \leq P \leq mg(\sin \alpha + \mu \cos \alpha)$  எனக் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

9. ஆறு முகங்கள் மீதும் 1, 2, 3, 4, 5, 6 எனப் புள்ளிகள் குறிக்கப்பட்ட ஒரு கோடாத நியமத் தாயக் கட்டையின் உயர்ந்தபட்சம் மூன்று எறிகைகளில் பெற்ற புள்ளிகளின் கூட்டுத்தொகை செப்பமாக ஆறாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10.  $a, b, 4, 5, 7, 4, 5$  என்னும் ஏழு எண்களினதும் இடையும் ஆகாரமும் சமம்; இங்கு  $a, b$  ஆகியன நேர் நிறையெண்கள் ஆகும்.  $a, b$  ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் கண்டு, ஏழு எண்களினதும் மாற்றற்றின்  $\frac{6}{7}$  எனக் காட்டுக.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

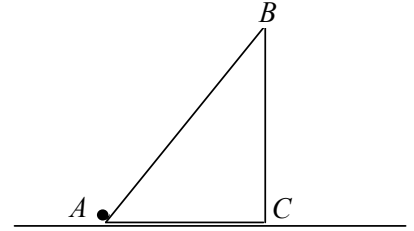
பகுதி B

11. (a) ஒரு கிடைத் தரையின் மீது உள்ள ஒரு புள்ளி  $O$  இலிருந்து கிடைபுடன் கோணம்  $\theta$  ( $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ) ஐ ஆக்கிக்கொண்டு வேகம்  $u = \sqrt{2ga}$  உடன் எறியப்படும் ஒரு துணிக்கை புவியீர்ப்பின் கீழ் இயங்கி ஒரு புள்ளி  $P$  இல் உள்ள ஓர் இலக்கில் படுகின்றது.  $O$  இலிருந்து அளக்கப்படும்  $P$  இன் கிடைத் தூரமும் நிலைக்குத்துத் தூரமும் முறையே  $a, ka$  ஆகும்; இங்கு  $k$  ஒரு மாறிலி.  $\tan^2 \theta - 4 \tan \theta + 4k + 1 = 0$  எனக் காட்டி,  $k \leq \frac{3}{4}$  என உய்த்தறிக. இப்போது  $k = \frac{11}{16}$  எனக் கொள்வோம். எறிகையின் இரு இயல்தகு திசைகளுக்குமிடையே உள்ள கோணம்  $\tan^{-1}\left(\frac{4}{19}\right)$  எனக் காட்டுக.

- (b) ஒரு விமான நிலையம்  $A$  ஆனது வேறொரு விமான நிலையம்  $B$  இலிருந்து தெற்கின்  $\theta$  கிழக்கு என்னும் கோணத்தில் தூரம்  $d$  இல் உள்ளது. ஒரு குறித்த நாளில் வடக்கிலிருந்து வேகம்  $v$  ( $v < u$ ) இல் வீசும் காற்று தொடர்பாகக் கதி  $u$  உடன் ஓர் ஆகாய விமானம் நேரடியாக  $A$  இலிருந்து  $B$  இற்குப் பறக்கின்றது. இப்பறப்புக்கான வேக முக்கோணியைப் பரும்படியாக வரைந்து,  $A$  இலிருந்து  $B$  இற்குப் பறப்பதற்கு எடுக்கும் நேரம்  $\frac{\sqrt{u^2 - v^2 \sin^2 \theta} - v \cos \theta}{u}$  எனக் காட்டுக.

சில நாட்களுக்குப் பின்னர் தெற்கிலிருந்து வேகம்  $\frac{v}{2}$  உடன் வீசும் காற்று தொடர்பாகக் கதி  $\frac{u}{2}$  உடன் விமானம் அதன் திரும்பி வரும் பயணத்தில் நேரடியாக  $B$  இலிருந்து  $A$  இற்குப் பறக்கின்றது. திரும்பிச் செல்லும் பயணத்திற்கான வேக முக்கோணியைப் பரும்படியாக வரைந்து,  $B$  இலிருந்து  $A$  இற்குப் பறப்பதற்கு எடுக்கும் நேரம்  $A$  இலிருந்து  $B$  இற்குப் பறப்பதற்கு எடுக்கும் நேரத்தின் இருமடங்கெனக் காட்டுக.

12. (a) தரப்பட்டுள்ள உருவில் முக்கோணி  $ABC$  ஆனது திணிவு  $3m$  ஐ உடைய ஒரு சீரான ஒப்பமான ஆப்பின் புவியீர்ப்பு மையத்தினூடாக உள்ள ஒரு நிலைக்குத்துக் குறுக்குவெட்டினை வகை குறிக்கின்றது. கோடு  $AB$  ஆனது அதனைக் கொண்ட முகத்தின் ஓர் அதியுயர் சரிவுக் கோடாகும். அத்துடன்  $\hat{BAC} = \frac{\pi}{3}$  ஆகும்.



$AC$  ஐக் கொண்ட முகம் ஓர் ஒப்பமான கிடை நிலத்தின் மீது இருக்குமாறு ஆப்பு வைக்கப்பட்டுள்ளது. திணிவு  $m$  ஐ உடைய ஒரு துணிக்கை புள்ளி  $A$  இல் வைக்கப்பட்டு  $AB$  வழியே வேகம்  $u$  வழங்கப்படுகின்றது.  $AB$  ஒப்பமானது எனவும் துணிக்கை ஆப்பிலிருந்து விலகிச் செல்வதில்லை எனவும் கொண்டு, துணிக்கை ஆப்பு தொடர்பாக ஓய்வுக்கு வருவதற்கு எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

இப்போது இவ்வமைவில் துணிக்கை ஆப்புடன் ஒட்டிக்கொள்கின்றதெனக் கொள்க. ஒட்டிய துணிக்கையுடன் ஆப்பு மேலும்  $d$  தூரம் செல்வதற்கு எடுக்கும் நேரத்தைக் காண்க.

(b) திணிவு  $m$  ஐ உடைய ஒரு மணி  $P$  ஆனது ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஆரை  $a$  ஐயும் மையம்  $O$  ஐயும் உடைய ஓர் ஒப்பமான வட்டக் கம்பி வழியே சுயாதீனமாக இயங்கத்தக்கது. மணி கம்பியின் அதியுயர்ந்த புள்ளி  $A$  இல் வைத்திருக்கப்பட்டு, சிறிதளவில் இடம்பெயர்ந்த ஒரு தானத்தில் ஓய்விலிருந்து விடுவிக்கப்படுகின்றது.  $OP$  ஆனது ஒரு கோணம்  $\theta$  இனூடாகத் திரும்பும்போது மணியின் கதி  $V$  ஆனது  $v^2 = 2ga(1 - \cos\theta)$ . இனால் தரப்படுமெனக் காட்டுக. மணி மிகத் தாழ்ந்த புள்ளி  $B$  ஐ அடையும்போது அதன் கதியைக் காண்க.  $P$  ஆனது புள்ளி  $B$  ஐ அடையும்போது  $B$  இல் ஓயலில் இருக்கும் அது திணிவு  $m$  ஐ உடைய வேறொரு மணியுடன் மோதி இணைந்து ஒரு சேர்த்தி மணி  $Q$  ஐ ஆக்குகின்றது.  $OQ$  ஒரு கோணம்  $\frac{\pi}{3}$  இனூடாகத் திரும்பும்போது  $Q$  கணநிலை ஓய்வுக்கு வருகின்றதெனக் காட்டுக.

13. இயற்கை நீளம்  $a$  ஐயும் மட்டு  $mg$  ஐயும் உடைய ஓர் இலேசான மீள்தன்மை இழையின் ஒரு நுனி ஒரு நிலைத்த புள்ளி  $O$  உடன் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. ஒவ்வொன்றும் திணிவு  $m$  ஐ உடைய இரு சம துணிக்கைகள் இழையின் மற்றைய நுனி  $P$  உடன் ஒருமிக்க இணைக்கப்பட்டு, தொகுதி நாப்பத்தில் தொங்குகின்றது. இத்தானத்தில் இழையின் நீட்சி  $2a$  எனக் காட்டுக. இப்போது துணிக்கைகளில் ஒன்று மெதுவாகப் பிரிந்து செல்லும் அதே வேளை திணிவு  $m$  ஐ உடைய எஞ்சியுள்ள துணிக்கை இழையின் நுனியுடன் இன்னும் இணைந்திருக்கையில் இயங்கத் தொடங்குகின்றது.  $P$  இன் இயக்கத்திற்குச் சமன்பாடு  $\ddot{x} + \frac{g}{a}(x - 2a) = 0$ . ஐப் பெறுக; இங்கு  $x(\geq a)$  ஆனது இழையின் நீளம் ஆகும்.

இவ்வெளிய இசை இயக்கத்தின் மையம்  $C$  ஐயும் வீச்சத்தையும் காண்க.

புள்ளி  $C$  இல் துணிக்கையின் வேகம் மூன்று மடங்காகுமாறு துணிக்கைக்கு ஒரு நிலைக்குத்துக் கணத்தாக்கு பிரயோகிக்கப்படுகின்றது. இழை இறுக்கமாக இருக்கும் வரைக்கும் இயக்கத்தின் மையம் அவ்வாறே இருக்கும் எனவும் இவ்வியக்கத்தின் வீச்சம்  $3a$  எனவும் காட்டுக.

**இதிலிருந்து**, இழை மொத்த நேரம்  $\sqrt{\frac{a}{g}} \left( \frac{\pi}{2} + \sin^{-1} \left( \frac{1}{3} \right) \right)$  இற்குப் பின்னர் தளர்கின்றதெனக் காட்டுக.

இழை தளரும் கணத்தில் துணிக்கையின் கதியைக் காண்க.

14. (a)  $PQRS$  ஓர் இணைகரம் எனவும்  $QR$  மீது  $T$  ஆனது  $QT : TR = 2 : 1$ . ஆக இருக்கத்தக்கதாக உள்ள புள்ளி எனவும் கொள்வோம். அத்துடன்  $\vec{PQ} = \mathbf{a}$  எனவும்  $\vec{PS} = \mathbf{b}$  எனவும் கொள்வோம்.  $\vec{PR}$ ,  $\vec{ST}$  ஆகியவற்றை  $\mathbf{a}$ ,  $\mathbf{b}$  ஆகிய காவிகளின் சார்பில் எடுத்துரைக்க.

$PR$ ,  $ST$  ஆகியவற்றின் வெட்டுப்புள்ளி  $U$  எனக் கொள்வோம்.  $\vec{PU} = \lambda \vec{PR}$  எனவும்  $\vec{SU} = \mu \vec{ST}$  எனவும் கொள்வோம்; இங்கு  $\lambda$ ,  $\mu$  ஆகியன எண்ணி மாறிலிகள். முக்கோணி  $PSU$  ஐக் கருதுவதன் மூலம்  $(\lambda - \mu) \mathbf{a} + \left( \lambda + \frac{\mu}{3} - 1 \right) \mathbf{b} = \mathbf{0}$  எனக் காட்டி,  $\lambda$ ,  $\mu$  ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.



(b) மூன்று விசைகளைக் கொண்ட ஒரு தொகுதி  $Oxy$  தளத்தில் பின்வரும் புள்ளிகளில் தாக்குகின்றது.

புள்ளி	தானக் காவி	விசை
$A$	$2ai + 5aj$	$Fi + 3Fj$
$B$	$4aj$	$-2Fi - Fj$
$C$	$-ai + aj$	$Fi - 2Fj$

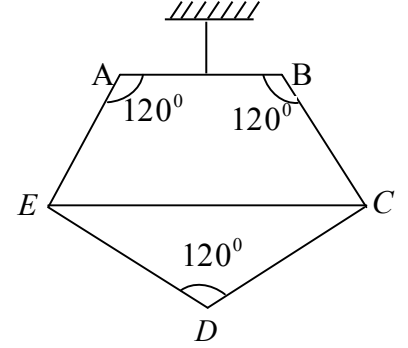
இங்கு  $i, j$  ஆகியன முறையே  $Ox, Oy$  என்னும் ஆள்கூற்று அச்சுகளின் நேர்த் திசைகளில் உள்ள அலகுக் காவிக்காக இருக்கும் அதே வேளை  $F, a$  ஆகியன முறையே நியூற்றனிலும் மீற்றரிலும் அளக்கப்படும் நேர்க் கணியங்களாகும். இவ்விசைகளை ஒரு தனி வரிப்படத்தில் குறித்து, அவற்றின் காவிக்கூட்டுத்தொகை பூச்சியமெனக் காட்டுக.

தானக் காவி  $xi + yj$  ஐக் கொண்ட ஒரு புள்ளி  $P$  பற்றித் தொகுதியின் இடஞ்சுழித் திருப்பம்  $G$  ஐக் கண்டு, அது  $x, y$  ஆகியவற்றைச் சாராததெனக் காட்டுக.

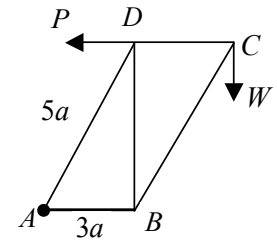
**இதிலிருந்து,** தொகுதி ஓர் இணைக்குச் சமவலுவுள்ளதெனக் காட்டி, இவ்விணையின் திருப்பத்தைக் காண்க.

இப்போது ஒரு மேலதிக விசை  $Xi + Yj$  ஆனது தானக் காவி  $d = -\frac{5a}{2} i$  ஐ உடைய புள்ளி  $D$  இல்,  $A, B, C, D$  ஆகிய புள்ளிகளில் தாக்கும் நான்கு விசைகளினதும் விளையுள் உற்பத்தி  $O$  இனூடாகச் செல்லத்தக்கதாக பிரயோகிக்கப்படுகின்றது,  $X, Y$  ஆகியவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

15. (a) உருவில் அலகு நீளத்திற்கு  $w$  நிறையுள்ள சுயாதீனமாக மூட்டப்பட்ட ஐந்து சீரான கோல்களாலான ஓர் ஐங்கோணிச் சட்டப்படல்  $ABCDE$  காட்டப்பட்டுள்ளது; இங்கு  $AE = BC = 2a, ED = CD = 2b$  ஆகும்.  $A, B, D$  ஆகிய உச்சிகளில் உள்ள கோணங்கள் ஒவ்வொன்றும்  $120^\circ$  ஆகும். சட்டப்படல்  $AB$  இன் நடுப் புள்ளியிலிருந்து நாப்பத்தில் தொங்கவிடப்பட்டு  $C, E$  ஆகிய மூட்டுகளைத் தொடுக்கும்  $2b\sqrt{3}$  நீளமுள்ள ஓர் இலேசான கோல்  $CE$  இனால் சமச்சீர் வடிவம் பேணப்படுகின்றது. மூட்டு  $D$  இல் உள்ள மறுதாக்கத்தின் பருமன்  $b\sqrt{3}w$  எனக் காட்டி, இலேசான கோல்  $CE$  இல் உள்ள உதைப்பைக் காண்க.



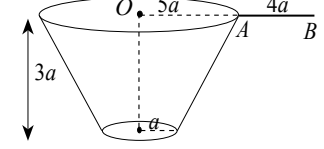
(b)  $AB, BC, CD, DA, DB$  என்னும் இலேசான கோல்களை அவற்றின் முனைகளில் சுயாதீனமாக மூட்டிச் செய்யப்பட்டதும் மூட்டு  $A$  பற்றி ஒரு நிலைக்குத்துத் தளத்தில் அசையத்தக்கதுமான ஒரு சட்டப்படல் உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளது.  $AB = CD = 3a, BC = DA = 5a, DB = 4a$ , ஆகும். மூட்டு  $C$  இல் ஒரு நிறை  $W$  தொங்கவிடப்பட்டு, அது  $AB, DC$  ஆகியன கிடையாகவும்  $BD$  நிலைக்குத்தாகவும் இருக்க மூட்டு  $D$  இல்  $CD$  வழியே பிரயோகிக்கப்படும் ஒரு கிடை விசை  $P$  இனால் நாப்பம் பேணப்படுகின்றது.  $P$  ஐ  $W$  இல் காண்க.



போவின் குறிப்பீட்டைப் பயன்படுத்தி ஒரு தகைப்பு வரிப்படத்தைப் பரும்படியாக வரைந்து, இதிலிருந்து, எல்லாக் கோல்களிலும் உள்ள தகைப்புகளைக் காண்க. இவை இழுவைகளா, உதைப்புகளா எனக் குறிப்பிடுக.

16. இடைத்தூரம்  $h$  இல் இருக்கும்  $r$ ,  $\lambda r (\lambda > 1)$  : என்னும் ஆரைகளைக் கொண்ட இரு வட்ட விளிம்புகள் உள்ள ஒரு சீரான செவ்வட்டப் பொட்கூம்பின் ஓர் அடித்துண்டின் புவியீர்ப்பு மையம் அதன் சிறிய விளிம்பின் மையத்திலிருந்து தூரம்  $\frac{h}{3} \left( \frac{2\lambda + 1}{\lambda + 1} \right)$ . இல் இருக்கின்றது என்பதைத் தொகையிடலின் மூலம் காட்டுக.

ஆரை  $a$  ஐயும் பரப்பு அடர்த்தி  $\sigma$  ஐயும் உடைய ஒரு சீரான மெல்லிய வட்டத் தட்டின் விளிம்பை  $a$ ,  $5a$  என்னும் ஆரைகளை உடைய வட்ட விளிம்புகள் இருக்கும் அதே பரப்பு அடர்த்தி  $\sigma$  உள்ள ஒரு வெறும் செவ்வட்டக் கூம்பின் உயரம்  $3a$  ஐ உடைய ஓர் அடித்துண்டின்



சிறிய விளிம்புடன் உருகிணைப்பதனாலும் நீளம்  $4a$  ஐயும் ஏகபரிமாண அடர்த்தி  $\rho$  ஐயும் உடைய ஒரு மெல்லிய சீரான கோல்  $AB$  ஐ அடித்துண்டின் பெரிய விளிம்புடன்  $O, A, B$  ஆகிய புள்ளிகள் ஒரே கோட்டில் இருக்குமாறு உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு உருகிணைப்பதனாலும் ஒரு சோஸ் பான் செய்யப்பட்டுள்ளது. சோஸ் பானின் புவியீர்ப்பு மையத்தின் அமைவைக் காண்க.

$\frac{\rho}{\sigma} < \frac{31}{24} \pi a$  எனின், சோஸ் பான் ஒரு கிடை மேசை மீது அதன் அடித்தளம் தொடுகையுமாறு வைக்கப்பட்டபோது நாப்பத்தில் இருக்கலாமெனக் காட்டுக.

$\rho = \pi a \sigma$  எனத் தரப்பட்டுள்ளது. சோஸ் பாளை முனை  $B$  இலிருந்து சுயாதீனமாகத் தொங்கவிடும்போது  $BA$  ஆனது கீழ்முக நிலைக்குத்துடன் ஆக்கும் கோணத்தையும் காண்க.

- 17.(a) ஒரு பெட்டியில் நிறம் தவிர்ச் சர்வசமமான ஆறு சிவப்புப் பந்துகளும் மூன்று பச்சைப் பந்துகளும் மூன்று நீலப் பந்துகளும் உள்ளன. ஒரு பந்து எழுமாற்றாகப் பெட்டியிலிருந்து வெளியே எடுக்கப்படுகின்றது. பந்து நீலப் பந்தாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க. வெளியே எடுக்கப்படும் பந்து பச்சைப் பந்தாக அல்லது சிவப்புப் பந்தாக இருப்பின், மேலதிகமாக ஒரு சிவப்புப் பந்தும் மேலதிகமாக ஒரு நீலப் பந்தும் தொடக்கப் பந்துடன் பெட்டியில் சேர்க்கப்படுகின்றன. வெளியே எடுக்கப்படும் பந்து நீலப் பந்தாக இருப்பின், பிரதிவைப்பு இல்லை.

இப்போது ஓர் இரண்டாம் பந்து பெட்டியிலிருந்து எழுமாற்றாக வெளியே எடுக்கப்படுகின்றது. வெளியே எடுக்கப்படும் இரண்டாம் பந்து நீலப் பந்தாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவு யாது?

வெளியே எடுக்கப்படும் இரண்டாம் பந்து நீலப் பந்து எனத் தரப்பட்டிருப்பின், வெளியே எடுக்கப்படும் முதற் பந்து நீலப் பந்தாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

- (b) ஒரு பரீட்சையில் 100 மாணவர்கள் பெற்ற புள்ளிகள் பின்வரும் அட்டவணையில் தரப்பட்டுள்ளன.

புள்ளிகள்	5 - 19	20 - 34	35 - 49	50 - 64	65 - 79	80 - 94
நடுப் புள்ளி ( $x_i$ )	12	27	42	57	72	87
மீடறன் ( $f_i$ )	10	20	30	15	15	10

உருமாற்றம்  $y_i = \frac{1}{15} (x_i - 42)$  ஐப் பயன்படுத்தி இப்புள்ளிப் பரம்பலின் இடையையும் மாற்றிறிணையும் மதிப்பிடுக.

வேறு 100 மாணவர்களும் இதே பரீட்சையில் பெற்ற புள்ளிகளின் இடையும் மாற்றிறிணையும் முறையே 40, 15 ஆகும். இப்பரீட்சையில் மொத்த 200 மாணவர்களும் பெற்ற புள்ளிகளின் இடையையும் மாற்றிறிணையும் மதிப்பிடுக.

\* \* \*